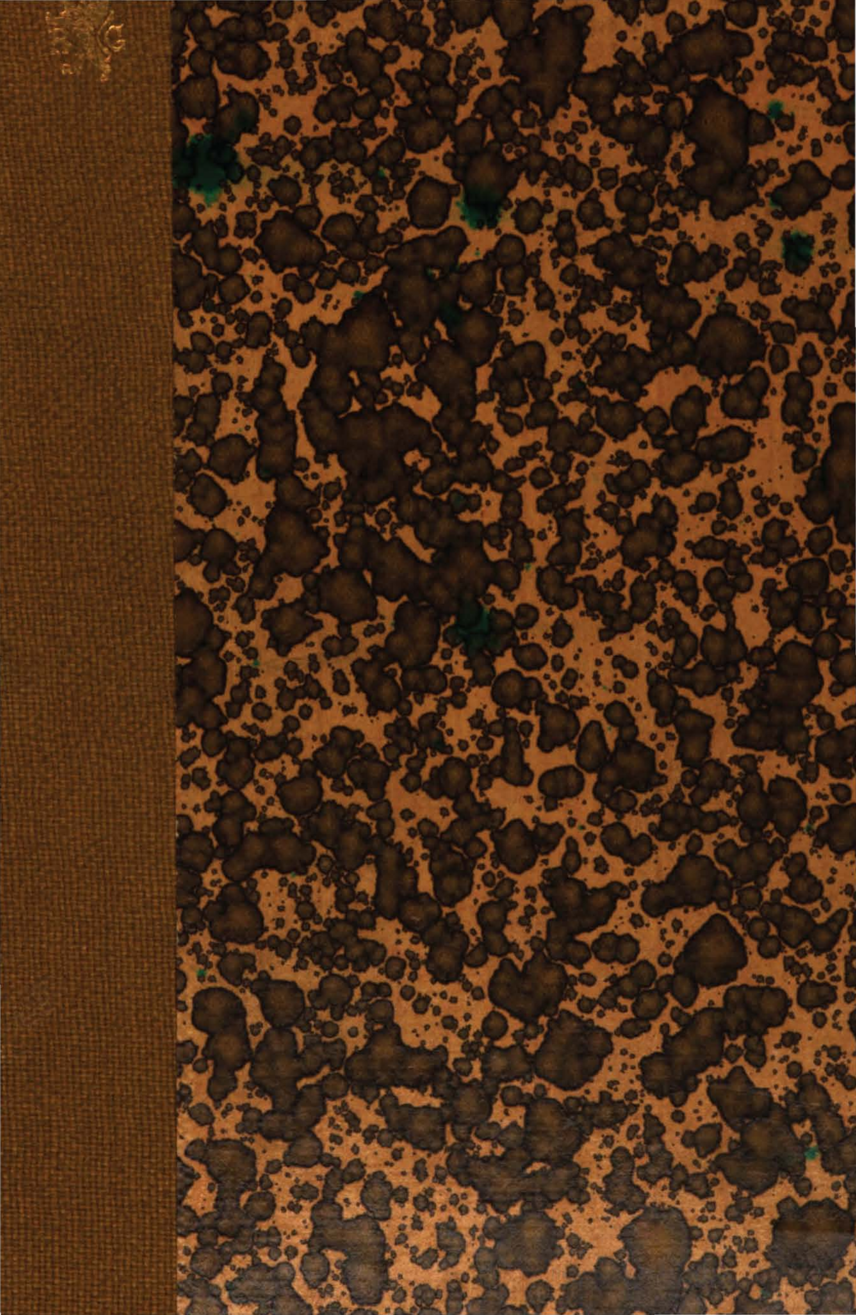








ANICII MANLII TORQUATI SEVERINI

BOETII

DE INSTITUTIONE ARITHMETICA

LIBRI DUO

DE INSTITUTIONE MUSICA

LIBRI QUINQUE.

ACCEDIT GEOMETRIA QUAE FERTUR BOETII.

E LIBRIS MANU SCRIPTIS

EDIDIT

GODOFREDUS FRIEDLEIN.



LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCCLXVII.

LIPSIAE: TYPIS B. G. TEUBNERI.

PRAEFATIO.

Decem fere abhinc annos et scriptores latinos cogniturus et rei mathematicae studiosus Boetio coepi operam dare nec multo post acrius in mathematica inprimis eius opera incumbendi auctor fuit mihi Halmius, ad accuratius cognoscendam linguam latinam hinc quoque aliquantulum afferri posse ratus. Prius tamen rebus arithmeticis utilem fructum afferre me posse putavi, quaeque inveneram publici iuris feci libello de Boetii geometria edito [1]). Opiniones meas aggressus est vir doctissimus Mauritius Cantor [2]) meque inpulit, ut, quae minus recte de Boetii arte ratiocinandi et computandi statuerat, refellere conarer argumentis quam maxime certis [3]). Pauca etiam de geometria Boetii protuli [4]), quibus a Boetio eam profectam non esse comprobarem.

[1]) Gerbert, die Geometrie des Boethius und die indischen Ziffern. Erlangen, Bläsing 1861.

[2]) Mathematische Beiträge zum Kulturleben der Völker, Halle, Schmidt 1863.

[3]) Zeitschrift für Mathematik und Physik, IX, S. 73—95, 145—171, 297—330. X, S. 241—282.

[4]) Neue Jahrbücher für Philologie und Pädagogik. 1863. S. 425—427.

Haec agentem interrogavit me Halmius, vellemne labores suscipere necessarios ad opera Boetii mathematica edenda, nec volentem tantum provocavit sed etiam libris manu scriptis quibus optimis potuit ad me missis simul adiuvit. Usus sum igitur codicibus Monachii asservatis praestantissimis, quibus accesserunt codices Bambergenses non minoris notae et liber Erlangensis, quem alter tantum codex Carnutensis aequat. Cuius rei gratiae mihi agendae sunt maximae et Halmio ipsi et viris humanissimis et benevolentissimis Föringer, Thomas Monacensibus, Stenglein Bambergensi, Autenrieth Erlangensi. Egregiam operam navavit mihi princeps Boncompagni, cuius summa liberalitate summa mea laude digna factum est, ut non solum, quae ipse in libris suis manu scriptis habuit, quae in aliis codicibus Romanis inventa sunt, quantum opus esse visum est, in meum usum possem convertere, sed etiam de codicibus, qui Neapoli, Florentiae, Veronae custodiuntur, fierem certior.

Ita instructus rem aggredi ausus sum parum fortasse versans quid valerent humeri. Sed occasionem vires intendendi omittere nolui. Iam perfeci quae perficere mihi proposui. Utrumque Boetii opus et quod de arithmetica et quod de musica composuit, novissime apud nos anno 1570 Basileae editum, tribus paene saeculis post rursus profero adiecto geometriae opusculo. De quibus pauca haec videntur monenda.

Inscriptionem alterius operis Boetii sumpsi ex capite quarto libri I. de inst. mus. (p. 192, v. 19): *in libris, quos de arithmetica institutione conscripsimus,*

unde titulum quoque petitum esse veri simile est, qui legitur in codice Bamb. HI. N. 13 (d) ante titulorum indicem libri II de inst. arithm. (p. 72, v. 9 var. lect.). Nec obstare mihi videtur, quod Boetius in cap. quadragesimo libri II inst. arithm. (p. 137, v. 7) arithmeticam introductionem se terminare dicit.

Alterius operis inscriptionem manifestam reddi putavi cum capite decimo libri III. de inst. mus. (p. 283, v. 9): *id, quod institutione musicae adorsi sumus,* tum capite sextodecimo eiusdem libri III (p. 300, v. 2): *quod superest musicae institutioni* et capite septimo libri V (p. 358, v. 2): *quae secundo huius institutionis libro digessimus* et infra (v. 9) *ex secundo huius institutionis musicae libro et quarto petendum est.* Hinc eius opera, qui titulos finxit et indices eorum composuit, formula (e. g. p. 225, v. 16) *de musica id est armonica institutione liber* orta videtur.

Eorum librorum, quos Boetius de geometria scripsisse dicitur, investigare veram inscriptionem nihil aliud esset nisi operam et tempus perdere. Iam inter homines doctos constat, eos libros minime Boetio tribuendos esse, quos codices manu scripti non pauci praeter duos illos praebent, qui in praestantissimis codicibus Erlangensi et Carnutensi reperiuntur[5]). Nec ipsos hos duos libros a Boetio compositos esse ego quidem contendo repugnante inprimis Cantore. Sub iudice adhuc lis est, quam

[5]) Cantor, Mathem. Beiträge. S. 196—197.

tamen statim, si legi posset, dirimeret codex Veronensis palimpsestus 38, in quo verum Boetium latere putat Blume[6]). Humanissime et liberalissime Boncompagni, illustris ille rerum mathematicarum fautor effecit, ut codex ille diligentissime inspiceretur, sed adeo difficilis lectu inventus est, ut praeter admodum pauca verba nihil transcribi ex eo posset. Donec igitur aut acriores oculi, quod vix crediderim, aut instructior ars, quod fieri posse nemo negaverit, in communem usum protulerint, quae Blume investigavit, nihil aliud restat, nisi ut ea, quae fertur Boetii geometria, edatur, quam artem geometricam auctorem nominasse testantur loci, quos in pag. 434 sub voce *ars* attuli. Quae cum per se nullius fere pretii sit, maximi momenti ad res arithmeticas facta est antiquissimis, quae quantum scimus in nostris litteris exstant, vestigiis eorum signorum, quibus nunc numeros describimus. Itaque omnem impendi operam, ut Carnutensi quoque codice ipse uti possem, neque tamen fieri potuit, cum legibus non liceret, codicem illum ex Francogallia ad me mitti.

De libris manu scriptis, quibus usus sum, notarum explicationes singulis operibus addidi. Quam maxime studui, ut non solum veri Boetii scripta sed etiam veram scribendi formam ederem. Omittendi igitur erant capitum tituli, quos Boetium scripsisse minime est verisimile. Quum tamen faciliorem operum conspectum praebeant, minoribus litteris edendos

6) Erläuterungen zu den Schriften der röm. Feldmesser. S. 65, Anm. 114.

censui. In vocabulorum scriptura si cui parum sibi constare videatur, quod *supponenda* et *obtinet*, *inpar* et *comparare*, *adsumo* et *aspicere*, alia huius modi typis invenerit edita, is meminerit codices me secutum esse hac in re maxime varios nec nisi magis veri similia assequi potuisse[7]). Uni tantum *spatio* invitis paene codicibus t litteram servavi reiecta c, quae saepissime occurrit. In graecis nominibus propriis graecam scribendi rationem sequi malui, ex qua et ipsa *Ptolomaeus* videtur scribendum. Geometriae libros, cum posteriori tempori attribuendi mihi videantur, si qua in re a ceteris Boetii libris distabant, non mutavi. Et haud scio an in ipsius Boetii operibus corrigendis constantior esse studuerim Boetio ipso, cum variationem rerum illum amasse non solum easdem sententias eloquendi maxima varietas testetur, sed etiam quod promiscue scripsisse eum maxime est verisimile triangulus et triangulum, pyramidam et pyramidem, atomon latinis, κολουρον graecis litteris, similia.

Uncis inclusi quae in pag. 375 verss. 1. 2. 18. 19. leguntur, nec me fugit includi etiam alia posse, velut pag. 383 vv. 5—21, pag. 387 v. 23 et pag. 388 vv. 1. 2. Sed magis sunt vitiosa illa loca, quam ut uncis sanari possint. In pag. 401 v. 10 post *longitudine* lacuna statuenda est. Intercidit enim

[7]) Vel idem vocabulum eisdem litteris ubique ut rederem quam maxime cum intentus essem, tamen ne oculos laterent aliquot menda inpedire nequivi. Nonnulla etiam mutata novis argumentis sententia variavit. Quae ut secundum scripturam in indice adhibitam emendata habeantur peto.

scamni definitio. Haec tamen et alia alias fortasse explicabo. Nunc operam navare Boetii opera cogni-turis equidem volui, quantam navaverim, iudices videant benevoli.

Scrib. Onoldi m. Maio a. MDCCCLXVII.

Godofredus Friedlein.

BOETII
DE INSTITUTIONE ARITHMETICA
LIBRI DUO.

NOTARUM EXPLICATIO.

a = codex Bambergensis HI. IV. 12. (F, 20) saec. X. splendidissime ornatus, quem Gerbertum ad Ottonem tertium misisse maxime est verisimile. Non tamen eadem est lectionum praestantia. Multis enim locis correctoris manu emendatis haud pauci emendandi relicti sunt. Ex capitum inscriptionibus quindecim alieno loco sunt positae. Nec fortunam aequam nactus est sex vel septem foliis inter secundi libri caput tricesimum septimum et quadragesimum tertium et ultimo folio cum fine capitis quinquagesimi quarti deperditis.

b = codex Bambergensis HI. IV. 11. (F, 16) saec. X., cuius lectiones ubique fere sunt meliores. Multa quoque supra versus et in margine manu non multo recentiore sunt adnotata, quae in aliis codicibus vel maiore vel non minore probabilitate legebantur.

c = codex Bambergensis HI. IV. 14. (F, 3) saec. X. pulcherrime scriptus, non diligentissime. Multa enim singula vocabula sunt omissa, maiores lacunae inveniuntur quinque. Propior tamen accedit ad b quam ad a.

d = codex Bambergensis HI. IV. 13. (F, 26) saec. XI., cui ita similitudo est cum c, ut compluribus locis meliora praebeat. Multa supra versus et in margine secunda manu sunt addita.

f = codex Monacensis 18480 (Tegerns. 480) saec. XI. et pulcherrime scriptus et diligentissime. Multi tamen loci tantum a reliquorum codicum consensu recedunt, ut non vera Boetii verba sed scriptoris non imperiti cogitata prodere videantur. Maxime similis est codici d.

l = codex Monacensis 14601 (Ratisb. Emm. F, CIV) saec. XII. Huius codicis in libro priore tanta est similitudo cum d, ut descriptus ex eo possit videri, quippe qui vel in contextum receperit, quae in d correcta erant; in altero tamen libro multo similior est codici b.

r = codex Monacensis 3517 (Aug. civ. 17) saec. IX—X. nitide scriptus. Maior autem arithmeticae cognitio in scriptore erat quam diligentia in litteris pingendis, nisi forte alius recensor alius scriba operis fuit. Codex non multo post quam erat scriptus retractatus et correctus videtur esse. Similis est codici c et ex parte etiam a. Tituli capitum libri secundi similes sunt titulis codicis f. Nonnullis locis additamenta in eo sunt superflua.

s = codex Monacensis 6405 (cod. Fris. 205) s. XI. nitidissime scriptus. Ultima tamen folia et vermis et usus aliqua ex parte laesit. Multa quae rubro colore descripta erant vel pallidiora facta sunt vel evanuerunt. Maxime similis est codici a nec tamen admodum similis. Aliquot locis inveniuntur quae de suo quis addidit.

F = Fragmentum, quod ex codice saeculi undecimi edidit Carolus Fredericus Weber Cassellis MDCCCXLVII.

Duo codicum genera ut discernas adduci potes capite quarto libri prioris, ubi alteri codices (a, b) definitionem inparis numeri in medio capite, alteri (c, d, f, l, r, s) in fine habent. Meliores lectiones repperis maximam partem in c, d, f, l; sed adsunt vestigia, quae hos saltem codices, quos ego contuli et supra descripsi, ex uno eodemque fonte manasse verisimile reddant.

DOMINO SUO PATRICIO SYMMACHO BOETIUS.

In dandis accipiendisque muneribus ita recte officia inter eos praecipue, qui sese magni faciunt, aestimantur, si liquido constabit, nec ab hoc aliud, quod liberalius afferret, inventum, nec ab illo unquam, quod iucundius benevolentia conplecteretur, acceptum. Haec ipse considerans attuli non ignava opum pondera, quibus ad facinus nihil instructius, cum habendi sitis incanduit, ad meritum nihil vilius, cum ea sibi victor animus calcata subiecit, sed ea, quae ex Graecarum opulentia litterarum in Romanae orationis thesaurum sumpta conveximus. Ita enim mei quoque mihi operis ratio constabit, si, quae ex sapientiae doctrinis elicui, sapientissimi iudicio conprobentur. Vides igitur, ut tam magni laboris effectus tuum tantum spectet examen, nec in aures prodire publicas, nisi doctae sententiae adstipulatione nitatur. In quo nihil mirum videri debet, cum id opus, quod sapientiae inventa persequitur, non auctoris sed alieno incumbit arbitrio; suis quippe instrumentis res rationis expenditur, cum iudicium cogitur subire prudentis. Sed huic munusculo non eadem quae ceteris inminent artibus munimenta constituo, neque enim

1 Incipit epistola Boecii ad Simmachum patrium socerum v̄. c̄. Domino suo patricio Simmacho Boecius. Manilius Severinus floruit temporibus Teoderici regis Italorum transtulitque libellum istum de Greco in Latinum gemmavitque floribus facundiae Romanae. Incipit liber Boetii de Arithmetica. a. || suo *om.* d, l. || patri d, l, r. || Domino ... Boetius *om.* f, s. 2 ita recte *in margine* r, *supra versum* s. 5 offerret c, d, f, r. 8 *post* instructius: et a, ē *ex corr.* d, est f, s. 12 operis mihi a, c, d, f, l, s. 14 exspectet b || spectet *litura praecedente* a. 17 quod *om.* f. 21 constituo munimenta a, b.

fere ulla sic cunctis absoluta partibus nullius indiga suis tantum est scientia nixa praesidiis, ut non ceterarum quoque artium adiumenta desideret. Nam in effigiandis marmore statuis alius excidendae molis labor est, alia formandae imaginis ratio, nec eiusdem artificis manus politi operis nitor exspectat. At picturae manibus tabula commissa fabrorum: cerae rustica observatione decerptae, colorum fuci mercatorum sollertia perquisiti, lintea operosis elaborata textrinis multiplicem materiam praestant. Nonne idem quoque in bellorum visitur instrumentis? Hic spicula sagittis exacuit, illi validus torax nigra gemit incude, ast alius crudi umbonis tegmina proprii laboris orbi infigenda mercatur. Tam multis artibus ars una perficitur. At nostri laboris absolutio longe ad faciliorem currit eventum. Tu enim solus manum supremo operi inpones, in quo nihil de decernentium necesse est laborare consensu. Quamlibet enim hoc iudicium multis artibus probetur excultum, uno tamen cumulatur examine.

Experiare igitur licet, quantum nobis in hoc studio longis tractus otiis labor adiecerit, an rerum subtilium fugas exercitatae mentis velocitas conprehendat, utrum ieiunae macies orationis ad ea, quae sunt caligantibus inpedita sententiis expedienda sufficiat. Qua in re mihi alieni quoque iudicii lucra quaeruntur, cum tu utrarumque peritissimus litterarum possis Graiae orationis expertibus quantum de nobis iudicare audeant, sola tantum pronuntiatione praescribere. At non alterius obnoxius institutis artissima memet ipse translationis lege constringo, sed paululum liberius evagatus alieno itineri, non vestigiis, insisto. Nam et ea, quae de numeris a Nicomacho diffusius disputata sunt, moderata

1 indigua a. 3 effingendis f. effigendis r. 4 est *om.* d, l. 8 solatia d. 10 imbellorum c. || in bellorum quoque f, r. 11 thorax f. 12 crudium bonis a, b, s. || infigens demercatur c. 17 multis artibus hoc iudicium f, multis hoc iudicium artibus s. 18 cumulamur c, r. 24 mihi s *in margine* || alieni mihi c. 25 linguarum (*supra versum:* ł litterarum) s. 28 obnoxiis a. || ipsē f.

brevitate collegi et quae transcursa velocius angustiorem intellegentiae praestabant aditum mediocri adiectione reseravi, ut aliquando ad evidentiam rerum nostris etiam formulis ac descriptionibus uteremur. Quod nobis quantis vigiliis ac sudore constiterit, facile sobrius lector agnoscet. Cum igitur quattuor matheseos disciplinarum de arithmetica, quae est prima, perscriberem, tu tantum dignus eo munere videbare, eoque magis inerrato opus esse intellegebam. Nam etsi apud te facilis veniae locus esset, aliquando tamen ipsam formidabat facilitatem suspecta securitas. Arbitrabar enim nihil tantae reverentiae oblatum iri oportere, quod non elaboratum ingenio, perfectum studio, dignum postremo tanto otio videretur. Non igitur ambigo, quin pro tua in me benevolentia supervacua reseces, hiantia suppleas, errata reprehendas, commode dicta mira animi alacritate suscipias. Quae res inpulit pigram consilii moram. Nimios enim mihi fructus placitura restituent. Novi quippe, quanto studiosius nostra quam ceterorum bona diligamus. Recte ergo, quasi aureos Cereri culmos et maturos Baccho palmites, sic ad te novi operis rudimenta transmisi. Tu tantum paterna gratia nostrum provehas munus. Ita et laboris mei primitias doctissimo iudicio consecrabis et non maiore censebitur auctor merito quam probator.

Incipiunt capitula libri primi.

1—3 quae . . . reseravi c. *in margine ex corr.* 1 velociis a. 3 aliquanto c. 6 Cum igitur .... arithmetica s. *bis.* || ·IIII· c. 7 quae est prima *om.* c. 9 Nametsi (*puncto sub* N *posito et* T *supra scripto*) a, Tametsi f. || aliquanto b, c, d, f, l, r, s. 10 ipsum a || formidabat ipsam f. 11 oblatum ire a, b. oblaturi r. 13 suppremo a, c. supremo f. 16 mira *om.* c. s; *supra versum litura deletum* d, *correctione additum* l. 20 et *om.* c, r. 23 minore b, c. 25 Explicit prologus in libro Boetii. a. Incipiunt *om.* r || libri I a, c. de libro primo f. || *Inscriptionem om.* b, d, l, s. 26 mathematicae *om.* a.

III. Definitio et divisio numeri et definitio paris et inparis.
IIII. Definitio numeri paris et inparis secundum Pythagoram.
V. Alia secundum antiquiorem modum divisio paris et inparis.
VI. Definitio paris et inparis per alterutrum.
VII. De principalitate unitatis.
VIII. Divisio paris numeri.
VIIII. De numero pariter pari eiusque proprietatibus.
X. De numero pariter inpari eiusque proprietatibus.
XI. De numero inpariter pari eiusque proprietatibus deque eius ad pariter parem et pariter inparem cognatione.
XII. Descriptionis ad inpariter paris naturam pertinentis expositio.
XIII. De numero inpari eiusque divisione.
XIIII. De primo et incomposito.
XV. De secundo et composito.
XVI. De eo, qui per se secundus et compositus est, ad alium primus et incompositus.
XVII. De primi et incompositi et secundi et compositi et ad se quidem secundi et compositi ad alterum vero primi et incompositi procreatione.
XVIII. De inventione eorum numerorum, qui ad se secundi et compositi sunt, ad alios vero relati primi et incompositi.
XVIIII. Alia partitio paris secundum perfectos inperfectos et ultra quam perfectos.
XX. De generatione numeri perfecti.
XXI. De relata ad aliquid quantitate.

1 diffinitio *hic et infra libri praeter* d || imparis *hic et infra maximam partem libri.* 2 numeri *om.* c, r. 6 super b. 9 ^{,im},pari f. 10 *Toto hoc versu omisso sequentium capitum numeros uno minores habent* d, f, l. 12 cognomine r. 13 pariter a. 16 De proprio a. 18 compositus et s. 20 et secundi et compositi *om.* a, c, d, l, r, s. 21 incompositi et alterum c. || et alterum l. 23 ad secundi b. 24 vero *om.* a. 26 Alio c || partio a. participio d. participatio l. 27 et utraque a || et *om.* d, l, r.

Expliciunt capitula libri primi.

Incipit liber primus.

Proemium, in quo divisio mathematicae.

I. Inter omnes priscae auctoritatis viros, qui Pythagora duce puriore mentis ratione viguerunt, constare manifestum est, haud quemquam in philosophiae disciplinis ad cumulum perfectionis evadere, nisi cui talis prudentiae nobilitas quodam quasi quadruvio vestigatur, quod recte intuentis sollertiam non latebit. Est enim sapientia rerum, quae sunt suique inmutabilem substantiam sortiun-

2 eorumque a, c, r, s. earum l. || generibus r. 4 eorumque b, c, r, s. 6 cognationem a, b, c cognitionem (*puncto sub* i *posito et* a *supra scripto*) s. 8 inaequalitatibus a. 10 degestae c, d, r. 11 quae *om.* b. 12 speciebus *om.* b. || eorumque s. 14 superioris f, superiore r. 18 Finit Boetii prologus b. || libri primi *om.* c, r. || *Inscriptionem om.* d, f, l, s. 19 Incipit liber primus *om.* b, f, r, d, l. 20 Proemium ... mathematicae *om.* a, d, l. || in quo est divisio c. 26 sollertiam intuentis a, b, c, d, f, l.

tur, conprehensio veritatis. Esse autem illa dicimus, quae nec intentione crescunt nec retractione minuuntur nec variationibus permutantur, sed in propria semper vi suae se naturae subsidiis nixa custodiunt. Haec autem sunt qualitates, quantitates, formae, magnitudines, parvitates, aequalitates, habitudines, actus, dispositiones, loca, tempora et quicquid adunatum quodammodo corporibus invenitur, quae ipsa quidem natura incorporea sunt et inmutabili substantiae ratione vigentia, participatione vero corporis permutantur et tactu variabilis rei in vertibilem inconstantiam transeunt. Haec igitur quoniam, ut dictum est, natura inmutabilem substantiam vimque sortita sunt, vere proprieque esse dicuntur. Horum igitur, id est, quae sunt proprie quaeque suo nomine essentiae nominantur, scientiam sapientia profitetur. Essentiae autem geminae partes sunt, una continua et suis partibus iuncta nec ullis finibus distributa, ut est arbor lapis et omnia mundi huius corpora, quae proprie magnitudines appellantur. Alia vero disiuncta a se et determinata partibus et quasi acervatim in unum redacta concilium, ut grex populus chorus acervus et quicquid, quorum partes propriis extremitatibus terminantur et ab alterius fine discretae sunt. His proprium nomen est multitudo. Rursus multitudinis alia sunt per se, ut tres vel quattuor vel tetragonus vel quilibet numerus, qui ut sit nullo indiget. Alia vero per se ipsa non constant, sed ad quiddam aliud referuntur, ut duplum, ut dimidium, ut sesqualterum vel sesquitertium et quicquid tale est, quod, nisi relatum sit ad aliud, ipsum esse non possit. Magnitudinis vero alia sunt manentia motuque carentia, alia vero, quae mobili semper rotatione vertuntur nec ullis temporibus adquie-

3 se vi suae a. 8 inmutabilis d, l; s *ex corr.* 10 investibilem a. 12 sortiuntur (*supra versum:* ł sortita sunt) s. 15 *supra* scientiam: quoque a. 17 arbos b. 18 huius mundi f. 20 coacervatim f, s; acervatim *syllaba* co *adscripta* a. 21 *supra* quicquid: est eorum a, est horum b, d. 23 discreta c. 27 *post* dimidium: vel f. 31 ratione a, c, f, s. *supra* ratione: alii rotatione b, r || vertantur d, r. adquiescant d, r.

scunt. Horum ergo illam multitudinem, quae per se est, arithmetica speculatur integritas, illam vero, quae ad aliquid, musici modulaminis temperamenta pernoscunt, inmobilis vero magnitudinis geometria notitiam pollicetur, mobilis vero scientiam astronomicae disciplinae peritia vendicat. Quibus quattuor partibus si careat inquisitor, verum invenire non possit, ac sine hac quidem speculatione veritatis nulli recte sapiendum est. Est enim sapientia earum rerum, quae vere sunt, cognitio et integra comprehensio. Quod haec qui spernit id est has semitas sapientiae ei denuntio non recte esse philosophandum, siquidem philosophia est amor sapientiae, quam in his spernendis ante contempserit. Illud quoque addendum arbitror, quod cuncta vis multitudinis ab uno progressa termino ad infinita progressionis augmenta concrescit. Magnitudo vero a finita inchoans quantitate modum in divisione non recipit; infinitissimas enim sui corporis suscipit sectiones. Hanc igitur naturae infinitatem indeterminatamque potentiam philosophia sponte repudiat. Nihil enim, quod infinitum est, vel scientia potest colligi vel mente comprehendi, sed hinc sumpsit sibi ipsa ratio, in quibus possit indagatricem veritatis exercere sollertiam. Delegit enim de infinitae multitudinis pluralitate finitae terminum quantitatis et interminabilis magnitudinis sectione reiecta definita sibi ad cognitionem spatia depoposcit. Constat igitur, quisquis haec praetermiserit, omnem philosophiae perdidisse doctrinam. Hoc igitur illud quadruvium est, quo his viandum sit, quibus excellentior animus a nobiscum procreatis sensibus

3 *post* ad aliquid: est r, *supra* ad aliquid: est b. || musicae modulationis s. || praenoscunt a, f, r, s. 4 geometrica a, c, d, f, r. 5 vero *om.* a, d, f, l, r. astronomiae c. 6 vindicat l, vendicavit, a, b, c, d, r. || ·IIII· c. 7 poterit b, c. potest f. poterit si sit *linea subnotatum et supra versum* possit r. 9 verae c, d, l. 11 sententias sapientiae c. esse *om.* c, d, f, l, r, s. 18 corporis sui recipit f. || infinitatem naturae d, l. 22 ratio ipsa f. ea ipsa ratio s || posset d, f, l. 23 infinita c, r *in litura.* infinite f. 24 finite f. 26 deposcit a, o, d, r, s.

ad intellegentiae certiora perducitur. Sunt enim quioam gradus certaeque progressionum dimensiones, quibus ascendi progredique possit, ut animi illum oculum, qui, ut ait Plato, multis oculis corporalibus salvari constituique sit dignior, quod eo solo lumine vestigari vel inspici veritas queat, hunc inquam oculum demersum orbatumque corporeis sensibus hae disciplinae rursus inluminent. Quae igitur ex hisce prima discenda est nisi ea, quae principium matrisque quodammodo ad ceteras obtinet portionem? Haec est autem arithmetica. Haec enim cunctis prior est, non modo quod hanc ille huius mundanae molis conditor deus primam suae habuit ratiocinationis exemplar et ad hanc cuncta constituit, quaecunque fabricante ratione per numeros adsignati ordinis invenere concordiam, sed hoc quoque prior arithmetica declaratur, quod, quaecunque natura priora sunt, his sublatis simul posteriora tolluntur; quod si posteriora pereant, nihil de statu prioris substantiae permutatur, ut animal prius est homine. Nam si tollas animal, statim quoque hominis natura deleta sit, si hominem sustuleris, animal non peribit. Et e contrario ea semper posteriora sunt, quae secum aliud quodlibet inferunt, ea priora, quae cum dicta sunt, nihil secum de posterioribus trahunt, ut in eodem quoque homine. Nam si hominem dixeris, simul quoque animal nominabis, idem est enim homo, quod animal; si animal dixeris, non speciem simul hominis intulisti, non est enim idem animal, quod homo. Hoc idem in geometria vel arithmetica videtur incurrere. Si enim numeros tollas, unde triangulum vel quadratum vel quicquid in geometria versatur, quae omnia numerorum de-

1 producitur c. 7 eae a, b. || rursum a, d, f, l. 8 *post* his *lituram habet* a, *supra versum* al. ex his b, his ee c, hiscae d. 10 Haec *om.* c. 11 prior cunctis c. 12 rationationis s. 17 posteriora tolluntur simul l. et quod f, l. || posteriora si f. si posteriores s. 23 sint c, f, s. 26 si animal quoque dixeris b. 28 geometrica a, c, d, f, r, s; *in* l c *rasura deletum.* 30 geometrica a, c, d; *in* l c *rasura deletum.*

nominativa sunt? At vero si quadratum triangulumque sustuleris omnisque geometria consumpta sit, tres et quattuor aliorumque numerorum vocabula non peribunt. Rursus cum aliquam geometricam formam dixero, est illi simul numerorum nomen inplicitum; cum numeros dixero, nondum ullam formam geometricam nominavi. Musica vero quam prior sit numerorum vis, hinc maxime probari potest, quod non modo illa natura priora sunt, quae per se constant, quam illa, quae ad aliquid referuntur. Sed etiam ea ipsa musica modulatio numerorum nominibus adnotatur, et idem in hac evenire potest, quod in geometria praedictum est. Diatessaron enim et diapente et diapason ab antecedentis numeri nominibus nuncupantur. Ipsorum quoque sonorum adversus se proportio solis neque aliis numeris invenitur. Qui enim sonus in diapason symphonia est, idem duplicis numeri proportione colligitur; quae diatessaron est modulatio, epitrita conlatione componitur; quam diapente symphoniam vocant, hemiolia medietate coniungitur; qui in numeris epogdous est, idem tonus in musica, et ne singula persequi laborem, huius operis sequentia, quanto prior sit arithmetica sine ulla dubitatione monstrabit. Sphericam vero atque astronomiam tanto praecedit, quanto duae reliquae disciplinae hanc tertiam natura praecedunt. In astronomia enim circuli, sphera, centrum, parallelique circuli mediusque axis est, quae omnia geometricae disciplinae curae sunt. Quare est etiam ex hoc ostendere seniorem geometriae vim, quod omnis motus est post quietem et natura semper statio prior est, mobilium vero

2 geometrica a, c, d, s; *in* l c *rasura deletum.* || ·III· et ·IIII· a, c, l, s. 3 non peribunt vocabula c. 4 rursum a, c, f. 10 modulatio musica f. 12 geometrica a, c, d; geometria *in litura* l; *in* s c *rasura deletum.* 13 antecedentibus c, r. 17 proportio c. 18 modulatione, *supra versum* i conlatione r. || componit c || symphonia m *rasura deleto* c. 19 coniungit c. 20 apogdous c. 23 astronomicam a, f, l; *in* d c *rasura deletum.* 27 cura a, b, c, r, s. 28 geometricae c, d, l, r, s. 29 statu a, *supra versum* s. motu b || *post* est *addit* motu s.

astronomia, inmobilium geometria doctrina est; vel quod armonicis modulationibus motus ipse celebratur astrorum. Quare constat quoque musicae vim astrorum cursus antiquitate praecedere, quam superare natura arithmeticam dubium non est, cum prioribus, quam illa est, videatur antiquior. Proprie tamen ipsa numerorum natura omnis astrorum cursus omnisque astronomica ratio constituta est. Sic enim ortus occasusque colligimus, sic tarditates velocitatesque errantium siderum custodimus, sic defectus et multiplices lunae variationes agnoscimus. Quare, quoniam prior, ut claruit, arithmeticae vis est, hinc disputationis sumamus exordium.

De substantia numeri.

II. Omnia quaecunque a primaeva rerum natura constructa sunt, numerorum videntur ratione formata. Hoc enim fuit principale in animo conditoris exemplar. Hinc enim quattuor elementorum multitudo mutuata est, hinc temporum vices, hinc motus astrorum caelique conversio. Quae cum ita sint, cumque omnium status numerorum colligatione fungatur, eum quoque numerum necesse est in propria semper sese habentem aequaliter substantia permanere, eumque compositum non ex diversis — quid enim numeri substantiam coniungeret, cum ipsius exemplum cuncta iunxisset? — sed ex se ipso videtur esse compositus. Porro autem nihil ex similibus componi videtur, nec ex his, quae nulla rationis proportione iunguntur et a se omni substantia naturaque discreta sunt. Constat ergo, quoniam coniunctus est numerus, neque ex similibus esse coniunctum neque ex his, quae ad se invicem nulla ratione proportio-

1 geometrica c, d, f, r; *in* 1 c *rasura deletum.* 4 procedere a. 6 antiquior videatur a, c, f, s. || in ipsa f. 13 *Inscriptionem secunda manus addidit in* d. 20 rerum omnium f, omnium rerum s || numerum c || collectione r. 26 ex his *om.* 1; *in margine add.* d. 27 coniunguntur f. 30 se ad d. || rationi, s *rasura deleto,* c.

nis haerent. Erunt ergo, numeros prima quae iungant, ad substantiam quidem quae constent semperque permaneant. Neque enim ex non subsistentibus effici quicquam potest et sunt ipsa dissimilia et potentia conponendi. Haec autem sunt, quibus numerus constat, par atque inpar quae divina quadam potentia, cum disparia sint contrariaque, ex una tamen genitura profluunt, et in unam compositionem modulationemque iunguntur.

Definitio et divisio numeri et definitio paris et inparis.

III. Et primum quid sit numerus definiendum est. Numerus est unitatum collectio, vel quantitatis acervus ex unitatibus profusus. Huius igitur prima divisio est in inparem atque parem. Et par quidem est, qui potest in aequalia duo dividi, uno medio non intercedente, inpar vero, quem nullus in aequalia dividit eo, quod in medio praedictus unus intercedat. Et haec quidem huiusmodi definitio vulgaris et nota est.

Definitio numeri paris et inparis secundum Pythagoram.

IIII. Illa autem secundum pythagoricam disciplinam talis est: par numerus est, qui sub eadem divisione potest in maxima parvissimaque dividi, maxima spatio, parvissima quantitate secundum duorum istorum generum contrarias passiones. Inpar vero numerus est, cui hoc quidem accidere non potest, sed cuius in duas inaequales

1 Ergo erunt l. || *supra versum* ł orum *id est* numerorum b, numerorum *et in margine* numeros r. || que f. || coniungant f. 2 constant a, c, s. 7 tamen ex una c, f, s. || genitura *in margine* a. 9 *Inscriptionem secunda manus addidit in* d || Definitio et *om.* f. et definitio *om.* c, r, s || differentia paris f. 11 Numerus enim f. 13 est quidem f. 14 intercidente f. 16 intercidat b, f, l, s. 18 *Inscriptionem om.* d. || numeri *om.* f, l, r. 21 dividi . . . quantitate *in margine superiore* d. || parvissimaque quantitate f. 22 istorum duorum s || duorum *correxit in* duum a. 23 et 24 *Definitionem inparis numeri in fine capitis huius collocant* c, d, f, l, r, s. || hec f. || idem d, l, s. 24 accedere a.

summas naturalis est sectio. Hoc est autem exemplar: ut si quilibet datus par numerus dividatur, maior quidem quantum ad divisionis spatia non invenietur, quam disgregata medietas, quantitate vero nulla minor est, quam in gemina facta partitio; ut, si par numerus, qui est ·VIII·, dividatur in ·IIII· atque alios ·IIII·, nulla erit alia divisio, quae maiores partes efficiat; porro autem nulla erit alia divisio, quae totum numerum minore dividat quantitate. In duas enim partes divisione nihil minus est. Cum enim totum quis fuerit trina divisione partitus, spatii quidem summa minuitur, sed numerus divisionis augetur. Quod autem dictum est: secundum duorum generum contrarias passiones, huiusmodi est: praedocuimus enim quantitatem in infinitas pluralitates adcrescere, spatia vero, id est magnitudines in infinitissimas minui parvitates atque ideo hic contra evenit. Haec namque paris divisio spatio est maxima, parvissima quantitate.

Alia secundum antiquiorem modum divisio paris et inparis.

V. Secundum antiquiorem vero modum alia est paris numeri definitio. Par numerus est, qui in duo aequalia et in duo inaequalia partitionem recipit, sed ut in neutra divisione vel inparitati paritas vel paritati inparitas misceatur, praeter solum paritatis principem, binarium numerum, qui in aequalem non recipit sectionem, propterea quod ex duabus unitatibus constat et ex prima duorum quodammodo paritate. Quod autem dico, tale est: si enim ponatur par numerus, potest in duo aequalia dividi, ut denarius dividitur in quinos, porro autem et per inaequalia, ut idem denarius in ·III· et ·VII·, sed hoc modo, ut cum

1 Hoc autem est, *omisso vocabulo* exemplar d, l. Hoc autem exemplar est r. 2 quis libet a, s. 4 sit a, d, l. 6 quattuor *pro* ·IIII· d, quattuor et in ·IIII· s. || alias c. 12 duorum *correxit in* duum a. 15 infinitas f. 18 *Inscriptionem om.* d. 22 vel paritati imparitas vel imparitati paritas f. || vel paritati imparitas *in margine superiore* d. 25 constat unitatibus f. 27 aequa b, d, l. 28 per *om.* d. 29 tres et septem r, tres et in ·VII· f.

una pars fuerit divisionis par, alia quoque par inveniatur, et si una inpar, reliqua ab eius inparitate non discrepet, ut in eodem numero, qui est denarius. Cum enim divisus est in quinos, vel cum in tres septem, utraeque in utraque portione partes inpares extiterunt. Si autem ipse, vel alius numerus par, dividatur in aequales, ut octonarius in ·IIII· et ·IIII·, et item per inaequales, ut idem octonarius in ·V· et ·III·, in illa quidem divisione utraeque partes pares factae sunt, in hac utraeque inpares extiterunt; neque unquam fieri potest, ut, cum una pars divisionis par fuerit, alia inpar inveniri queat, aut, cum una inpar sit, alia par possit intellegi. Inpar vero numerus est, qui ad quamlibet illam divisionem per inaequalia semper dividitur, ut utrasque species numeri semper ostendat, nec unquam altera sine altera sit, sed una pars paritati, inparitati alia deputetur, ut, ·VII· si dividas in ·III· atque ·IIII·, altera portio par altera inpar est. Et hoc idem in cunctis inparibus numeris invenitur, neque unquam in inparis divisione praeter se esse possunt. Hae geminae species, quae naturaliter vim numeri substantiamque componunt.

Definitio paris et inparis per alterutrum.

VI. Quod si haec etiam per alterutras species definienda sunt, dicetur inparem numerum esse, qui unitate differt a pari vel cremento vel deminutione. Par item numerus est, qui unitate differt ab inpari vel cremento vel deminutione. Si enim pari unum dempseris, vel unum adieceris, inpar efficitur, vel si inpari idem feceris, par continuo procreatur.

1 fuerit *om.* c. 4 tres vel in septem a, ·III· et ·VII· c, l, tres et ·VII· f. 6 et octonarius f. 8 quinque et tres d. 11 ut c. 14 ut *secunda manus addidit in* d. || ostendit c. 16 septem d || ·III· et ·IIII· a, c, f, tres atque quattuor d, ·III· atque in ·IIII· r, s. 18 numeris *om.* f. 19 Haee a. 21 *Inscript. om.* d. || et inparis *om.* f. 24 incremento f. || Item par c, f, s, Item par iterum a. 25 vel cremento *supra versum ex corr.* d. 26 demseris a, b, s.

De principalitate unitatis.

VII. Omnis quoque numerus circum se positorum et naturali sibimet dispositione iunctorum medietas est; et qui super duos illos sunt, qui medio iunguntur, si conponantur, etiam ipsorum supradictus numerus media portio est; et rursus illorum, qui sunt super secundo loco iunctos, cum ipsi quoque sint compositi, prior his numerus medietatis loco est, et hoc erit, usquedum occurrens unitas terminum ponat, ut si ponat quis quinarium numerum, altrinsecus circa ipsum sunt super ·IIII· inferius ·VI· Hi ergo si iuncti sint, faciunt ·X·, quorum ·V· numerus medietas est. Qui autem circa ipsos id est circa ·VI· et ·IIII· sunt, ·III· scilicet et ·VII·, idem si iuncti sint, eorum quinarius numerus medietas est; rursus istorum, qui altrinsecus positi sunt, si iungantur, etiam hi quinarii numeri dupli sunt; nam super ·III· sunt ·II·, super ·VII· sunt ·VIII·; hi ergo si iuncti sint, faciunt ·X·, quorum quinarius rursus medietas est. Hoc idem in omnibus numeris evenit, usquedum ad unitatis terminum perveniri queat; sola enim unitas circum se duos terminos non habet, atque ideo eius, qui est prope se, solius est medietas. Nam iuxta ·I· solus est binarius naturaliter constitutus, cuius unitas media pars est. Quare constat primam esse unitatem cunctorum, qui sunt in naturali dispositione, numerorum et eam rite totius quamvis prolixae genitricem pluralitatis agnosci.

1 *Inscriptionem om.* d. 3 et illi qui supra illos duos sunt f. 4 iungantur, u *super* a *scripto* r. || componuntur f. 7 hic a, is h *rasura deleto* l. 9 terminum fecerit c, d, f, l; fecerit *et supra versum* ł ponat b. || *Iuxta sequentia* ·I· ·II· ·III· *usque ad* ·X· *in margine* f, l, r; *insuper* ·I· ·II· ·III· *usque ad* or. ·XI· *in contextu* f. 10 ·IIII. d. 11 sunt a, b, d, l, r, fuerint c, s. || facient a, b, c, l, s. || quinarius c, f, r, s. 13 tres a, f, l, s || iuncti si c, d, r, s. || sunt a. 14 erit d. 15 iugantur d, iungatur r. 16 duplici c. || tres d. || duo f. || ·VI· sunt ·VII· c. 17 sunt a, b, c, d, l, r. 18 quinarius numerus f. 20 autem b, d, f, l, r. || circa f, l. 22 unum c, f, s. 25 prolixe c, d, f, l.

Divisio paris numeri.

VIII. Paris autem numeri species sunt tres. Est enim una, quae dicitur pariter par, alia vero pariter inpar, tertia inpariter par. Et contraria quidem locumque obtinentia summitatum videntur esse pariter par et pariter inpar. Medietas autem quaedam, quae utrorumque participat, est numerus, qui vocatur inpariter par.

De numero pariter pari eiusque proprietatibus.

VIIII. Pariter par numerus est, qui potest in duo paria dividi, eiusque pars in alia duo paria partisque pars in alia duo paria, ut hoc totiens fiat, usquedum divisio partium ad indivisibilem naturaliter perveniat unitatem. Ut ·LXIIII· numerus habet medietatem ·XXXII·, hic autem medietatem ·XVI·, hic vero ·VIII· Hunc quoque quaternarius in aequa partitur, qui binarii duplus est; sed binarius unitatis medietate dividitur, quae unitas naturaliter singularis non recipit sectionem. Huic numero videtur accidere, ut quaecunque eius fuerit pars, cum nomine ipso vocabuloque pariter par inveniatur; tum etiam quantitate. Sed ideo mihi videtur hic numerus pariter par vocatus,

1 *Inscript. om.* d. *In s haec numerorum dispositio addita est*

I.
II.
III.
IIII.
I. II. III. IIII. V. VI. VII. VIII. VIIII. X.
VI.
VII.
VIII.
VIIII.
X.

2 ·III· a, b, c, l, r, s. 4 e contraria c. || locumque *et supra versum* ł loca b, locaque a, loca s, locumque *in litura* r. 8 eiusque proprietatibus *om.* d. || et eiusdem s. 11 tocies a, tociens b, c, r. 12 indivisionem c. 13 autem numerus b, c, s. 14 hic autem ·VIII· f. 17 Huic autem f; Huic pariter pari s. 18 primo cum nomine f. 19 tunc c, r.

quod eius omnes partes et nomine et quantitate pares pariter inveniantur. Quomodo autem et nomine et quantitate pares habeat partes hic numerus, post dicemus. Horum autem generatio talis est: ab uno enim quoscunque in duplici proportione notaveris, semper pares pariter procreantur. Praeter hanc autem generationem ut nascantur aliter inpossibile est. Huius autem rei tale detur per ordinem descriptionis exemplum sintque cuncti duplices ab uno I. II. IIII. VIII. XVI. XXXII. LXIIII, CXXVIII. CCLVI. DXII. atque hinc si fiat infinita progressio, tales cunctos invenies, factique sunt ab uno in duplici proportione, et omnes sunt pariter pares. Illud autem non minima consideratione dignum est, quod eius omnis pars ab una parte quacunque, quae intra ipsum numerum est, denominatur tantamque summam quantitatis includit, quota pars est alter numerus pariter paris illius, qui eum continet, quantitatis. Itaque fit, ut sibi partes ipsae respondeant, ut quota pars una est, tantam habeat altera quantitatem, et quota pars ista est, tantum in priore summa necesse sit multitudinis inveniri. Et primum fit, si pares fuerint dispositiones, ut duae mediae partes sibi respondeant, post vero quae super ipsas sunt, sibi invicem convertantur, atque hoc idem fiat, donec uterque terminus extremitatis incurrat. Ponatur enim pariter paris ordo ab uno usque ·CXXVIII· hoc modo: I. II. IIII. VIII. XVI. XXXII. LXIIII. CXXVIII. et ea sit summa ma-

1 omnes eius d, f, l, r, s. || pariter pares c. 2 inveniuntur f. || quo autem modo f, s.; autem *om.* r, *sed in margine:* quo autem modo. 5 pariter pares f. 7 videtur a, videtur *et supra versum* l detur b, videtur r. 8 discretionis a || sintque] ut sint r || cuncti in ordinem c, s; in ordine *supra versum* d. 9 uno *ex corr. addit* r || ·I· *om.* a, c. 10 in infinita b, l. 11 in *om.* a, b. 12 pariter pares sunt f. 13 omnis eius f. 14 quacunque *om.* a, c; quacunque parte f, s. || inter r. || est numerum c. 15 tantumque a, r. 19 ita d, ipsa f, est ista c. || tantam in priore summam a, b; tantum in priore summam, f, l; *in* f *tamen* priore *in* prioris *mutatum est sec. manu.* 20 fit] sit c. 22 ipsa f, ipsas partes s. || sint c. 24 extremitates b, f, r, s. 25 *iidem numeri in* l *iterum leguntur in parte dextera,*

xima. In hoc igitur, quoniam pares dispositiones sunt, una medietas non potest inveniri. Sunt igitur duae, id est ·VIII· et ·XVI· quae considerandae sunt, quemadmodum ipsae sibi respondeant. Totius enim summae, id est ·CXXVIII· octava pars est ·XVI·, sextadecima ·VIII· Rursus super has partes quae sunt, ipsae sibi invicem respondebunt, id est ·XXXII· et ·IIII· Nam ·XXXII· quarta pars est totius summae, ·IIII· vero tricesima secunda. Rursus super has partes ·LXIIII· secunda pars est, ·II· vero sexagesima quarta; donec extremitates limitem faciant, quas dubium non est eadem responsione gaudere. Est enim omnis summa semel ·CXXVIII·, unus vero centesimus vicesimus octavus.

Si autem inpares terminos ponamus, id est summas — idem enim terminos quod summas nomino — secundum inparis naturam potest una medietas inveniri atque ipsa una sibi est responsura. Si enim ponatur hic ordo I. II. IIII. VIII. XVI. XXXII. LXIIII. una erit sola medietas, id est VIII., qui VIII. summae totius pars est octava, et sibi ipsi ad denominationem quantitatemque convertitur. Eodemque modo sicut superius circa ipsum qui sunt termini donant sibi mutua nomina secundum proprias quantitates vocabulumque permutant. Nam ·IIII· sextadecima pars est totius summae, ·XVI· vero quarta. Et rursus super terminos hos ·XXXII· secunda pars est totius summae, ·II· vero tricesima secunda; et semel tota summa ·LXIIII· sunt, sexagesima quarta vero unitas invenitur. Hoc igitur est, quod dictum est, omnes eius partes et nomine et quantitate pariter pares inveniri.

itemque tn s *in margine, ubi addita sunt haec:* Centesima XX^{a} VIII^{a} As. Sexagies quater II. CXXVIII *et cetera usque ad* CXXVIII. 4 sibi ipsae c, d, l; sibi invicem ipsae r. 5 VIII^{va} f. 6 sibi ipsae b, d, l, r, s. 7 respondebunt invicem f. || ·IIII^{or}· f. 8—9 XXXII. c. 10 duo f. 12 unum vero centesima vicesima octava s. 13 vicesimus *om.* c. 17 una sibi ipsa a, c. || responsura est f. 20 Eodem quoque f. 24 Et *om.* s. 25 hos terminos d, l. 26 duo c.

Hoc quoque multa consideratione multaque constantia divinitatis perfectum est, ut ordinatim dispositae minores summae in hoc numero et super se ipsas coacervatae sequenti minus uno semper aequentur. Si enim unum iungas his, qui sequuntur, duobus, fiunt ·III·, id est, qui uno minus quaternario cadant, et si superioribus addas ·IIII·, sunt ·VII·, qui ab octonario sequente sola unitate vincuntur. Sed si eosdem ·VIII· supradictis adiunxeris, ·XV· fient, qui par ·XVI· numeri existeret quantitati, nisi minor unitas inpediret. Hoc autem prima etiam numeri progenies servat atque custodit. Namque unitas, quae prima est, duobus subsequentibus sola est unitate contractior; unde nihil mirum est, totum summae crementum proprio consentire principio. Haec autem nobis consideratio maxime proderit in his numeris cognoscendis, quos superfluos vel inminutos perfectosque monstrabimus. Illic enim coacervata quantitas partium numeri totius termino comparatur.

Illud quoque nulla possumus oblivione transmittere, quod in hoc numero respondentibus sibi invicem partibus multiplicatis maior extremitas eiusdem numeri summaque conficitur. Et primum si pares fuerint dispositiones medii multiplicantur atque deinde qui super ipsos sunt et usque ad supradictas extremitates. Si enim fuerint pares dispositiones secundum naturam paris duos in medio terminos continebunt, ut in ea dispositione numerorum, in qua extremus terminus ·CXXVIII· finitur. In hoc enim numero medietates sunt ·VIII· scilicet et ·XVI·, quae in se multiplicatae maioris summam crescente pluralitate conficient. Octies enim ·XVI· vel sedecies ·VIII·, si multiplices,

1 constantiae divinitate a, b, f; *eadem correxit in* constantia divinitatis d, constantia *(e rasura deleto)* divinitate c. 4 iungas unum f. 5 sequantur c. 6 quatuor f. 8 octo d, f. || quindecim a, l, r, s. 9 fiunt c. || sextidecimi c. || numeri ·XVI· f. || quantitatis a, quantitate d, l. 10 etiam prima c, f, s. || progenies numeri s. 12 sequentibus *omisso* sub b, d, f, l. 16 minutos c. || demonstrabimus f. || In illis d, l. 23 inde a, d, f, l. 24 pares fuerint c, s. 28 octo d.

·CXXVIII· summa concrescet, atque hi numeri, qui super eosdem sunt, si multiplicentur, idem faciunt. Nam ·IIII· et ·XXXII·, in se si multiplices supra dictam facient extremitatem. ·IIII· enim tricies et bis, vel quater ·XXXII· ducti ·CXXVIII· inmutabili necessitate conplebunt, atque hoc usque ad extremos terminos cadit, id est ·I· et ·CXXVIII· Semel enim extremus terminus ·CXXVIII· est; centies vicies atque octies unitate multiplicata nihil de priore quantitate mutabitur.

Si autem inpares fuerint dispositiones, unus medius terminus invenitur, atque ipse sibi propria multiplicatione respondet. In eo namque ordine numerorum, ubi extremus terminus ·LXIIII· pluralitate concluditur, sola invenitur una medietas, id est ·VIII·, quam si octies id est in semet ipsum multiplices ·LXIIII· explicabit, atque idem reddent illi, qui super hanc medietatem sunt, ut dudum hi, qui super duas positi, faciebant. Nam quater ·XVI· ·LXIIII· sunt et sedecies ·IIII· idem conplent. Rursus bis ·XXXII· facti a ·LXIIII· non discedunt, et tricies bis ·II· eosdem cumulant, et semel ·LXIIII· vel unitas sexagies quater multiplicata eundem numerum sine ulla varietate restituent.

De numero pariter inpari eiusque proprietatibus.

X. Pariter autem inpar numerus est, qui et ipse quidem paritatis naturam substantiamque sortitus est, sed in contraria divisione naturae numeri pariter paris obpo-

3 in sese *ante* in *ex corr.* si *addito* a, in se c, in se se, *altero* se *in* si *correcto*, d. 4 quatuor f. || bis *in margine, in contextu* secundum, *sed linea subnotatum* a, secundo *et supra versum* bis d, duo *et supra versum* secundo r, ·IIII c. || ·XXXII· quater s. 5 implebunt a. 14 una *om.* d, l. octo a, b, l, r. || si octies] socies, *litura inter* e *et* s *intercedente* d; si occies r. 17 *post* faciebant *addit* summam numerositatis extremae a, *in* s *haec in margine leguntur.* 18 sedecim d, f. || quater a, quattuor d, r. 20 duo d, f. 23 numero *om.* d, l. || eiusque proprietatibus *om.* d. || et eiusdem s. 24 inpar autem d, l, r. 25 est *post* paritatis *ponunt* b, d, l.

nitur. Docebitur namque, quam longe hic dissimili ratione dividatur. Nam quoniam par est, in partes aequales recipit sectionem, partes vero eius mox indivisibiles atque insecabiles permanebunt, ut sunt ·VI· X· XIIII· XVIII· XXII· et his similes. Mox enim hos numeros si in gemina fueris divisione partitus, incurris in inparem, quem secare non possis. Accidit autem his quod omnes partes contrarie denominatas habent, quam sunt quantitates ipsarum partium, quae denominantur. Neque unquam fieri potest, ut quaelibet pars huius numeri eiusdem generis denominationem quantitatemque suscipiat. Semper enim si denominatio fuerit par, quantitas partis erit inpar, si denominatio inpar, quantitas par: ut in ·XVIII· secunda eius pars, id est media, quod paritatis nomen est, ·VIIII·, quae inpar est quantitas; tertia vero, quae inpar est denominatio, ·VI·, cui par pluralitas est. Rursus si convertas, sexta pars, quae par est denominatio, ·III· sunt, sed ternarius inpar est; et nona pars, quod inpar est vocabulum, ·II·, qui par numerus est; atque idem in aliis cunctis, qui sunt pariter inpares, invenitur. Neque unquam fieri potest, ut, cuiuslibet partis eiusdem sit generis nomen et numerus.

Fit autem horum procreatio numerorum, si ab uno disponantur, quicunque duobus differunt, id est omnibus inparibus naturali sequentia atque ordine constitutis. Namque hi si per binarium numerum multiplicentur, omnes pariter inpares rite pluralitas demensa sufficiet. Ponatur enim prima unitas ·I· et post hunc, qui ab hoc duobus differt, id est ·III· et post hunc, qui rursus a supe-

2 aequas b, d, l. 3 sectiones b, d, f. 4 ut sunt *om.* b. || *ante* ·VI· *addit* ·II· f. 6 incurres s. || in inparem *om.* c. 7 contrariae c, d, f. 11 et si fuerit denominatio d, l; et si denominatio fuerit f; si denominatio fuerit s. 12 par] erit par d, f, l. 14 eius pars est d, l; pars eius est. f. || dimidia f. 15 quantitatis f. 16 sex d, f. || *post.* ·VI· *addit* sunt l; *supra versum* a, d, s. || est *om.* c. 18 tres a, b, d, l, r, s. 19 *post.* ·II· *addit* sunt l; *supra versum* d, s. 20 pares c. 21 sit eiusdem a, c, s; sit, eiusdem sit b. 27 efficiet, e *expuncto et* su *superposito*, efficiet s; l *in rasura.* 29 differt duobus f. tres a, b, d, f, l, r, s.

riore duobus, id est ·V·, et hoc in infinitum et sit huius modi dispositio

I. III. V. VII. VIIII. XI. XIII. XV. XVII. XVIIII.

Hi ergo naturaliter se sequentes inpares sunt, quos nullus in medio par numerus distinguit. Hos si per binarium numerum multiplices, efficies hoc modo: bis ·I· id est ·II·, qui dividitur quidem, sed eius partes indivisibiles repperiuntur propter insecabilis unitatis naturam; bis ·III·, bis ·V·, bis ·VII·, bis ·VIIII·, bis ·XI. et deinceps, ex quibus nascuntur hi: II. VI. X. XIIII. XVIII. XXII., quos si dividas, unam recipient sectionem ceteram repudiantes, quod secunda divisio ab inparis medietate partis excluditur.

His autem numeris a se invicem quaternarii sola distantia est; namque inter ·II· et ·VI· numeros ·IIII· sunt, rursus inter ·VI· et ·X· et inter ·X· et ·XIIII·, inter ·XIIII· et ·XVIII· idem quaternarius differentiam facit. Hi namque omnes quaternaria sese numerositate transcendunt, quod idcirco contingit, quoniam primi qui positi sunt, id est eorum fundamenta, binario se numero praecedebant, quos quoniam per binarium multiplicavimus, in quaternarium numerum crevit illa progressio; ·II· enim per ·II· multiplicati quaternariam faciunt summam. Igitur in naturalis numeri dispositione pariter inpares numeri quinto loco a se distant, solis ·IIII· se praecedunt, ·III· in medio transeuntes, per binarium numerum multiplicatis inparibus procreati. Contrariae vero esse dicuntur hae species numerorum, id est pariter par et pariter inpar, quod in

4 sese f. 5 detinet *et supra versum* disiungit d, disiungit l, distinguet r. 6 unum d 7 duo d. 9 tres d || quinque d. || septem d || novem d. 10 duo a, ·I· c. 11 recipiunt a, d, f, l, r, s. 12 quia *et supra versum* l quod s. 15 duo a, b, f, l, r, s. 16 sex a, b, c, d, l, r, s. || inter ·X· et *om.* c. || et quatuordecim f. || et inter ·XIIII· r || inter ·XIIII· et ·XVIII· *om.* d, f, l. 22 duo enim c, f, s. || per bis b, f, r, s; bis *eraso* per c, d; bis *omisso* per l. 23 facient a, d, f, l, r. 25 distant et f. *Fortasse scribendum est:* distantes. 26 *supra* inparibus *supra versum* ex f. 27 Contrarie f, r. || haeae a, b, f. he r.

numero pariter inpari sola divisionem recipit maior extremitas, in illo vero solus minor terminus sectione solutus est, et quod in forma pariter paris numeri ab extremitatibus incipienti et usque ad media progredienti, quod continetur sub extremis terminis, idem est illi, quod continetur sub intra se positis summulis atque hoc idem usquedum ad duas medietates fuerit ventum in dispositionibus scilicet paribus; si autem fuerint inpares dispositiones, quod ab una medietate conficitur, hoc idem sub altrinsecus positis partibus procreatur, atque hoc usquedum ad extremitates progressio fiat. In ea enim dispositione, quae est par ut II. IIII. VIII. XVI., idem reddunt ·II· per ·XVI· multiplicati, quod ·IIII· per octonarium ducti, utroque enim modo ·XXXII· fient. Quod si inpar sit ordo, ut est II. IIII. VIII., idem facient extremi, quod medietas; bis enim ·VIII· sunt ·XVI·, qui numerus a quaternario in se ducto perficitur. In numero vero pariter inpari, si fuerit unus in medio terminus, circum se positorum terminorum, si in unum redigantur, medietas est, et idem eorum quoque, qui super hos sunt terminos, medietas est, atque hoc usque ad extremos omnium terminorum, ut in eo ordine, qui est pariter inparium numerorum, II. VI. X., iunctus binarius cum denario ·XII· explet, cuius senarius medietas invenitur. Si vero fuerint duae medietates iunctae, ipsae utraeque aequales erunt super se terminis constitutis, ut est in hoc ordine II. VI. X. XIIII. Iuncti enim ·II· et ·XIIII· in ·XVI· crescunt, quos senarius cum denario copulatus efficiet. At-

4 quod *om.* c. 5 extimis d, extimis *correctum in* extremis l. 10 extrinsecus l; extrinsecus *in contextu*, atrinsecus *in margine* a. 11 processio c, r. 12 par ut *om.* a, d, l, r; par ut *supra versum* f, par *supra versum omisso* ut s. 13 duo f. || quat. d. || octonarium numerum a, c, s. 15 faciunt f. || extimi d, l. 16 octo d. || *post* ·XVI· *addunt* quatuor quater sunt ·XVI· a, b, quater ·IIII· sunt ·XVI· c, r. *In* d *haec verba in margine erant scripta rursusque deleta sunt rasura.* 21 extimos d, l. 25 duae fuerint f. 27 duo c, d, f. || sedecim b, c, d, s. || crescent d. 28 copulatis c. || efficiat r.

que hoc in numerosioribus terminis initio sumpto a mediis evenit usquedum ad extrema veniatur.

De numero inpariter pari eiusque proprietatibus deque eius ad pariter parem et pariter inparem cognatione.

XI. Inpariter par numerus est ex utrisque confectus et medietatis loco gemina extremitate concluditur, ut, quo ab utroque discrepet, eadem ad alterutrum cognatione iungatur. Hic autem talis est, qui dividitur in aequas partes, cuiusque pars in alias aequas dividi potest, etiam aliquando partes partium dividuntur, sed non usque ad unitatem progreditur aequalis illa disiunctio, ut sunt ·XXIIII· et ·XXVIII· Hi enim possunt in medietates dividi et eorum rursus partes in alias medietates sine aliqua dubitatione solvuntur. Sunt etiam quidam alii numeri, quorum partes alias recipiunt divisiones, sed ipsa divisio ad unitatem usque non pervenit. Igitur in eo, quod plus quam unam suscipit sectionem, habet similitudinem pariter paris, sed a pariter inpari segregatur; in eo vero, quod usque ad unum sectio illa non ducitur, pariter inparem non refutat, sed a pariter pari disiungitur. Contingit autem huic numero et utraque habere, quae superiores non habent, et utraque, quae illi recipiunt, obtinere. Et habet quidem, quod utrique non habent, quod, cum in uno solus maior terminus divideretur, in alio vero solus minor terminus non divideretur, in hoc neque solus maior terminus divisionem recipit, neque minor solus terminus a divisione seiungitur. Nam et partes solvuntur et usque ad unitatem sectio illa non pervenit, sed ante unitatem invenitur terminus, quem secare non possis. Obti-

3 *Inscriptionem om.* d. Descriptionis ad impariter paris naturam p. l. 7 ad *om.* a. 10 sed non ut b, d, f, l. 11 progrediatur d, f, l, r; progreditur, a *supra* i *posito* b. || aequabilis d, l. || divisio f. 15 recipiant a, s, recipiunt *et supra versum* ł ant b. 17 recipit c. 24 in uno superiorum f, superiorum *ex corr. supra versum* l. || videretur, di *ex corr. addito*, d. 26 solus minor a, b. 28 illa *om.* a, non pervenit illa sectio f.

net autem, quae illi quoque recipiunt, quod quaedam partes eius respondent denominanturque secundum genus suum ad propriam quantitatem, ad similitudinem scilicet pariter paris numeri, aliae vero partes contrariam denominationem sumunt propriae quantitatis, ad pariter inparis scilicet formam. In ·XXIIII· enim numero par est quantitas partis a pari numero denominata. Nam quarta ·VI· secunda ·XII· sexta vero ·IIII· duodecima ·II·, quae vocabula partium a quantitatis paritate non discrepant. Contrarie vero denominantur, ut tertia pars ·VIII·, octava vero ·III· Vicesima autem quarta ·I· quae denominationes cum pares sint, inveniuntur inpares quantitates, et cum sint pares summae, sunt inpares denominationes.

Nascuntur autem tales numeri ita, ut substantiam naturamque suam in ipsa etiam propria generatione designent ex pariter paribus et pariter inparibus procreari. Pariter enim inpares cuncti dudum ordinatim positis inparibus nascebantur, pariter vero pares ex duplici progressione. Disponantur igitur omnes in ordinem naturaliter inpares a tribus et sub his a quattuor inchoantes omnes duplices et sint hoc modo:

III.	V.	VII.	VIIII.	XI.	XIII.
IIII.	VIII.	XVI.	XXXII.	LXIIII.	CXXVIII.

8 secunda vero a, b, c, d, l, r. || sexta vero ·IIII· duodecima ·II· secunda ·XII· f; sexta vero ·IIII· secunda vero ·XII· duodecima ·II· s. 10 Contrariae c, d, f, r. || ut cum a, cum ut r, s. || ·III· c. 11 vero *om.* c, f. || *post* ·III· *addita sunt in* a: semel ·XXIIII· quae quantitas par est, sed denominatio inpar: *quae verba secunda manu adscripta sunt in margine* in b, d, l, r. || quarta autem d, f, l. || unitas r, unitas est c, unitas est semel ·XXIIII· una, quae quantitas par est, sed denominatio impar s. || denominatio cum par sit, invenitur inpar quantitas a. 16 procreati *correctum in* procreari a, c, f; procreari *et supra versum* ł ti b, r. 19 Disponebantur r. || in ordinem .... inchoantes omnes *in margine superiore secunda manu* r. || in ordine d. 20 a tribus *om.* a, d, f, r; *supra versum* c. || ·IIII· f. 22 *Huic versui addit ab initio:* Pariter inpares f; *in fine addunt:* ·XV· b, l; *similiter sequenti versui:* Pariter pares f; ·CCLVI· b, l.

His igitur ita positis si primus primi multiplicatione concrescat, id est si quaternarii ternarius, vel si idem primus secundi, id est octonarii ternarius, vel si idem primus tertii, id est ternarius sedecimi, et idem usque ad ultimum, vel si secundus primi, vel si secundus secundi, vel si secundus tertii et eadem usque ad extremum multiplicatio proferatur, vel si tertius a primo inchoans usque in extremum transeat atque ita quartus et omnes in ordinem superiores multiplicent eos, qui sub ipsis in dispositione sunt, omnes inpariter pares procreabuntur. Huius autem rei tale sumamus exemplum. Si ·III· quater multiplices ·XII· fient, vel si ·V· quattuor multiplicent ·XX· numerus excrescet, vel si item ·VII· multiplicent ·IIII· ·XXVIII· succrescet, atque hoc usque in finem. Rursus si ·VIII· multiplicent ·III· nascentur ·XXIIII·; si ·VIII· in ·V· fiunt ·XL·, si ·VIII· in ·VII· colligentur ·LVI· atque ad hunc modum si omnes inferiores duplices a superioribus multiplicentur, vel si superiores eosdem inferiores multiplicent, cunctos, qui nati fuerint, inpariter pares invenies.

Atque haec est admirabilis huius numeri forma, quod cum fuerit ipsa dispositio descriptioque perspecta numerorum, ad latitudinem pariter inparium, ad longitudinem pariter parium numerorum proprietas invenitur. Sunt enim duabus in latitudine medietatibus aequales duae ex-

1 *Ante* His *capitis numerum* ·XII· *habet* f. || dispositis b. 4 ·XVI· a, f, l, sedecim c, d, s, sedecim *et supra versum* al. sedecimi b; sed cum *linea inductum et supra versum secunda manu* sedecim r. 5 vel si secundus secundi *in margine sec. m.* d. || *alterum* si *omisso* c. 6 si *om.* d. 7 perferatur a, b. || usque ad f. 8 extimum d. 10 procreabuntur *litteris* u *et* r *lineolis inductis* b. 12 fient ·XII· c, s. 12 et 13 quinque quater multiplices ·XX^{mus}· numerus excrescit f. 13 idem a, d, r, s; item *et supra versum* l idem b. || ·IIII· multiplicent ·VII· b, ·IIII· multiplicent quat. d. || 14 ·XX^{mus}· octavus succrescit f. || in finem usque r; usque *om.* a. 15 nascuntur a, c, f, r. 16 colliguntur f. 21 ammirabilis d, r, s. || quod *et supra versum* ·I· quia s. 22 discretioque perfecta c. 23 et ad longitudinem s, ad longitudinem vero c, s. 25 duobus a, c. || in latitudine *om.* a, b, c, f, l, r, s.

tremitates [vel una medietate duae duplices extremitates. In longitudine vero pariter paris numeri rem proprietatemque designat. Quod enim sub duabus medietatibus continetur, aequale est ei, quod sub extremis conficitur, vel quod ab una medietate nascitur, aequale est illi, quod sub utrisque extremitatibus continetur. Descriptio autem, quae subposita est, hoc modo facta est: quantoscunque in ordine pariter parium numerorum ternarius numerus multiplicavit, quicunque ex eo procreati sunt, primo sunt versu dispositi; rursus qui eosdem multiplicante quinario nati sunt, secundo loco sunt constituti, post vero, quos septenarius ceteros multiplicando procreavit, eosdem tertio conscripsimus loco, atque idem in reliqua descriptionis parte perfecimus.

III.	V.	VII.	VIIII.
IIII.	VIII.	XVI.	XXXII.

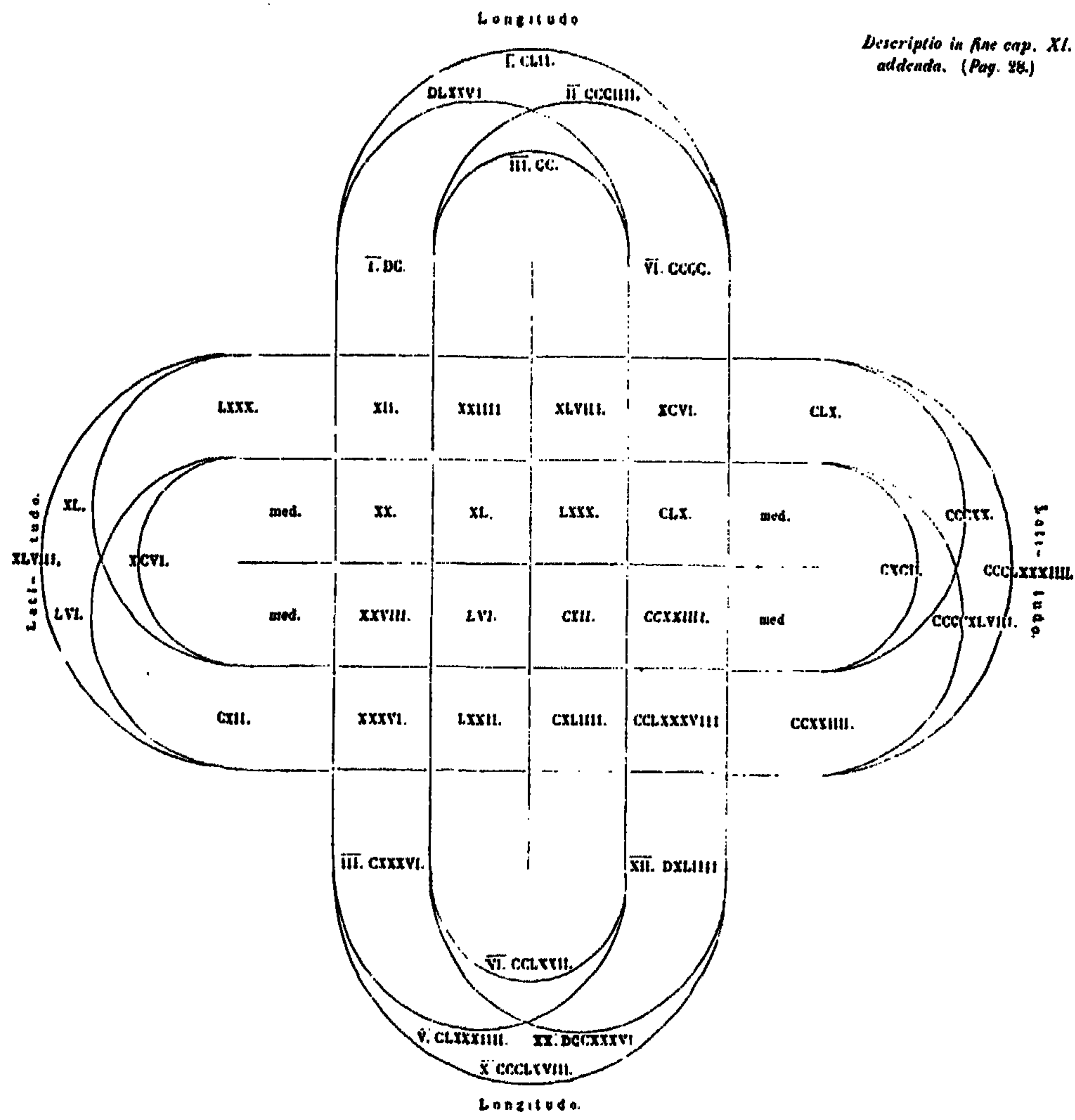
(*Vide descriptionem in tabula seorsum addita.*)

Descriptionis ad inpariter paris naturam pertinentis [*expositio.*

XII. Superius igitur digestae descriptionis haec ratio est: Si ad latitudinem respicias, ubi est duorum terminorum una medietas, ipsosque terminos iungas, duplos eos medietate propria repperies, ut ·XXXVI· et ·XX· faciunt ·LVI·, quorum medietas est ·XXVIII·, qui medius est inter eos terminus constitutus. Et rursus ·XXVIII· et ·XII· si iungas, faciunt ·XL·, quorum ·XX· medietas medius eorum

1 uni medietati a, b, c, l. 2 in longitudinem a, c, r, s. 3 designet r, designat *et supra* a *secunda manu* en a. 4 est *om.* d. l. || extimis d, l. 9 multiplicabit a, b, c, f. 10 versu sunt f. 12 multiplicari d, multiplicans *et supra* s ł do r. || procreabit c, procreavit, v *correcto in* b, a. 13 conscribimus b, d. || in *om.* a. 15 et 16 *Hos duos versus om.* c, s. *Figurae arcus in codicibus aliter in aliis sunt ducti, etiam numeri varie sunt dispositi. In* c *desunt inscriptiones* Longitudo, Latitudo. 18 *Inscript. om.* d, f. || ad inpariter paris naturam pertinentis *om.* l, *ubi leguntur* superius positae. 20 XII. *om.* f. || igitur *om.* c. 23 propria medietate r, s. 26 medietas *om.* f.

Descriptio in fine cap. XI. addenda. (*Pag.* 28.)



terminus invenitur. At vero ubi duas medietates habent, utraeque extremitates iunctae utrisque medietatibus aequales fiunt, ut ·XII· et ·XXXVI·, cum iunxeris, fiunt ·XLVIII· Horum si medietates sibimet applicaveris, id est ·XX· et ·XXVIII·, idem erit. Atque in alia parte latitudinis eodem ordine qui fiunt numeri notati sunt, neque ulla in re ratio utriusque latitudinis discrepabit; idemque in eodem ordine in ceteris numeris pernotabis; et hoc secundum formam pariter inparis numeri fit, in quo hanc proprietatem esse supra iam dictum est.

Rursus si ad longitudinem respicias, ubi duo termini unam medietatem habent, quod fit ex multiplicatis extremitatibus, hoc fit, si medius terminus suae capiat pluralitatis augmenta. Nam duodecies ·XLVIII· faciunt ·DLXXVI·; medius vero eorum terminus, id est ·XXIIII· si multiplicetur, eosdem rursus ·DLXXVI· procreabit. Et rursus si ·XXIIII· in ·XCVI· multiplicentur, faciunt $\overline{\mathrm{II}}$. CCC. IIII., quorum medius terminus, id est ·XLVIII· si in semet ipsum ducatur, idem. $\overline{\mathrm{II}}$. CCC. IIII. procreantur. Ubi autem termini duo duas medietates includunt, quod fit multiplicatis extremitatibus, hoc idem redditur in alterutram summam medietatibus ductis. Duodecies enim ·XCVI· multiplicatis $\overline{\mathrm{I}}$. CLII. procreantur. Duae vero eorum medietates, id est ·XXIIII· et ·XLVIII· si in semet ipsas multiplicentur, eosdem $\overline{\mathrm{I}}$. CLII. restituent. Atque hoc est ad imitationem cognationemque numeri pariter paris, a quo participatione tracta haec ei recognoscitur ingenerata proprietas. Et in alio vero latere longitudinis

1 duae medietates habentur f. 4 adplicaris r, applicaris d, l, applicabis s. 6 fiant a, c, r. 7 illa inseratio a || illa, i *expuncto et* v *supra scripto* c. || idem quoque d, l. 9 fit numeri f. 11 Rursum a. 14 aucmenta c. 15 multiplicentur d, l, s; multiplice tur, n *rasura deleto* r. 17 *Post* $\overline{\mathrm{II}}$. CCC. IIII. *addit* procreantur c, *sed ut deleturi manum agnoscas*. 19 deducatur f. || id est c, d; idem *om.* f; *in* 1 *est litura.* || duo CCC. IIII. d. 20 duo termini b, d, l, r. || duas *om.* d, l. 26 est *om.* d, l. || cognitionemque f. || numeri *om.* c.

eadem ratio descriptioque notata est. Quare manifestum est, hunc numerum ex prioribus duobus esse procreatum, quoniam eorum retinet proprietates.

De numero inpari eiusque divisione.

XIII. Inpar quoque numerus, qui a paris numeri natura substantiaque disiunctus est, — si quidem ille in gemina aequa dividi potest, hic ne secari queat, unitatis inpedit interventus, — tres habet similiter subdivisiones, quarum una eius pars est is numerus, qui vocatur primus et incompositus, secunda vero, qui est secundus et compositus, et tertia is, qui quadam horum medietate coniunctus est et ab utriusque cognatione aliquid naturaliter trahit, qui est per se quidem secundus et compositus, sed ad alios comparatus primus et incompositus invenitur.

De primo et incomposito.

XIIII. Et primus quidem et incompositus est, qui nullam aliam partem habet nisi eam, quae a tota numeri quantitate denominata sit, ut ipsa pars non sit nisi unitas, ut sunt III. V. VII. XI. XIII. XVII. XVIIII. XXIII. XXVIIII. XXXI. In his ergo singulis nulla unquam alia pars invenietur, nisi quae ab ipsis denominata est, et ipsa tantum unitas, ut supra iam dictum est. In tribus enim una pars sola est, id est tertia, quae a tribus scilicet denominata est, et ipsa tertia pars unitas; eodemque modo quinarii sola quinta pars est et haec unitas, atque idem in singulis consequens repperietur. Dicitur autem primus et incompositus, quod nullus eum alter numerus metiatur praeter solam, quae cunctis mater est, unitatem. Namque ter-

1 scriptioque b. 3 proprietas c. 4 numero *om.* d, l. 5 ·XIIII· d. 8 ·III· c. 11 et] sed d, f, l. 12 naturaliter aliquid f. 13 sed et alios c. 15 *Inscript. om.* d. || proprio *correctum in* primo a. 17 partem aliam d, l. || partem *supra versum* f. 19 ·XVIIII· XXIII· *om.* c. || ·XXIII· ·XXVII· ·XXVIIII· ·XXXI· a. 21 tamen c. 23 ·III· c. 24 ·III· c. 25 idem *om.* l. || in *om.* c, d; *supra versum* l, s.

narium ·II· non numerant, idcirco, quoniam si solos duos contra ·III· compares, pauciores sunt, sin vero binarium bis facias, amplior est tribus, cum crescit in ·IIII· Metitur autem numerus numerum, quotiens vel semel vel bis vel tertio vel quotienslibet numerus ad numerum comparatus neque deminuta summa neque aucta ad comparati numeri terminum usque pervenerit, ut ·II· si ad ·VI· compares, binarius numerus senarium tertio metietur. Primos ergo et incompositos nullus numerus metietur praeter unitatem solam, quoniam ex nullis aliis numeris compositi sunt, sed tantum ex unitatibus in semet ipsis auctis multiplicatisque procreantur. Ter enim unus ·III· et quinquies unus ·V· et septies unus ·VII· fecerunt, et alii quidem, quos supra descripsimus, eodem modo nascuntur. Hi autem in semet ipsos multiplicati faciunt alios numeros velut primi, eosque primam rerum substantiam vimque sortitos cunctorum a se procreatorum velut quaedam elementa repperies, quia scilicet incompositi sunt et simplici generatione formati atque in eos omnes, quicunque ex his prolati sunt numeri, resolvuntur, ipsi vero neque ex aliis producuntur neque in alios reducuntur.

De secundo et composito.

XV. Secundus vero et compositus et ipse quidem inpar est, propterea quod eadem inparis proprietate formatus est, sed nullam in se retinet substantiam principalem compositusque est ex aliis numeris habetque partes et a se ipso et ab alieno vocabulo denominatas; sed a se ipso denominatam partem solam semper in his repperies unitatem, ab alieno vero vocabulo vel unam vel quotlibet

1 duo f. 2 tres f. 3 quattuor d, f. 7 provenit a, c, d, l. || duo f. 8 metitur f. 13 tres f. || quinque f. 14 alios c. 16 prima a. 17 a se *om.* c. 18 scilicet et a, b, f. 22 alia a, b, d, f, l. || recluduntur c. 25 quia c. 28—30 denominatas . . . . vocabulo *in margine superiore* r. 29 reperio b. 30 *alterum* vel *om.* c. || quodlibet c, d, r.

alias, quanti fuerint scilicet numeri quibus ille compositis procreatur, ut sunt hi: VIIII. XV. XXI. XXV. XXVII. XXXIII. XXXVIIII. Horum ergo singuli habent quidem a se denominatas partes proprias, scilicet unitates, ut ·VIIII· nonam, id est unum, ·XV· quintam decimam eandem rursus unitatem et in ceteris, quos supra descripsimus, idem convenit.

Habent etiam ab alieno vocabulo partem, ut ·VIIII· tertiam, id est ternarium, et ·XV· tertiam, id est quinque, et quintam, id est tres; ·XXI· vero tertiam ·VII·, septimam ·III·; et in omnibus aliis eadem consequentia est.

Secundus autem vocatur hic numerus, quoniam non sola unitate metitur sed etiam alio numero, a quo scilicet coniunctus est, neque habet quicquam in se principalis intellegentiae. Nam ex aliis numeris procreatur. ·VIIII· quidem ex tribus, ·XV· vero ex tribus et ·V·, at ·XXI· ex tribus et ·VII· et ceteri eodem modo. Compositus autem dicitur eo, quod resolvi potest in eosdem ipsos, a quibus dicitur esse compositus, in eos scilicet, qui compositum numerum metiuntur. Nihil autem, quod dissolvi potest, incompositum est, sed omni rerum necessitate compositum.

De eo, qui per se secundus et compositus est, ad alium primus et incompositus.

XVI. His vero contra se positis, id est primo et incomposito et secundo et composito, et naturali diversitate disiunctis alius in medio consideratur, qui ipse quidem

1 compositus c, l. 5 unam d, f, l, r. 6 eadem a. 9 quindecim c. || ·V· c, d, f. 10 ·III· c, s. || tertiam ·VII· *et supra versum* id est b. || et septimam s. 11 tres a, b, d, f, l, r. || in *om.* a. 13 alio *et supra versum* ł alieno b. 14 in se quicquam a, s; in se quoddam c. 15 Novem f. 16 et ·XXI· a, c, f, s. 17 septem d, f. 18 eo *om.* a, d, l. 18—21 in eosdem .... compositum *in margine inferiore* r. 20 numerum *om.* f. || solvi, dis *rasura deleto* d; solvi, *omisso* dis, l. 21 est *om.* c. 22 *Inscriptionem in margine habet secunda manu* d. || De his quod f. || ad alium .... incompositus *om.* c. || ad alium vero f; ad alium comparatus r, s. 26 disiunctus c.

compositus sit et secundus et alterius recipiens mensionem atque ideo et partis alieni vocabuli capax, sed cum fuerit ad alium eiusdem generis numerum comparatus, nulla cum eo communi mensura coniungitur; nec habebunt partes aequivocas; ut sunt ·VIIII· ad ·XXV· Nulla hos communis numerorum mensura metitur, nisi forte unitas, quae omnium numerorum mensura communis est. Et hi quidem non habent aequivocas partes. Nam quae in ·VIIII· tertia est, in ·XXV· non est, et quae in ·XXV· quinta est, in novenario non est. Ergo hi per naturam utrique secundi et compositi sunt, comparati vero ad se invicem primi incompositique redduntur, quod utrosque nulla alia mensura metitur, nisi unitas, quae ab utrisque denominata est; nam in novenario nona est, in ·XXV· vicesima quinta.

De primi et incompositi et secundi et compositi et ad se quidem secundi et compositi, ad alterum vero primi et incompositi procreatione.

XVII. Generatio autem ipsorum atque ortus huiusmodi investigatione colligitur, quam scilicet Eratosthenes cribrum nominabat, quod cunctis inparibus in medio conlocatis per eam quam tradituri sumus artem, qui primi quive secundi quique tertii generis videantur esse distinguitur. Disponantur enim a ternario numero cuncti in ordinem inpares in quamlibet longissimam porrectionem. III. V. VII. VIIII. XI. XIII. XV. XVII. XVIIII. XXI. XXIII. XXV. XXVII. XXVIIII. XXXI. XXXIII.

1 est f; sit *et supra versum* est s. || mansionem c. 2 capax est s. 4 habebit r. 8 Namque a, l. 14 nam quae f, s; quae *supra versum sec. m.* d; nam que, *lineola*, *qua* e *in* ae *mutatur*, *erasa*, l; nam *supra versum*, quae *secunda manu addito* r. 16 *Inscriptio in margine legitur in* d. || et secundi et compositi *om.* c, d, l, r, s; *supra versum* b. || incompositi et secundi et *om.* a. 17 et alterum b. || alterutrum c. || vero *om.* l. 21 nominavit f. 22 quam *om.* a, r; *supra versum* d. 23 quive tertii a, c, s. || esse videantur s. 24 distinguuntur r.

XXXV. XXXVII. XXXVIIII. XLI. XLIII. XLV. XLVII. His igitur ita dispositis considerandum, primus numerus quem eorum, qui sunt in ordine positi, primum metiri possit. Sed duobus praeteritis illum, qui post eos est positus, mox metitur, et, si post eundem ipsum, quem mensus est, alii duo transmissi sint, illum qui post duos est, rursus metitur, et eodem modo, si duos quis reliquerit, post eos qui est, a primo numero metiendus est; eodemque modo relictis semper duobus omnes a primo in infinitum pergentes metientur.

Sed id non vulgo neque confuse. Nam primus numerus illum, qui est post duos secundum se locatos, per suam quantitatem metitur. Ternarius enim intermissis duobus id est ·V· et ·VII· novenarium metitur, et hoc per suam quantitatem id est per ternarium. Ternarius enim numerus tertio ·VIIII· metitur. Si autem post novenarium duos reliquero, qui mihi post illos incurrerit, a primo metiendus est per secundi inparis quantitatem, id est per quinarium. Nam si post ·VIIII· duos relinquam, id est ·XI· et ·XIII· ternarius numerus ·XV· metietur per secundi numeri quantitatem, id est per quinarii, quoniam ternarius ·XV· quinquies metitur. Rursus si a quindenario inchoans duos intermisero, qui posterior positus est, eius primus numerus mensura est per tertii inparis pluralitatem. Nam si post ·XV· intermisero ·XVII· et ·XVIIII·, incurrit ·XXI·, quem ternarius numerus secundum septenarium metitur. ·XXI· enim numeri ternarius septima pars est, atque ideo hoc in infinitum faciens repperio primum numerum, si binos intermiserit, omnes sequentes posse metiri secundum quantitatem positorum ordine inparium numerorum.

1 ·XLVIIII· *addit* b, ·XLVIIII· ·LI· f. 2 considerandum est f, l; est *supra versum habet* b. 6 sunt c, f. sunt *rasura in* sint *mutatum* r. 11 *supra* vulgo: est b. 13 metitur .... suam quantitatem *om.* f. 22 metietur a. || quinario c, r. 26 vicesimus unus a, s, vicesimus ·I· c, viginti unus b, d. 27 vicesimi enim primi f, vicesimi primi enim s. 28 ideo *expunxit* b. 29 intermiseris a, f. || post se a, b, c, s.

Sin vero quinarius numerus, qui in secundo loco est constitutus, velit quis, cuius prima ac deinceps mensura sit, invenire, transmissis ·IIII· inparibus quintus ei, quem metiri possit, occurrit. Intermittantur enim ·IIII· inpares, id est ·VII· et ·VIIII· et ·XI· et ·XIII· Post hos est ·XV·, quem quinarius metitur secundum primi scilicet quantitatem id est ternarii. ·V· enim ·XV· tertio metitur. Ac deinceps si quattuor intermittat, eum, qui post illos locatus est secundus, id est quinarius, sui quantitate metitur. Nam post ·XV· intermissis ·XVII· et ·XVIIII· et ·XXI· et ·XXIII· post eos ·XXV· repperio, quos quinarius scilicet numerus sua pluralitate metitur. Quinquies enim quinario multiplicato ·XXV· succrescunt. Si vero post hunc quilibet ·IIII· intermittat, eadem ordinis servata constantia, qui eos sequitur, secundum tertii, id est septenarii numeri, summam a quinario metietur; atque haec est infinita progressio.

Si vero tertius numerus quem metiri possit, exquiritur, sex in medio relinquentur, et quem septimum ordo monstraverit, hic per primi numeri, id est ternarii, quantitatem metiendus est; et post illum sex aliis interpositis, quem post eos numerum series dabit, per quinarium, id est per secundum, tertii eum mensura percurret. Sin vero alios rursus sex in medio quis relinquat, ille, qui sequitur, per septenarium numerum ab eodem septenario metiendus est id est per tertii quantitatem; atque hic usque in extremum ratus ordo progreditur.

Suscipiant ergo metiendi vicissitudinem quemadmodum sunt in ordinem naturaliter inpares constituti. Metientur autem, si per pares numeros a binario inchoantes

3 quattuor d, quatuor f. 4 quatuor b, f, quattuor d. 7 ·XV· enim ·V· a, ·V· enim quindecim b, d. 8 quatuor f. ·IIII· c. 10 quindecim b, d. 14 quatuor b, f, quattuor d. 16 numeri *om.* c. || quinario numero f, l. || metitur c, d, l, r. 17 in infinita f. || processio a, r. 22 numerum *om.* s. numeri a, b, c, d, r; series numeri l. 23 praecurret *correctum* in percurret a, percurrat r. || Si d, l, r. 24 ·VI· d. 26 hic *om.* c. 27 rectus c. 28 Suscipient a, d, f, l.

positos inter se inpares rata intermissione transsiliant, ut primus duo, secundus ·IIII·, tertius ·VI· quartus ·VIII· quintus ·X·, vel si locos suos conduplicent et secundum duplicationem terminos intermittant, ut ternarius qui primus est numerus et unus — omnis enim primus unus est — bis locum suum multiplicet faciatque bis unum; qui cum ·II· sint, primus ·II· medios transeat. Rursus secundus, id est quinarius, si locum suum duplicet, ·IIII· explicabit, hic quoque uti ·IIII· intermittat. Item si septenarius, qui tertius est, locum suum duplicet, sex creabit. Bis enim ·III· senarium iungunt. Hic ergo in ordinem ·VI· relinquat. Quartus quoque si locum suum duplicet, ·VIII· succrescent. Ille quoque octo transsiliat. Atque hoc quidem in ceteris perspiciendum.

Modum autem mensionis secundum ordinem conlocatorum ipsa series dabit. Nam primus primum quem numerat, secundum primum numerat, id est secundum se; et secundum primus quem numerat, per secundum numerat, et tertium per tertium et quartum item per quartum. Cum autem secundus mensionem susceperit, primum quem numerat, secundum primum metitur, secundum vero quem numerat, per se, id est per secundum, et tertium per tertium, et in ceteris eadem similitudine mensura constabit. Alios ergo si respicias vel qui alios mensi sunt, vel qui ipsi ab aliis metiuntur, invenies omnium simul communem mensuram esse non posse, neque ut omnes quemquam alium simul numerent; quosdam autem ex his ab alio posse metiri, ita ut ab uno tantum numerentur; alios vero, ut etiam a pluri-

1—2 termissione . . . quartus ·VIII· *om.* c. 2 quattuor d, quatuor f. || sex . . . octo . . . decem d, f. 4 intermittunt a. s. 6 duplicet f. 7 duo d, f, s. || sunt f. || duos d, f, r, s. 8 quattuor d. 9 uti *om.* f, *rasura deletum* l. || interminat *et supra versum* intermittat r. 10 ·VI· f. 11 tres c, d, f. 12 sex c, d. 13 octo d. 14 prospiciendum a, perspiciendum est f. 15 ordinem *om.* c. 19 tertius a. || quartum *correctum in* quartus a. || per ·IIII· c. 25 ipsi *om.* l, *rasura deletum* d. 28 autem *om.* c. 29 *post* pluribus *addunt* numerentur d, l.

bus; quosdam autem, ut praeter unitatem eorum nulla mensura sit. Qui ergo nullam mensuram praeter unitatem recipiunt, hos primos et incompositos iudicamus, qui vero aliquam mensuram praeter unitatem vel alienigenae partis vocabulum sortiuntur, eos pronuntiemus secundos atque compositos. Tertium vero illud genus per se secundi et compositi, primi vero et incompositi ad alterutrum comparati, hac inquisitor ratione, repperiet. Si enim quoslibet illos numeros secundum suam in semet ipsos multiplices quantitatem, qui procreantur, ad alterutrum comparati nulla mensurae communione iunguntur. ·III· enim et ·V· si multiplices, ·III· tertio ·VIIII· facient, et quinquies ·V· reddent ·XXV· His igitur nulla est communis mensurae cognatio. Rursus ·V· et ·VII· quos procreant, si compares, hi quoque incommensurabiles erunt. Quinquies enim ·V·, ut dictum est, ·XXV·, septies ·VII· faciunt ·XLVIIII·, quorum mensura nulla communis est, nisi forte omnium horum procreatrix et mater unitas.

De inventione eorum numerorum, qui ad se secundi et compositi sunt, ad alios vero relati primi et incompositi.

XVIII. Qua vero ratione tales numeros invenire possimus, si quis nobis eosdem proponat et imperet agnoscere, utrum aliqua mensura commensurabiles sint, an certe sola unitas utrosque metiatur, repperiendi ars talis est. Datis enim duobus numeris inaequalibus, auferre de maiore minorem oportebit, et qui relictus fuerit, si maior est, auferre ex eo rursus minorem, si vero minor fuerit, eum ex reliquo maiore detrahere atque hoc eo

8 comparati *om.* c. || hanc insequitor rationem reperiet *et supra versum:* hac inquisitor ratione reperies r. || *ante* repperiet *addit* s: nullam mensurae rationem *et supra versum* subaudi per. || repperies d, l. 12 Tres c, f. || quinque a, l, r, s. || tres b, d, f. || tertio. ·III· c. || faciunt a, f; facient, e *in litura*, r. 13 reddunt f. || communionis a. 14 quinque a, l, r, s. || septem d, f. 16 quinque a, b, l, r. || septem a, b, d, l, r, s. || faciunt *om.* c. 19 *Titulus in margine legitur in* d. 22 nobis *om.* c.

usque faciendum, quoad unitas ultima vicem retractionis inpediat, aut aliquis numerus, inpar necessarìo, si utrique numeri inpares proponantur; sed eum, qui relinquitur, numerum sibi ipsi videbis aequalem. Ergo si in unum incurrat vicissim ista subtractio, primi contra se necessario numeri dicentur et nulla alia mensura nisi sola unitate coniuncti. Si vero ad aliquem numerum, ut superius dictum est, finis deminutionis incurrerit, erit numerus, qui metiatur utrasque summas, atque eundem ipsum, qui remanserit, dicemus utrorumque communem esse mensuram.

Age enim duos numeros propositos habeamus, quos iubeamur agnoscere, an eos aliqua communis mensura metiatur; atque hi sint ·VIIII· scilicet et ·XXVIIII· Hoc igitur modo faciemus reciprocam deminutionem. Auferamus de maiore minorem, hoc est de ·XXVIIII· novenarium, relinquentur ·XX· Ex his ergo ·XX· rursus minorem detrahamus, id est ·VIIII· et relinquentur ·XI· Ex his rursus detraho ·VIIII·, relicti sunt ·II. Quos si detraho novenario, reliqui sunt ·VII·; quos si duo rursus septenario dempserim, supersunt ·V·, atque ex his alios duos, ·III· rursus exuberant, quos alio binario deminutos sola unitas superstes egreditur. Rursus si ex duobus unum auferam in uno terminus detractionis haerebit, quem duorum illorum numerorum, id est ·VIIII· et

1 quoad *in litura* b. d; quoad *et supra versum* usque s; quo et *correctum in* quo vel a. 2 si *om.* c. 4 videbis ipsi sibi f. || Ergo qui f. || in *om.* c. 5 primi et inconpositi f, s. 8 ille erit l; erit *et supra versum* ille d; erit ipse s. 9 metitur d, l. || utrasque *in margine* s. 10 utrumque a. || esse communem f. 12 Age autem f. 13 mensura communis a, b. 14 metietur f. || sunt c, f, l, r, s. || et *om.* f. 15 dénominationem *et supra versum* deminutionem r. || Auferemus f, r. 16 de *om.* c. 18 detrahemus a, d, f, r, s. 19 duo d. 20 quos si] *coniecerim* quod si. || duos f, ·II· c, r. 22 ·II· c. || tres c, f. || rursum a, b, c, d, f, l, r. || exsuperant s. || alios d, l; alio *om.* f. || alio binario deminutos] si dempserim binario b. 23 egrediatur r. 24 herebit c, d, f, r, s. 25 illorum duorum f.

·XXVIIII· solam neque aliam constat esse mensuram. Hos ergo contra se primos vocabimus.

Sed sint alii numeri nobis eadem condicione propositi, id est ·XXI· et ·VIIII·, ut quales hi sint investigentur, cum sibimet fuerint invicem comparati. Rursus aufero de maiore minoris numeri quantitatem, id est ·VIIII· de ·XXI·, relinquuntur ·XII· Ex his rursus demo ·VIIII·, supersunt ·III· Qui si ex novenario detrahantur, senarius relinquetur. Quibus item si quis ternarium demat, ·III· relinquentur, de quibus ·III· detrahi nequeunt, atque hic est sibi ipsi aequalis. Nam ·III·, qui detrahebantur, usque ad ternarium numerum pervenerunt, a quo quoniam aequales sunt, detrahi minuique non poterunt. Hos igitur commensurabiles pronuntiabimus et est eorum, qui est reliquus, ternarius mensura communis.

Alia partitio paris secundum perfectos, inperfectos et ultra quam perfectos.

XVIIII. Ac de inparibus numeris quantum introductionis permittebat brevitas expeditum est. Rursus numerorum parium sic fit secunda divisio. Alii enim eorum sunt superflui, alii deminuti secundum utrasque habitudines inaequalitatis. Omnis quippe inaequalitas aut in maioribus aut in minoribus consideratur. Illi enim inmoderata quodammodo plenitudine proprii corporis modum partium suarum numerositate praecedunt; illos autem velut paupertate inopes oppressosque quadam naturae suae inopia minor, quam ipsi sunt, partium summa componit. Atque illi quidem, quorum partes ultra quam satis est sese por-

1 solum a, d, f, l, r. || alium d, f, l, r. 3 aliqui d, f, l. || conditione c, f, l, r, s. 4 sunt c, r, s. 7 relinquantur c, relinquentur f, s. 8 tres f. || retrahantur f. 9 Quibus item ... ·III· relinquentur *om.* c. 10 relinquuntur b, d, f, l, r. || tres detrahi c. || nequeant a. 11 tres d, f. 15 reliquus est a, c, s. 16 *Titulum in margine habet* d. 17 plus quam f. 18 Hoc f. 20 sunt eorum a, c, f. 25 procedunt a. 27 minori a. 28 utramq. *et supra versum* ultra quam r.

rexerint, superflui nominantur, ut sunt ·XII· vel ·XXIIII· Hi enim suis partibus comparati maiorem partium summam toto corpore sortiuntur. Est enim duodenarii medietas ·VI· pars tertia ·IIII· pars quarta ·III· pars sexta ·II· pars duodecima ·I· omnisque hic cumulus redundat in ·XVI· et totius corporis sui multitudinem vincunt. Rursus ·XXIIII· numeri medietas est ·XII·, tertia ·VIII·, quarta ·VI·, sexta ·IIII·, octava ·III·. duodecima ·II·, vicesima quarta ·I·, qui omnes ·XXX· et ·VI· rependunt. In qua re manifestum est, quod summa partium maior est et supra proprium corpus exundat. Atque hic quidem, cuius compositae partes totius summam numeri vincunt, superfluus appellatur, deminutus vero ille, cuius eodem modo compositae partes totius termini multitudine superantur, ut ·VIII· vel ·XIIII· Habet enim octonarius partem mediam, id est ·IIII·, habet et quartam, id est ·II·, et octavam, id est ·I· quae cunctae in unum redactae ·VII· colligunt, minorem scilicet summam toto corpore concludentes. Rursus ·XIIII· habent medietatem, id est septenarium, habent septimam, id est ·II·, habent quartam decimam, id est ·I· quae in unum si collectae sint, denarii numeri summa succrescit, toto scilicet termino minor.

Atque hi quidem hoc modo sunt, ut prior ille, quem suae partes superant, talis videatur, tamquam si quis multis super naturam manibus natus, ut centimanus gigas vel triplici coniunctus corpore, ut Geryo tergeminus, vel quicquid unquam monstruosum naturae in partium mul-

1 ·XII· et ·XXIIII· a, b. 2 in suis f. 4 tertia] ·III· d. 5 duo c, f. || pars *om.* d, l. || ·XII· c, r. || unum c, f. || omnisque] Omnis d, f, l. 6 sedecim a, d, l, r. 7 vicesimi quarti s. 8 quatuor f. || duo f. || ·XXIIII· f. 11 idem d. 12 cuius] quoniam f. 16 mediam partem d. || quartam] ·IIII· c. 20 septimam] ·VII· f. 21 ·XIIII· c, f. || in unum si *om.* c. || collecta a, d, f, s; collectae, *correctum in* collecta r. 22 numeri *om.* b, l. || concrescit f. 26 *Post* centimanus *addunt* egeon r, s. || gigans r, gigans, n *inducto*, a. 27 iunctus c, r. || ut *inductum* a. 28 monstrosum c, d; monstrosum *et supra versum* monstruosum b, monstrosum, *supra* o v *addito* l. || natura f.

tiplicatione subripuit; ille vero, ut si naturaliter quadam necessaria parte detracta aut minus oculo nasceretur, ut Cyclopeae frontis dedecus fuit, vel quo alio curtatus membro naturale totius suae plenitudinis dispendium sortiretur.

Inter hos autem velut inter inaequales intemperantias medii temperamentum limitis sortitus est ille numerus, qui perfectus dicitur, virtutis scilicet aemulator, qui nec supervacua progressione porrigitur, nec contracta rursus deminutione remittitur, sed medietatis obtinens terminum suis aequus partibus nec crassatur abundantia, nec eget inopia, ut ·VI· vel ·XXVIII· Namque senarius habet partem mediam, id est ·III·, et tertiam, id est ·II· et sextam, id est ·I· quae in unam summam si redactae sint par totum numeri corpus suis partibus invenitur ·XXVIII· vero habet medietatem ·XIIII· et septimam ·IIII· nec caret quarta, id est ·VII·, possidet quartam decimam ·II· et repperies in eo vicesimam octavam ·I·, quae in unum redactae totum partibus corpus aequabunt. ·XXVIII· enim iunctae partes efficient.

De generatione numeri perfecti.

XX. Est autem in his quoque magna similitudo virtutis et vitii. Perfectos enim numeros rarenter invenies, eosque facile numerabiles, quippe qui pauci sint et nimis constanti ordine procreati. At vero superfluos ac demi-

1 si *om.* c. 2 nascerentur, *altero* n *inducto*, a; nascerentur, *altero* n *rasura deleto*, d; nascerent, *altero* n *expuncto*, r. 3 cicoplee f. || *Post* dedecus d *habet:* deformati. 4 suae *om.* f. 6 aequales a, b, f. 8 emulator f, r, s. 11 aequis a, b, c, r. || grassatur a, b, c, d, r. || habundantia c, d, f. 13 mediam partem f. 14 duo f. || unum f. 15 redacta b, redacti c. || per a, r, s. || *post* partibus *in margine* aequalis a. 16 medietatem et septimam ·IIII· ·XIIII· c. 17 quarta] ·IIII· d. || septem d. || ·XIIII· c. 18 ea a, b, d, r, s. 19 redacta a, b, c, d, l, r, s. || corpus *om.* c. 20 efficiunt s. 21 *Titulus in margine legitur in* d. 23 roranter *correctum in* rarenter a. 24 sunt f, r, s.

nutos longe multos infinitosque repperies, nec ullis ordinibus passim inordinateque dispositos et a nullo certo fine generatos. Sunt autem perfecti numeri intra denarium numerum ·VI· intra centenarium ·XXVIII· intra millenarium ·CCCCXCVI· intra decem milia ·$\overline{\text{VIII}}$·CXXVIII· Et semper hi numeri duobus paribus terminantur, ·VI· et ·VIII·, et semper alternatim in hos numeros summarum fine provenient. Nam et primum ·VI·, inde ·XXVIII· post hos ·CCCC·XCVI· idem senarius, qui primus, post quem ·$\overline{\text{VIII}}$·CXXVIII· idem octonarius, qui secundus.

Generatio autem procreatioque eorum est fixa firmaque, ne quo alio modo fieri possint, nec ut si hoc modo fiant, aliud quiddam ullo modo valeat procreari. Dispositos enim ab uno omnes pariter pares numeros in ordinem quousque volueris, primo secundum adgregabis, et si primus numerus et incompositus ex illa coacervatione factus sit, totam summam in illum multiplicabis, quem posterius adgregaveras. Si vero coacervatione facta primus inventus non fuerit, sed compositus et secundus, hunc transgredere, atque alium, qui sequitur, adgregabis. Si vero nec dum fuerit primus et incompositus, alium rursus adiunge et vide, quid fiat. Quod si primum incompositumque repperies, tunc in ultimae multitudinem summae coacervationem multiplicabis. Disponantur enim omnes pariter pares numeri hoc modo:

I. II. IIII. VIII. XVI. XXXII. LXIIII. CXXVIII.

Facies ergo ita. Pones ·I· eique adgregabis ·II· Tunc respicias ex hac adgregatione qui numerus factus sit.

2 a *om.* a, r. 3 geratos a. 4 numerum *om.* d, f. 5 ·X· milia c. 6 duabus partibus a, c, s; duobus partibus r. 8 fine pervenient a, fine perveniunt f, fines pervenient c, s. || sex a, b, f, l, r, s. || deinde f, s; inde, de *ex corr. addito* r. 12 nec quo a, b, c, r, s. neq. *et supra versum* uo r. || sit, t *inducto*, a. 18 primus] *supra versum* et incompositus a, b, d, r. 19 sed et s. || secundus et conpositus c, f. s. 20 adsequitur a. 22 iunge a. 23 multitudine a, c, r. 25 pares pariter d. 27 unum f. || duo f. || tum d, r. 28 respicis a, d; respicies f.

Inde ·III· qui scilicet primus et incompositus est; et post unitatem ultimum binarium numerum adgregaveras. Si igitur ternarium, id est qui ex coacervatione collectus est, per binarium multiplices, qui est ultimus adgregatus, perfectus sine ulla dubitatione nascetur. Bis enim ·III· ·VI· faciunt, qui habet unam quidem a se denominatam partem, id est sextam, ·III· vero medietatem secundum dualitatem, at vero ·II· secundum coacervationem, id est secundum ternarium, quoniam coacervati ·III· multiplicati sunt. ·XXVIII· autem eodem modo nascuntur. Si enim super ·I· et ·II·, qui sunt ·III· addas sequentem pariter parem, id est ·IIII·, septenariam facies summam. Sed ultimum numerum quaternarium consequenter adiunxeras. Per hunc igitur si illam coacervationem multiplicaveris, perfectus numerus procreatur. Septies enim ·IIII· ·XXVIII· sunt, qui est suis partibus par, habens ·I· a se denominatum, id est vicesimum octavum, medietatem vero secundum binarium ·XIIII·, secundum quaternarium ·VII·, septimum vero secundum septenarium ·IIII·, secundum omnium collectionem quartum decimum ·II·, qui vocabulo medietatis obponitur. Ergo cum hi reperti sint, si alios invenire secteris, eadem oportet ratione ut

1 inde *correctum in* id est a; inde fiunt b, c, l; sunt d, f; sunt inde r; inde sunt s. ā || tres d. 5 tres d, f. 6 habent a, b, c, l, r, s. 7 ·VI· f. || tres c, f. 8 duo a, b, c, l, r, s. 9 coacervatim b, c, l. || tres d. 10 sunt] *in margine addita est in* d *haec figura:*



11 unum c. 12 summam facies a, c, s. 16 suisper a. ā || unam f. || ad a, b. 17 denominatam f, l, s. || ·XXVIII· f. vicesimam octavam s. 19 septimum vero *om.* b, l, r; septimam vero f, s; septimo vero *correctum in* septimum vero a. 20 collectionum a. || quartam decimam f, s. || duo a, b, f, l, r, s. 22 eodem r. || ut *om.* d, *supra versum* r.

vestiges. Ponas enim ·I· licebit, et post hunc ·II· et ·IIII·, qui in septenarium cumulantur. Sed de hoc dudum exstitit ·XXVIII· perfectus numerus. Huic igitur qui sequitur pariter par id est ·VIII·, continens iungatur accessio, qui prioribus superveniens ·XV· restituet. Sed hic primus et incompositus non est, habet enim generis alterius partem super illam, quae est a se ipsa denominata, quintam decimam scilicet unitatem. Hunc igitur, quoniam secundus est et compositus, praeterito et adiunge superioribus continentem pariter parem numerum, id est ·XVI·, qui cum ·XV· iunctus, unum ac triginta conficiet. Sed hic primus rursus et incompositus est. Hunc igitur cum extremi adgregati summa multiplica, ut fiant sedecies ·XXXI·, qui ·CCCC·XCVI· explicant. Haec autem est intra millenarium numerum perfecta et suis partibus aequa numerositas. Igitur prima unitas virtute atque potentia non etiam actu vel opere et ipsa perfecta est. Nam si primam ipsam sumpsero de proposito ordine numerorum, video primam atque incompositam, quam si per se ipsam

1 investiges s. || Pones a, s. || unum f. || liquebit c, liquebit *correctum in* licebit a. || duo f. || et *om.* r; cui adicies f. 3 numerus] *In* d *addita est in margine haec figura*

XXVIII		
I	II	IIII
VII		

4 pari a, paris r. || continens iungatur accessio *in margine litteris aliquot resectis* a, *in contextu est litura quattuor versuum.* 5 qui *om* c. || X et quinque a, r; quindecim b. || restituit a, d, f, r, s. 7 ipso f. 11 ·XXX· c, f. || conficiat *correctum in* conficiet a. 12 ·I·mus f. || rursus *om.* f. 16 numerositas] *In margine inferiore addita est in* d *haec figura:*

CCCCXCVI				
I	II	IIII	VIII	XVI
XXXI				

17 non iam a, b, c. || opere] re b, f, l; re *correctum in* opere a; re *et supra versum* ope d. 19 primum atque inconpositum b, d, l. || et s.

multiplico, eadem mihi unitas procreatur. Semel enim ·I· solam efficit unitatem, quae partibus suis aequalis est potentia solum, ceteris etiam actu atque opere perfectis. Recte igitur unitas propria virtute perfecta est, quod et prima est et incomposita et per se ipsam multiplicata sese ipsam conservat.

Sed quoniam de ea quantitate, quae per se fit, dictum est, operis sequentiam ad illam, quae refertur ad aliquid, transferamus.

De relata ad aliquid quantitate.

XXI. Ad aliquid [relatae] vero quantitatis duplex est prima divisio. Omne enim aut aequale est aut inaequale, quicquid alterius comparatione metimur. Et aequale quidem est, quod ad aliquid comparatum neque minore summa infra est, neque maiore transgreditur, ut denarius denario vel ternarius ternario vel cubitum cubito vel pes pedi et his similia. Haec autem pars relatae ad aliquid quantitatis, id est aequalitas, naturaliter indivisa est. Nullus enim potest dicere, quod aequalitatis hoc quidem tale est, illud vero huiusmodi. Omnis enim aequalitas unam servat in propria moderatione mensuram. Illud etiam, quod, quae ei quantitas comparatur, non alio vocabulo atque ipsa, cui comparatur, edicitur. Nam quemadmodum amicus amico amicus est, vicinusque vicino [vicinus], ita dicitur aequalis aequali [aequalis].

Inaequalis vero quantitatis gemina divisio est. Secatur enim quod inaequale est in maius atque minus, quae contraria sibimet denominatione funguntur. Namque maius minore maius est et minus maiore minus est, et utraque non eisdem vocabulis, quemadmodum secundum aequali-

2 unum f. 6 ipsa a, s; ipsam, m *expuncto*, r. 8 sequentia a. 10 *Inscriptioni addit* s: Secundum thema incipit. 13 metitur a, b, c, l. 19 dicere potest a, c, f, s. 20 enim *om.* c, r. 21 Illud vero r. || quod quae] quo f. 26 quantitatis vero c, s. 28 finguntur a, r; finguntur, i *in* u *mutato*, d. — *Quae uncis inclusi om. codd.*

tatem dictum est, sed diversis distantibusque signata sunt, ad modum discentis scilicet vel docentis vel caedentis vel vapulantis vel quaecunque ad aliquid relata aliter denominatis contrariis comparantur.

De speciebus maioris quantitatis et minoris.

XXII. Maioris vero inaequalitatis ·V· sunt partes. Est enim una, quae vocatur multiplex, alia superparticularis, tertia superpartiens, quarta multiplex superparticularis, quinta multiplex superpartiens. His igitur quinque maioris partibus obpositae sunt aliae quinque partes minoris, quemadmodum ipsum maius minori semper obponitur, quae minoris species ita singillatim speciebus quinque maioris his, quae supra dictae sunt, obponuntur, ut eisdem nominibus nuncupentur, sola tantum sub praepositione distantes. Dicitur enim submultiplex, subsuperparticularis, subsuperpartiens, submultiplex superparticularis et submultiplex superpartiens.

De multiplici eiusque speciebus earumque generationibus.

XXIII. Rursus multiplex est prima pars maioris inaequalitatis cunctis aliis antiquior naturaque praestantior, ut paulo post demonstrabitur. Hic autem huius modi est, ut comparatus cum altero illum, contra quem comparatus est, habeat plus quam semel; quod primum in naturalis

2 cedentis c, d, f, r, s. 5 minoris quantitatis et maioris f. 6 quinque d, f. || partes sunt a, c, f, s. 9 ·V· c. 12 singulatim a. || ·V· a, b, c, l, s. 13 apponuntur b. 14 sub *om.* a; *ex corr. additum* d. || praepositione sub f, s. 16—17 multiplex subsuperparticularis, multiplex subsuperpartiens a, b; multiplex subsuperparticularis et multiplex subsuperpartiens c, d, f, l, r, s; *sed in* d sub *ante* superparticularis *et* superpartiens *rasura deletum et ante* multiplex *positum est; in* s *supra* multiplex sub *additum est.* 18 *Titulus in margine legitur in* d. 21 *Post* autem *addunt* numerus a, b, f, l. || huius modi] *supra versum* numerus r. 22 comparatur, *omisso* est, c.

numeri dispositione conveniet. Namque ad unum cuncti, qui sequuntur, omnium ordine multiplicium sequentias varietatesque custodiunt. Ad primum enim, id est unitatem, ·II· duplus, ·III· triplus, ·IIII· quadruplus atque ita in ordinem progredientes omnes texuntur multiplices quantitates. Quod autem dictum est plus quam semel, id a binario numero principium capit et in infinitum per ternarium, quaternariumque et ceterorum ordinem sequentiamque progreditur. Contra hunc vero discriminatus est ille, qui vocatur submultiplex; et haec quoque prima minoris quantitatis species est. Hic autem numerus huiusmodi est, qui in alterius comparatione productus plus quam semel maioris numerat summam, sua scilicet quantitate cum eo aequaliter inchoans aequaliterque determinans. Idem autem dico numerat, quod metitur. Si igitur bis solum maiorem numerum minor numerus metiatur, subduplus vocabitur, si vero ter, subtriplus, si quater, subquadruplus et fit per haec in infinitum progressio, additaque eos semper sub praepositione nominabis, ut unus duorum subduplus, trium subtriplus, ·IIII· subquadruplus appelletur et consequenter.

Cum autem naturaliter multiplicitas et submultiplicitas infinita sit, eorum quoque species per proprias generationes in infinita consideratione versantur. Si enim positis in naturali constitutione numeris singulos per suas sequentias pares eligas, omnium ab uno parium atque inparium sese sequentium duplices erunt et huius speculationis terminus deficit. Ponatur enim naturalis numerus hoc modo: I. II. III. IIII. V. VI. VII. VIII. VIIII. X. XI. XII. XIII. XIIII. XV. XVI. XVII. XVIII. XVIIII. XX. Horum ergo si primum sumas parem, id est ·II·, primi duplus erit, id est unitatis; si vero sequentem parem, id est ·IIII·, secundi duplus est, id est duorum; si vero ter-

4 duplex b. 7 id *om.* c. 8 que *om.* a, b. 18 per *om.* f.; *ex corr. add.* c. 19 super eos l; super *supra versum* c. || semper eos c. 21 appellatur a, c, r. 28 deficiet f. 31 duo d. 33 quattuor d. || est *post* duplus *om.* a, c.

tium parem sumas, id est ·VI·, tertii numeri in naturali constitutione duplus est, id est ternarii; si vero quartum parem inspicias, id est· VIII· quarti numeri, id est quaternarii, duplus est. Idemque in ceteris in infinitum sumentibus sine aliquo inpedimento procedit. Triplices autem nascuntur, si in eadem dispositione naturali duo semper intermittantur, et qui post duos sunt, ad naturalem numerum comparentur, excepto ternario, qui, ut unitatis triplus sit, solum binarium praetermittit. Post unum enim et duo tres sunt, qui triplus unius est; rursus post ·IIII· et ·V· sunt ·VI·, qui secundi numeri, id est duorum, triplus est; rursus post ·VI· sunt ·VII· et ·VIII· et post hos ·VIIII·, qui tertii numeri, id est ternarii triplus est; atque hoc idem in infinitum si quis faciat, sine ulla offensione procedit. Quadruplorum vero generatio incipit, si quis tres numeros intermittat. Post unum quippe et duo et ·III· sunt ·IIII·, qui primi, id est unius, quadruplus est; rursus si intermisero quinarium, senarium et septenarium, octonarius mihi quartus occurrit, tribus scilicet intermissis, qui binarii, id est secundi numeri quadruplus est; at vero si post ·VIII· tres terminos intermisero, id est ·VIIII· vel ·X· vel ·XI· duodenarius, qui sequitur, ternarii numeri quadruplus est; atque hoc idem in infinitum progressis necesse est evenire, semperque una terminorum intermissione si crescat adiectio, ordinatas te multiplicis numeri vices invenire miraberis. Si enim ·IIII· intermittas, quincuplus invenitur, si ·V· sescuplus, si ·VI· septuplus, semperque ipsius multiplicationis nomine uno minus intermissionis vocabulo procreantur. Nam duplus

3 id est quaternarii *om.* l.; *supra versum* b. 4 Itemque a, d; itemque *correctum in* idemque r. 5 procedit] *In* d *in margine inferiore additi sunt numeri ab ·I· usque ad ·X· eorumque dupli, tripli, quadrupli, quincupli; quos praecedunt inscriptiones* Simplus, Duplus *cet.* 10 ·III· c, d. || quattuor d. 13 quidem a, f. 14 facit *correctum in* faciat a, faciet r. || defensione, de *in* of *mutato* c. 15 ·III· c. 16 ·II· d, duos f. || tres f. 21 octo d. 26 quatuor c. 27 quinque f. || sexcuplus c, f. || sex d.

unum intermittit, triplus ·II· quadruplus ·III· quincuplus ·IIII· et deinceps ad eundem ordinem sequentia est. Et omnes quidem dupli secundum proprias sequentias parium numerorum pares sunt; tripli vero unus semper par terminus, inpar alius invenitur; quadrupli vero rursus semper parem custodiunt quantitatem constituunturque a quarto numero uno ex prioribus per ordinem positis paribus intermisso, primo pari binario, post hunc ·VIII· intermisso senario, post hunc ·XII· transmisso denario, atque hoc idem in ceteris. Quincupli vero propositio secundum triplicis similitudinem alternatim paribus atque inparibus positis ordinatur.

De superparticulari eiusque speciebus earumque generationibus.

XXIIII. Superparticularis vero est numerus ad alterum comparatus, quotiens habet in se totum minorem et eius aliquam partem; qui si minoris habeat medietatem, vocatur sesqualter, si vero tertiam partem, vocatur sesquitertius, si vero quartam, sesquiquartus, et si quintam, vocatur sesquiquintus; atque his nominibus in infinitum ductis in infinitum quoque superparticularium forma progreditur. Et maiores quidem numeri hoc modo vocantur, minores vero, qui habentur toti et eorum aliqua pars, unus subsesqualter, alter subsesquitertius, alius subsesquiquartus, alius vero subsesquiquintus, atque idem secundum maiorum normam multitudinemque protenditur. Voco autem maiores numeros duces, minores co-

1 intermittat, a *in* i *mutato*, a. || duo f. || tres f. 3 duplices f. || consequentias f. || primum numerum *et supra versum* parium numerorum r. 6 custodiunturque *in* constituunturque *mutatum* c. 7 prioribus *et supra* p e *et supra* e su d. || in ordinem s; ordine d, in ordinem *et supra* in ł per r. 8 pari numero a, b. 9 trasmisso r, intermisso c. 10 quinquipli r, quinquupli c, s. 12 ordinantur r, s. 13 *Titulus legitur in margine in* d: De superparticulari et reł. r. *Sequentia autem verba secunda manu addita sunt.* || eorumque s, et earum f. 15 XXV. l. 16 quoties a. 19 sive quartam a. 25 vero *om.* c. 26 maiorem a, b, f, r, s.

mites. Superparticularium quoque infinita est multitudo ob eam rem, quod eiusdem species interminabili progressione funguntur. Namque sesqualter habebit quidem duces omnes post ternarium numerum naturaliter triplices, comites vero omnes post binarium numerum naturaliter pares, hoc modo ut primus primo, secundus secundo, tertius tertio comparetur et deinceps. Describantur enim longissimi versus triplicium naturalis numeri atque duplicium et sit hoc modo:

I.	II.	III.	IIII.	V.	VI.	VII.	VIII.	VIIII.	X.
III.	VI.	VIIII.	XII.	XV.	XVIII.	XXI.	XXIIII.	XXVII.	XXX.
II.	IIII.	VI.	VIII.	X.	XII.	XIIII.	XVI.	XVIII.	XX.

Primus igitur versus continet numerum naturalem, secundus eius triplicem, tertius vero duplicem. Atque in eo si ternarius binario, vel si senarius quaternario, vel novenarius senario comparetur, vel omnes triplices superiores si duplicibus numeris consequentibus opponantur, hemiolia id est sesqualtera proportio nascetur. ·III· enim habent intra se ·II· et eorum mediam partem, id est unum. Sex quoque continent intra se ·IIII· et eorum medietatem, id est ·II· Et ·VIIII· intra se senarium claudunt et eius mediam partem, id est ·III·; eodemque modo in ceteris.

Dicendum vero est, si quis secundam speciem superparticularis numeri considerare desideret, id est sesquitertiam, quali ratione repperiet. Ac definitio quidem huius comparationis talis est. Sesquitertius est, qui minori comparatus habet eum semel et eius tertiam partem.

3 Nam f. || quidem habebit f. 10—12 VIIII. X. XXVII. XXX. XVIII. XX. *om.* a *et* d; *sed in* d *iidem versus in margine inferiore leguntur, una cum numeris in contextu omissis.* 17 apponantur b, l, r. 18 emiholia a, hemiholia b, Hethimologia c. || nascitur l. || tres f. 19 duo f. 20—21 unum ... id est *om.* c. 20 ·I· b. || continet c, continet, *mutatum in* continent a. || inter c, inter *mutatum in* intra a. 21 duo f. || ·VI· b. 22 mediam partem] medietatem l. 24 est *om.* d, f. 27 est *om.* c, d.

Sed hi inveniuntur, si omnibus a quaternario numero continuatim quadruplis constitutis a ternario numero triplices comparentur, eruntque duces quadrupli, comites tripli. Sit enim in ordine hoc modo numerus naturalis, ut sub eo quadrupli et tripli subponantur, sub primo quadruplo primus triplus, sub secundo secundus, sub tertio tertius, et eodem modo cuncti eiusdem primi versus tripli in ordinem digerantur.

I.	II.	III.	IIII.	V.	VI.	VII.	VIII.	VIIII.	X.
IIII.	VIII.	XII.	XVI.	XX.	XXIIII.	XXVIII.	XXXII.	XXXVI.	XL.
III.	VI.	VIII.	XII.	XV.	XVIII.	XXI.	XXIIII.	XXVII.	XXX.

Igitur primum primo si compares, sesquitertia ratio continebitur. Nam si ·IIII· tribus compares habebunt in se ·IIII· totum ternarium et eius tertiam partem, id est ·I· Et si secundum secundo id est octonarium senario compares, idem invenies. Habebit enim octonarius senarium totum et eius tertiam partem, id est ·II· Et per eandem sequentiam usque in infinitum progrediendum est. Notandum quoque est, quod ·III· comites sunt, duces ·IIII·, rursus ·VI· comites, duces ·VIII·, et in eodem ordine ceteri simili modo vocantur duces sesquitertii comites subsesquitertii. Et in cunctis secundum hunc modum posita convenit servare vocabula.

5 ut sub eo quadrupli et tripli sint. Ponatur a; ut sub eo quadrupli et tripli sint. Subponatur *et supra versum:* In al. ut sub eo quadrupli et tripli supponantur, *et in margine:* et etiam in al. ut sub eo quadrupli et sub eo tripli sint. b; ut sub eo quadrupli et sub eo tripli sint. Supponatur c, l, s, *sed* l *in margine superiore, neque* ut sub eo, *sed* et sub eo; ut sub eo tripli et quadrupli subponantur f, r. || sub primo quidem f. 8 dirigantur a, s. 9—11 VIII. VIIII. X. XXXII. XXXVI. XL. XXIIII. XXVII. XXX. *om.* a, d; *sed in* d *omnes numeri ab uno ad ·X· eorumque quadrupli et tripli in margine inferiore leguntur.* 12 sesquitertii a, d, r. 13 quattuor d, quatuor f. 14 quattuor d, quatuor f. 15 octonario senarium a, b, r; octonario senarius c; octonario secundum s. 19 tres a, b, d, l, r, s.

De quodam utili ad cognitionem superparticularibus accidente.

XXV. Hoc autem admirabile profundissimumque in istorum ordinibus invenitur, quod primus dux primusque comes ad se invicem nulla numeri intermissione copulantur. Nam primi se nullo in medio posito transeunt, secundi interponunt unum, tertii duos, quarti tres et deinceps uno semper minore, quam ipsi sunt, intermissione succrescunt, atque hoc vel in sesqualteris vel in sesquitertiis vel in aliis superparticularis partibus necesse est inveniri. Namque ut quaternarius contra ternarium comparetur, nullum intermisimus; post ·III· enim mox ·IIII· sunt; ut vero ·VI· contra ·VIII·, in secundo scilicet sesquitertio, una facta est intermissio. Inter ·VI· enim et ·VIII· solus est septenarius, qui transmissus est numerus. Rursus ut ·VIIII· contra ·XII· comparemus, qui sunt in dispositione tertii duorum mediorum est facta transmissio. Inter ·VIIII· enim et ·XII· sunt ·X· et ·XI· Secundum hunc modum quarta dispositio ·III·, quinta ·IIII· intermittit.

Descriptio, per quam docetur ceteris inaequalitatis speciebus antiquiorem esse multiplicitatem.

XXVI. Quoniam autem naturaliter et secundum propriam ordinis consequentiam multiplicem inaequalitatis speciem cunctis praeposuimus primamque speciem esse monstravimus, licet hoc nobis posterioris operis ordine clarescat, hic quoque perstringentes id, quod proposui-

1 *Inscript. in margine* d, *om.* c. || cognationem b, l, r, s. || superparticularis s. 2 accidente *secunda manu additum in* s. 3 ·XXVI· l. 6 sine ullo a, c, r, s; se sine ullo f. 7 ·I· c. || duo f. || ·III· c, f. 8 una a, b, c, f, l, r, s. 11 invenire, e *rasura paene deleto* f. || ·IIII· b. || ·III· b. 12 tres d. 13 At vero a, c, r, s. || *Post* ·VI· *addit* comparentur s. 19 quattuor a, b, l, r, s. 20 *Inscript. om.* c, *in margine* d. doceatur f. 22 ·XXVII· l. 25 ordine operis f.

mus, planissime breviterque doceamus. Sit enim talis descriptio, in qua ponatur in ordinem usque ad denarium numerum continui numeri ordo naturalis et secundo versu duplus ordo texatur, tertio triplus, quarto quadruplus et hoc usque ad decuplum. Sic enim cognoscemus, quemadmodum superparticulari et superpartienti et cunctis aliis princeps erit species multiplicis et quaedam alia simul inspiciemus et ad subtilitatem tenuissima et ad scientiam utilissima et ad exercitationem iucundissima.

Longitudo.

	I.	II.	III.	IIII.	V.	VI.	VII.	VIII.	VIIII.	X.	
	II.	IIII.	VI.	VIII.	X.	XII.	XIIII.	XVI.	XVIII.	XX.	
	III.	VI.	VIIII.	XII.	XV.	XVIII.	XXI.	XXIV.	XXVII.	XXX.	
	IIII.	VIII.	XII.	XVI.	XX.	XXIIII.	XXVIII.	XXXII.	XXXVI.	XL.	
Latitudo.	V.	X.	XV.	XX.	XXV.	XXX.	XXXV.	XL.	XLV.	L.	Latitudo.
	VI.	XII.	XVIII.	XXIIII.	XXX.	XXXVI.	XLII.	XLVIII.	LIIII.	LX.	
	VII.	XIIII.	XXI.	XXVIII.	XXXV.	XLII.	XLVIIII.	LVI.	LXIII.	LXX.	
	VIII.	XVI.	XXIIII.	XXXII.	XL.	XLVIII.	LVI.	LXIIII.	LXXII.	LXXX.	
	VIIII.	XVIII.	XXVII.	XXXVI.	XLV.	LIIII.	LXIII.	LXXII.	LXXXI.	XC.	
	X.	XX.	XXX.	XL.	L.	LX.	LXX.	LXXX.	XC.	C.	

Longitudo.

Ratio atque expositio digestae formulae.

XXVII. Si igitur duo prima latera propositae formulae, quae faciunt angulum ab uno ad ·X· et ·X· procedentia, respiciantur et his subteriores ordines comparentur, qui scilicet a ·IIII· angulum incipientes in vicenos terminum ponunt, duplex, id est prima species multiplicitatis ostenditur ita, ut primus primum sola superet unitate, ut

8 tenuissimam ... utilissimam, *ultimis litteris* m *inductis* a. 9 iocundissima a, b, l, r, s. 10—21 *In codicibus adscripta sunt ad* ·I· : Prima unitas tetragona; *ad utrumque* ·X· Secunda unitas; *ad* c. Tertia unitas tetragona; *numeri quadrati diagonalis lineae instar positi variis signis, ut* \ *vel* ✕, *inter se iuncti sunt; quae a Boetio profecta esse equidem negaverim.* 22 *Titulum om.* a, b, c, l; *is in* d *figurae supra descriptae subscriptus est.* 23 ·XXVI· d, ·XXVIII· l. 24 decem et decem f. 25 respiciuntur c. 26 ·IIII· f. 28 unitate superet s.

duo unum, secundus secundum binario supervadat, ut quaternarius binarium, tertius tertium tribus, ut senarius ternarium, quartus quartum quaternarii numerositate transcendat, ut ·VIII· quaternarium, et per eandem cuncti sequentiam sese minoris pluralitate praetereant. Si vero tertius angulus aspiciatur, qui ab ·VIIII· inchoans longitudinem latitudinemque tricenis altrinsecus numeris extendit, et hic cum prima latitudine et longitudine comparetur, triplex species multiplicitatis occurrit ita, ut ista comparatio per ·X· litteram fiat, hique se numeri superabunt secundum paritatis factam naturaliter connexionem. Primus enim primum duobus superat, ut unum tres, secundus secundum quaternario, ut binarium senarius, tertius tertium sex, ut ternarium novenarius, et ad eundem ceteri modum progressionis augescunt. Quam rem nobis scilicet et ipsa naturalis obiecit integritas, nihil nobis extra machinantibus, ut in ipso modulo descriptionis apparet. Si quis autem quarti anguli terminum, qui ·XVI· numeri quantitate notatus est et longitudinem latitudinemque in quadragenos determinat, velit superioribus comparare, per ·X· litterae formam proportione conlata, quadrupli multitudinem pernotabit, hisque est ordinabilis super se

1 ·II· c, l. || ·I· b, l, s; || ·II· ad unum d. || secundum secundus r. 4 octonarius f. 6 novem a, d, l, r, s. 7 et si hic f. 10 hi quae, *correctum in* hique se a. 11 Primus] *In* f. *addita est haec figura:*

I	II	III
II	IIII	VI
III	VI	VIIII

12 ·I· ·III· b, unum ·III· c, d, f. 14 ·VI· b, c, f. 16 obicit f, s. 17 modolo a, b. 18 sedecim a, d, l, r, s. 19 natus a. 22 his quae *correctum in* his que a.

progressio, ut primus primum tribus superet, ut ·IIII· unitatem, secundus secundum senario vincat, ut ·VIII· binarium, tertius tertium novenario transeat, ut duodenarius ternarium, et sequentes summulae trium se semper adiecta quantitate transsiliant. Et si quis subteriores aspiciat angulos, idem per omnes multiplicitatis species usque ad decuplum dispositissima ordinatione perveniet. Si quis vero in hac descriptione superparticularis species requirat, tali modo repperiet. Si enim secundum angulum notet, cuius est initium quaternarius, eique superiacet binarius, atque ad hunc sequentem quis accommodet ordinem, sesqualtera proportio declarabitur. Nam tertius secundi versus sesqualter est, ut ·III· ad ·II·, vel ·VI· ad ·IIII·, vel ·VIIII· ad ·VI· vel ·XII· ad ·VIII· itemque in ceteris, qui sunt in eadem serie numeri, si talis coniugatio misceatur, nulla varietatis dissimilitudo subripiet. Eadem tamen summarum supergressio est in hoc quoque, quae in duplicibus fuit. Primus enim primum, id est ternarius binarium, uno superat, secundus vero secundum duobus, tertius tertium tribus et deinceps. Si vero quartus ordo tertio comparetur, ut ·IIII· ad ·III· et eodem ceteros ordine consecteris, sesquitertia comparatio colligetur, ut ·IIII· ad ·III· vel ·VIII· ad ·VI· et ·XII· ad ·VIIII· Videsne ut in omnibus his sesquitertia comparatio conservetur? Praeterea eos, qui sub ipsis sunt, si idem faciens sequentes versus alterutris comparaveris, omnes sine ullo inpedimento species superparticularis agnosces.

Hoc autem in hac est dispositione divinum, quod

1 quatuor f. 2 octonarius f. 4 se *om.* c, r. 6 multiplicatas *correctum in* multiplicitatis a; multiplicatas, s *expuncto et* tis *superscripto* r. 8 superparticulares b, d, l; superparticularitatis s. || species *om.* d. 10 ei quae *correctum in* ei que a. 11 ad *om.* a. 13 duos a, b, l, r, s; duo f. 14 novem c. || itemque] *Scribendum videtur:* idemque. 17 progressio c, r. 20 ·IIII·tus f. 21 tertio *supra versum* a. 22 colligitur a, b, c, d, l, r, s. 24 conservatur s, servetur b, l. 25 subsequentes f. 28 est in hac f.

omnes angulares numeri tetragoni sunt. Tetragonus autem dicitur, ut brevissime dicam, quod post latius explicabitur, quem duo aequales numeri multiplicant, ut in hac quoque descriptione est. Unus enim semel unus est, et est potestate tetragonus. Item bis duo ·IIII· sunt, ter tres ·VIIII·, quos in semet ipsos multiplicationes primi ordinis perfecerunt. Circum ipsos vero qui sunt, id est circum angulares, longilateri numeri sunt. Longilateros autem voco, quos uno se supergredientes numeri multiplicant. Circum ·IIII· enim ·II· sunt et ·VI· Sed duo nascuntur ex uno et duobus, cum unum bis multiplicaveris; sed unitas a binario unitate praeceditur; ·VI· vero ex duobus et tribus; bis enim tres senarium reddunt. Novenarium vero ·VI· et ·XII· claudunt qui ·XII· ex tribus nascuntur et ·IIII· ter enim ·IIII· fiunt ·XII·, senarius vero ex duobus et tribus, bis enim tres faciunt ·VI· qui omnes uno maioribus lateribus procreati sunt. Nam cum ·VI· ex binario ternarioque nascantur, tres binarium numerum uno superant, cunctique alii eiusdem modi sunt, ut primo et secundo ordine ad alterutrum multiplicatis terminis procreentur, ita ut quod nascitur ex duobus longilateris altrinsecus positis et bis medio tetragono tetragonus sit; et rursus, quod ex duobus altrinsecus tetragonis et uno medio longilatero bis facto nascitur, ipse quoque tetragonus sit; et ut angulorum totius descriptionis ad angulares tetragonos positorum unius anguli sit prima unitas, alterius vero, qui contra est, tertia, bini vero altrinsecus anguli secundas habeant unitates; et duo angularium tetragonorum anguli aequum faciunt, quod sub ipsis continetur, illi, quod fit ab uno illorum, qui est altrinsecus,

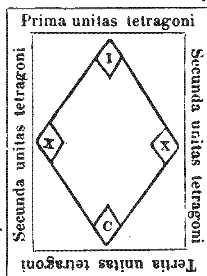
5 ·II· c. 6 ·III· c. 8 Longiores *correctum in* Longilateros a; longilateres o *super* e *scripto* r. 10 quatuor f. || duo sunt c, sunt duo f. 11 et duobus *om.* f. 13 ·III· c. 15—16 senarius vero ... faciunt ·VI· *in* d *lineolis obliquis oblita sunt.* 15 senarium d. 16 ·III· c. || ·VI· faciunt l. 18 nascuntur a, c, d, f, r. || ·III· s. 21 procreantur f, s. || nascetur c, r, s. 27 contra] $\overline{cc}$ c. 28 habent a, r, s. 29 faciant a, c.

angulorum. Multa etiam sunt alia quae in hac descriptione utilia possint admirabiliaque perpendi, quae interim propter castigatam introducendi brevitatem ignota esse permittimus. Nunc vero ad sequentia propositum convertamus.

De tertia inaequalitatis specie, quae dicitur superpartiens deque eius speciebus earumque generationibus.

XXVIII. Igitur post duas primas habitudines multiplices et superparticulares et eas, quae sub ipsis sunt, submultiplices et subsuperparticulares tertia inaequalitatis species invenitur, quae a nobis superius superpartiens dicta est. Haec autem est, quae fit, cum numerus ad alium comparatus habet eum totum intra se et eius insuper aliquas partes, vel duas vel tres vel ·IIII· vel quotquot ipsa tulerit comparatio; quae habitudo incipit a duabus partibus tertiis; nam si duas medietates habuerit, qui illum intra se totum coercet, duplus pro superpartiente componi-

1 angulorum] *In* f. *addita est haec figura:*



6 *Inscript. om.* c, *in margine* d. 7 et de f. || speciebus eius r, s. || speciebus *om.* b, l. || et earum generatione r, s. 8 XXVIII *om.* r; X[III] d. 9 et ea d. 12 Haec est autem c, s. Haec autem quae fit, *vocabulo* quae *oblito*, a. 13 infra a, c; intra *et supra versum* infra b; in r. 14 ·II· vel ·III· c || quattuor d. || quot a, d, f, r, s. 15 duobus r. 16 *Post* habuerit *addunt* numerus f, s. || illum] *Fortasse* alium *est scribendum.* || infra a, b, c, f, l, r, s. 17 choercet d, cohercet f, l, s.

tur. Habebit autem vel duas quintas vel duas septimas vel duas nonas et ita progredientibus, si duas solas partes minoris numeri superhabuerit per easdem partes inparibus numeris minorem maior summa transcendit. Nam si eum habeat totum et duas eius quartas, superparticularis necessario repperitur, nam duae quartae medietas est et fit sesqualtera comparatio; sin vero duas sextas, rursus est superparticularis, duae enim sextae pars tertia est, quodsi in comparatione ponatur, sesquitertiae habitudinis efficiet formam.

Post hos nascuntur comites, qui subsuperpartientes vocantur. Hi autem sunt, qui habentur ab alio numero, et eorum vel duae vel tres vel ·IIII· vel quotlibet aliae partes. Si ergo numerus alium intra se numerum habens eius duas partes habuerit, superbipartiens nominatur, sin vero tres, supertripartiens, quodsi ·IIII·, superquadripartiens, atque ita progredientibus in infinitum fingere nomina licet. Ordo autem eorum naturalis est, quotiens disponuntur a tribus omnes pares atque inpares numeri naturaliter constituti et sub his aptantur alii, qui sunt a quinario numero incipientes omnes inpares. His igitur ita dispositis si primus primo, secundus secundo, tertius tertio et ceteri ceteris comparentur, superpartiens habitudo procreatur. Sit enim dispositio hoc modo:

III.	IIII.	V.	VI.	VII.	VIII.	VIIII.	X.
V.	VII.	VIIII.	XI.	XIII.	XV.	XVII.	XVIIII.

1 Habet a, c, r, s. || autem] enim r, s. || autem vel *om.* c. 2 partes solas c, r, s. 3 in partibus numeri *mutatum in* inparibus numeris a; imparis numeri *in litura* s. 5 habeat eum f. 7 si vero a, c, r, s. || ·II· a, l, r. 11 Post hos duces s. || nascantur, a *in* u *mutato* a. || superpartientes, *omisso* sub, c. 13 ·II· a, l, r, s. || ·III· a, c, f, l, r, s. || quatuor b, d. || quaelibet f. 14 alium *om.* c. 15 superbipertiens *hic et infra, ubi idem vel simile vocabulum legitur* c. 16 si vero c, r, s. || ·III· c, d. || quattuor d. 21 incipientes *om.* a. 23 superpartientis a, c. 24 Fit s. 25 et 26 *In* d *duo hi versus in margine inferiore leguntur sed additis* ·XI· ·XII· *et* ·XXI· XXIII· *Tertius versus continet* ·VI· *eiusque duplos usque ad* ·$\overline{\text{III}}$LXXII·, *quartus versus* ·X· *eiusque du-*

Si igitur quinarii numeri ad ternarium comparatio consideretur, erit superpartiens ille, qui vocatur superbipartiens; habet enim quinarius totos in se tres et eorum duas partes id est duo. Si vero ad secundum ordinem speculatio referatur, supertripartiens proportio cognoscetur atque ita in sequentibus per omnes dispositos numeros omnes in infinitum species huius numeri convenientes ordinatasque respicies.

At vero quemadmodum singuli procreentur si in infinitum quis curet agnoscere, hic modus est. Habitudo enim superbipartientis, si utrisque terminis duplicetur, semper superbipartiens proportio procreatur. Si enim quis duplicet ·V·, faciet ·X·, si ·III·, faciet ·VI·, qui ·X· contra senarium comparati superbipartientem faciunt habitudinem. Et hos ipsos rursus si duplicaveris, idem ordo proportionis adcrescit, idemque si infinitum facias, statum prioris habitudinis non mutabit. Si vero supertripartientes invenire contendas, primos supertripartientes, id est ·VII· et ·IIII· triplicabis et huiusmodi nascentur. Si vero, qui ex his nati fuerint, ternarii multiplicatione produxeris, idem rursus efficient. Quodsi superquadripartientes quemadmodum in infinitum progrediantur, appetas addiscere, primas eorum radices in quadruplum multiplices licet, id est ·VIIII· et ·V· et eos, qui illa multiplicatione proferentur, rursus in quadruplum, et eandem fieri proportionem inoffensa nimirum ratione repperies; et ceterae species una semper plus multiplicatione crescen-

plos usque ad ·IIIICXX· [DCXX]. 3 ·III· c. 4 ·II· c. 6 ita *om.* c, *supra versum* a. 7 omnes *om.* a, c, f. 8 respicias s. 9 procreantur a, c. 12 bipartiens *omisso* super a, b. || proportio *om.* c, r || procreatur] est c, r. 13. ·V· quis duplicet c, r, s. || quinque f. || tres c, f. || sex c. || decem d. 18 contendis f. 21 efficient] *In* d *in margine inferiore leguntur* ·IIII· *eiusque tripli usque ad* ·CCCVI· [CCCXXIIII], *et sub his numeris* ·VII· *eiusque tripli usque ad* DLXVII. 22 appetas] optes a, b, d, f, l. 23 ediscere r. 25 rursum a, c, f, s. 26 repperies] *In* d *leguntur in margine inferiore* ·V· *eiusque quadrupli usque ad* ·ICCLXXX· *et sub his* ·VIIII· *eiusque quadrupli usque ad* II CCC IIII.

tibus radicibus oriuntur. Radices autem proportionum voco numeros in superiore dispositione descriptos, quasi quibus omnis summa supradictae comparationis innititur.

Hoc quoque videndum est, quoniam, cum duae partes ex minore plus in maioribus sunt, tertii semper vocabulum subauditur, ut superbipartiens qui dicitur, quoniam duas minoris numeri tertias partes habet, dicatur superbipartiens tertias; et cum dico supertripartiens, subaudiri necesse sit supertripartiens quartas, quoniam tribus super quartis exuberat; et superquadripartienti subauditur superquadripartiens quintas, et ad eundem modum in ceteris uno semper adiecto super habitas partes subauditio facienda est, ut eorum germana convenientiaque his nomina haec sint: qui dicitur superbipartiens, idem dicatur superbitertius; qui dicitur supertripartiens, is sit supertriquartus, et qui dicitur superquadripartiens, idem dicatur superquadriquintus, eademque similitudine usque in infinitum nomina producantur.

De multiplici superparticulari.

XXVIIII. Igitur relatae ad aliquid quantitatis simplices et primae species hae sunt. Duae vero aliae ex his velut ex aliquibus principiis componuntur, ut multiplices superparticulares et multiplices superpartientes, horumque comites submultiplices superparticulares et submultiplices superpartientes. Namque in his ut in praedictis proportionibus minores numeri omnes addita sub praepositione dicuntur,

2 numeros voco f. || quos *correctum in* quasi a. 3 inmittitur *correctum in* innititur a. 4 In hoc a, s; Hoc *et supra versum:* In ał: in hoc b. || est *supra versum rec. manu* r. 8 et] sed l; sed *et supra versum* ał et b. || subaudire necesse est f. 9 ut quoniam a *et* d; *sed in* d ut *est inductum.* 10 super quartas, *et supra versum:* in ał superquartas b. || exuperat s. 11. superquadripartiens] super *om.* c. 12 superhabitis a. 14 ut qui f, l; ut *supra versum adscriptum est in* a, b, d, r, s. || superbipartiens] sup *cum litura* c. 19 *Titulum om.* c. 20 XXVIIII *om.* r. || relictae *corr. in* relatae a || ad *om.* c. 26 *Post* numeri *addunt* et eorum species f, r; et eorum quoque species s; *in*

quorum definitio talis reddi potest. Multiplex superparticularis est, quotiens numerus ad numerum comparatus habet eum plus quam semel et eius unam partem, hoc est habet eum aut duplum aut triplum aut quadruplum aut quotienslibet et eius quamlibet aliquam partem vel mediam vel tertiam vel quartam vel, quaecunque alia partium exuberatione contigerit. Hic ergo ex multiplici et superparticulari consistit. Quod enim comparatum numerum plus quam semel habet, multiplicis est, hoc vero, quod minorem in habenda parte transcendit, superparticularis. Itaque ex utroque nomine ficto vocabulo est speciesque eius ad illarum scilicet fiunt imaginem proportionum, ex quibus ipse numerus originem trahit. Nam prima pars huius vocabuli, quae multiplicis nomine possessa est, multiplicis numeri specierum vocabulo nominanda est, quae vero superparticularis est, eodem vocabulo nuncupabitur, quo superparticularis numeri species vocabantur. Dicetur enim, qui duplicem habuerit alium numerum et eius mediam partem, duplex sesqualter, qui vero tertiam, duplex sesquitertius, qui quartam, duplex sesquiquartus et deinceps. Si vero ter eum totum contineat et eius mediam partem vel tertiam vel quartam, dicetur triplex sesqualter, triplex sesquitertius, triplex sesquiquartus et eodem modo in ceteris; diceturque quadruplus sesqualter, quadruplus sesquitertius, quadruplus sesquiquartus; et quotiens totum numerum in semet ipso continuerit per multiplicis numeri species appellabitur, quam vero partem comparati numeri clauserit, secundum superparticularem comparationem habitudinemque vocabitur.

Horum autem exempla huiusmodi sunt. Duplex ses-

margine habet et eorum quoque species a, et eorum quoque omnes species l: *supra versum habent* et eorum quoque species b, d. 7 contingerit a, c. 9 minorem numerum f. 10 habendo f. 11 fictum vocabulum f, s. 12 illius a. 17 species numeri f. 22 dicitur c, r, s; dicitur *corr. in* dicetur a. 24 et *om.* f. 24—26 et eodem . . . sesquiquartus *in margine superiore* r. 26 quoties a, l. 27 appellatur b, c, d, f, l, r, d; appellatur *corr. in* appellabitur a. 28 conparati numeri partem f. || clauserit numeri l. || conparati, o *sec. manu adscripto* b.

qualter est, ut ·V· ad duo. Habent enim ·V· binarium numerum bis et eius mediam partem, id est ·I· Duplex vero sesquitertius est septenarius ad ternarium comparatus. At vero novenarius ad quaternarium duplex sesquiquartus; si vero ·XI· ad ·V·, duplex sesquiquintus; et hi semper nascentur dispositis in ordinem a binario numero omnibus naturaliter paribus inparibusque terminis, si contra eas omnes a quinario numero inpares comparentur, ut primum primo, secundum secundo, tertium tertio caute et diligenter adponas, ut sit dispositio talis:

II.	III.	IIII.	V.	VI.	VII.	VIII.	VIIII.	X.	XI.
V.	VII.	VIIII.	XI.	XIII.	XV.	XVII.	XVIIII.	XXI.	XXIII.

Si vero a duobus paribus omnibus dispositis terminis illi, qui a quinario numero inchoantes quinario numero rursus sese transsiliunt, comparentur, omnes duplices sesqualteros creant, ut est subiecta descriptio,

II.	IIII.	VI.	VIII.	X.	XII.
V.	X.	XV.	XX.	XXV.	XXX.

Si vero a tribus inchoent dispositiones et tribus sese transsiliant, et ad eos aptentur, qui a septenario inchoantes septenario sese numero transgrediuntur, omnes duplices sesquitertii habita diligenter comparatione nascuntur, ut subiecta descriptio monet.

1 habet d. || enim *rec. manu supra versum* d. 2 bis in se d. || partem *om.* a, b, c, d, l, r, s. || unum f. 3 vero *om.* a. || ·VII· ad ·III· b. 5 duplus a. 6 nascuntur a. 8 numero *om.* a. 10 *Post* adponas *addit* pares inparesque a. 11 *Hunc versum praecedit in* f *titulus:* Duplex sesqualter. 11 et 12 *Numeri* a ·II· *et* ·V· *usque ad* ·VI· *et* ·XIII· *in* d *in margine superiore rubro colore additi sunt.* 14 numero *om.* b, l. 17 *Hunc versum praecedit in* f *titulus:* Duplex sesqualter. 17 et 18 *Numeri a* ·II· et ·V· *usque ad* ·X· et ·XXV· *in* d *in margine sinistro rubro colore, additi sunt.* 19 inchoant c; incohan *corr. in* incoheant a. 20 inchoantes septenario, *omisso* a, s. || incohantes a. || inchoantes septenario *in margine* r. 21 numero sese f. 22 habita diligenter conparatione *supra versum* d.

III.	VI.	VIIII.	XII.	XV.	XVIII.	XXI.
VII.	XIIII.	XXI.	XXVIII.	XXXV.	XLII.	XLVIIII.

Sin vero omnes in ordinem quadrupli disponantur, hi qui naturalis numeri quadrupli sunt, ut unitatis quadruplus, et duorum triumque et quattuor atque quinarii et ceterorum sese sequentium, et ad eos aptentur a novenario numero inchoantes semper sese novenario praecedentes, tunc duplicis sesquiquartae proportionis forma texetur.

IIII.	VIII.	XII.	XVI.	XX.	XXIIII.
VIIII.	XVIII.	XXVII.	XXXVI.	XLV.	LIIII.

Ea vero species huius numeri, quae est triplex sesqualtera, hoc modo procreatur, si disponantur a binario numero omnes in ordinem pares et ad eos a septenario numero inchoantes septenario sese supergredientes solito ad alterutrum comparationis modo aptentur.

II.	IIII.	VI.	VIII.
VII.	XIIII.	XXI.	XXVIII.

Si autem a ternario numero ingressi cunctos naturalis numeri triplices disponamus et eis a denario numero denario sese supergredientes ordine comparemus, omnes triplices sesquitertii in ea terminorum continuatione provenient.

1 *Hunc versum praecedit in* f *titulus:* Duplex sesquitertius. 1 et 2 *Numeri a* ·III· *et* ·VII· *usque ad* ·XV· *et* ·XXXV· *in* d *in margine dextro rubro colore additi sunt.* 3 Si vero a, b, c, r, s. 5 ·IIII· c. *Fortasse legendum:* quaternarii. 6 se s. 7 numero *om.* d, l. || incohantes s. 8 tunc *om.* d. || propositionis f, l. 10 *Hunc versum praecedit in* f *titulus:* Duplex sesquiquartus. 10 et 11. *Duo hi versus exceptis numeris* ·XXIIII· *et* ·LIIII· *in* d *in margine inferiore rubro colore sunt additi.* 15 supergradientes a. 16 conparationis modo a. 17 et 18 *Iuxta hos versus additus est in* f *titulus:* Triplex sesqualtera. 19 ingressi *om.* f. 20 ternario, ter *rasura paene deleto*, f. || numero] *supra versum* inchoantes b. || *alterum* denario *om.* c. || denario sese numero a. 21 supergradientes a. || ordinem f. 22 in eam terminorum continuationem f. || proveniunt c, pervenient *corr. in* provenient a. ||

III. VI. VIIII.
X. XX. XXX.

De eorum exemplis in superiori formula inveniendis.

XXX. Horum autem eorumque qui sequuntur exempla integre planeque possumus pernotare, si in priorem descriptionem, quam fecimus, cum de superparticulari et multiplici loqueremur, ubi ab uno usque in denariam multiplicationem summa concrevit, diligens velimus acumen intendere. Ad primum enim versum omnes, qui sequuntur, conlati ordinatas convenientesque multiplicis species reddent. Sin vero ad secundum cunctos, qui tertii sunt ordinis, aptaveris, ordinatas species superparticularis agnosces. Quod si tertio ordini, quicunque sunt in quinto versu, compares superpartientis numeri species positas convenienter aspicies. Multiplex vero superparticularis ostenditur, cum ad secundum versum omnes, qui sunt quinti versus serie comparantur, vel qui sunt in septimo, vel qui sunt in nono, atque ita si in infinitum sit ista descriptio, in infinitum huius proportionis species procreabuntur. Manifestum autem hoc etiam est, quod horum comites semper cum sub praepositione dicentur, ut est subduplex sesqualter, subduplex sesquitertius, subduplex sesquiquartus et ceteri quidem ad hunc modum.

Post proveniunt *addit* hoc modo c. 1 et 2 *Numeros om.* a, b, d; s *addit* ·XII·XV· / ·XL·L· 1 *et* f *insuper* ·XVIII·XXI· / ·LX ·LXX· *In* f *adscriptum est:* Triplex sesquitertia. 3 *Titulum om.* f., *in margine* d || superiore r, s. 4 ·XXX· *om.* f, r. 6 de *om.* c. 8 diligenter f, diligentius s. 10 multiplices a, r, s. *In margine addita est in* f *inscriptio:* Unde oriantur multiplices. 11 reddunt *corr. in* reddent a. || Si vero a, c, d, r, s || cunctos *om.* c. 15 positas convenienter *supra versum* d. 17 comparentur c. || in septimo ad secundum f. 18 in nono ad ·II·^um f. || ita si *om.* r, s. ita *supra versum* a. 19 si sit r, s. || in infinitumque c; in infinitum quoque s; quoque *supra versum* r. 20 autem *om.* c, r, s. || hoc etiam] et hoc d. 23 quidem *om.* d.

De multiplici superpartiente.

XXXI. Multiplex vero superpartiens est, quotiens numerus ad numerum comparatus habet in se alium numerum totum plus quam semel et eius vel duas vel tres vel quotlibet plures particulas secundum numeri superpartientis figuram. In hoc quoque propter causam superius dictam non erunt duae medietates neque duae quartae neque duae sextae, sed duae tertiae vel duae quintae vel duae septimae ad priorum similem consequentiam. Non est autem difficile secundum priorum exempla positorum hos quoque et praeter nostra exempla numeros invenire. Vocabunturque hi secundum proprias partes duplex superbipartiens, vel duplex supertripartiens, vel duplex superquadripartiens, et rursus triplex superbipartiens et triplex supertripartiens et triplex superquadripartiens et similiter, ut ·VIII· ad ·III· comparati faciunt duplicem superbipartientem, et ·XVI· ad ·VI· et omnes, quicunque ab ·VIII· incipientes octonario sese numero transgrediuntur, comparati ad eos, qui a tribus inchoantes ternaria sese quantitate praetereunt. Nec erit difficile alias eius partes secundum praedictum modum diligentibus repperire. Hic quoque illud meminisse debemus, quod minores et comites non sine sub praepositione nominantur,

1 *Titulus in margine legitur in* d. || superpartienti d. 2 ·XXXI· *om.* r. || quoties a, s. 3 *alterum* numerum *om.* f, *supra versum* d, *punctis notatum* b. 6 *Post* figuram *addita sunt in* c: ut superbipartiens tertias vel super *(litura)* ipertiens quartas et reliq; || hac *corr. in* hoc a. || In hoc] *supra versum* numero s. 7 neque duae quartae *om.* d. 8 sed] si *in litura* a. 10 primorum f. 11 nona *corr. in* nostra a. 15 et triplex superquadripartiens *om.* d. 16 *Post* similiter *addit* f: sub usque in infinitum. 16 octo a, b, l, s. *In margine additi sunt in* s *hi numeri:*

VIII.	XVI.	XXIIII.	XXXII.
III.	VI.	VIIII.	XII.

17 et ·XVI·] ut ·XVI· f. 18 octo f. || sese *om.* c; se d, r. 19 a *om.* r. || ternarii f. 22 Hii *corr. in* Hic a. || debebimus s; debuimus *mutatum in* debebimus a. 23 sub praepositione] subpressione f.

ut sit subduplex superbipartiens, subduplex supertripartiens.

Demonstratio quemadmodum omnis inaequalitas ab aequalitate processerit.

XXXII. Restat autem nobis profundissimam quandam tradere disciplinam, quae ad omnem naturae vim rerumque integritatem maxima ratione pertineat. Magnus quippe in hac scientia fructus est, si quis non nesciat, quod bonitas definita et sub scientiam cadens animoque semper imitabilis et perceptibilis prima natura est et suae substantiae decore perpetua, infinitum vero malitiae dedecus est, nullis propriis principiis nixum, sed natura semper errans a boni definitione principii tamquam aliquo signo optimae figurae inpressa componitur et ex illo erroris fluctu retinetur. Nam nimiam cupiditatem iraeque immodicam effrenationem quasi quidam rector animus pura intellegentia roboratus adstringit, et has quodammodo inaequalitatis formas temperata bonitate constituit. Hoc autem erit perspicuum, si intellegamus, omnes inaequalitatis species ab aequalitatis crevisse primordiis, ut ipsa quodammodo aequalitas matris et radicis obtinens vim ipsa omnes inaequalitatis species ordinesque profundat. Sint enim nobis tres aequales termini, id est tres unitates, vel ter bini vel ter terni vel ter quaterni vel quantos ultra libet ponere. Quod enim in unis tribus terminis

2 *Post* supertripartiens *addit* f: Et rursus subduplex supertripartiens, subduplex superquadripartiens. 3 *Titulus in margine legitur in* d. 5 ·XXXII· *om.* f, l, r. 7 mixta *et supra versum* ł maxima s. 9 diffinita est a, b, c, l, r. 11 in infinitum a, b, c, d, f. || dedecus malitiae a, b, l. 12 est *om.* d; esse f. 13 ab omni, m *oblito*, a. || ab aliquo a; ab *rasura deletum est in* s. 14 obtimae a, l. || impressa figurae r. || terroris, t *oblito*, a. 16 quasi] quos *corr. in* quasi a. 17 astringit c, l. 18 forma f. || temporata r. 21 aequitas a, b, c, d, l, r, s; aequitas, al *supra* i *scriptis*, f. 23 ·III· r. 24 tres . . . tres . . . tres a, b, d, f, l; III . . . III . . . III. r. 25 enim *om.* l. || in unis] minuitis a, inutis r.

evenit, idem contingit in ceteris. Ex his igitur secundum praecepti nostri ordinem videas primum nasci multiplices et in his duplices prius, dehinc triplos, inde quadruplos et ad eundem ordinem consequentes. Rursus multiplices si convertantur, ex his superparticulares orientur, et ex duplicibus quidem sesqualteri ex triplis sesquitertii, ex quadruplis sesquiquarti et ceteri in hunc modum. Ex superparticularibus vero conversis superpartientes nasci necesse est, ita ut ex sesqualtero nascatur superbipartiens, supertripartientem sesquitertius gignat et ex sesquiquarto superquadripartiens procreetur. Rectis autem positis neque conversis prioribus superparticularibus multiplices superparticulares oriuntur; rectis vero superpartientibus multiplices superpartientes efficiuntur. Praecepta autem tria haec sunt, ut primum numerum primo facias parem, secundum vero primo et secundo, tertium primo, secundis duobus et tertio. Hoc igitur cum in terminis aequalibus feceris, ex his qui nascentur, duplices erunt, de quibus duplicibus si idem feceris, triplices procreantur et de his quadruplices atque in infinitum omnes formas numeri multiplicis explicabit. Iaceant igitur tres termini aequales.

I. I. I.

Ponatur itaque primo primus aequalis, id est unus, secundus vero primo et secundo, id est ·II·, tertius vero primo, duobus secundis et tertio par sit, id est uni et duobus unis et uni, quod sunt ·IIII· ut est descriptio.

1 contigit c, *correct. in* contingit a. 3 ex his f; in *om.* r. || tripli r. || deinde a, c, s. || quadrupli r. 6 triplicibus a, c, f, s; tribus l. || et ex quadruplis r. 7 Et *corr. in* Ex a. 11 procreetur *om.* a, b, c, d, l, r, s; *ut dubium sit, utrum, qui codicem* f *exaravit, de suo, an ex meliore codice* procreetur *addiderit.* 13 superpartientes c. || superpartientibus multiplices *in margine rec. manu* r. 14 multiplicis, *ultimo* i *in* e *mutato*, a. 17 primo et duobus secundis f; primo, secundis duobus a, c, s. 21 multiplices a, d, f, r. || procreabit d. || Sint d. 24 id est . . . . vero primo *om.* d; *rec. tamen manu addita sunt:* id est I. 25 duo f. 26 et duobus f. || uno d. || et *ante* duobus *om.* a, b, d. 27 unis *om.* s. || uno a, b, c, d, r, s. || ut haec est descriptio d; ut est de-

I.	I.	I.
I.	II.	IIII.

Videsne ut duplici proportione sequens ordo texatur? Fac rursus idem de duplicibus, ut sit primus primo aequalis, id est uni, secundus primo et secundo, id est uni et duobus, qui sunt tres, tertius primo, id est uni, duobus secundis, id est ·IIII·, et tertio, id est ·IIII·, qui simul ·VIIII· fiunt, et venit haec formula.

I.	I.	I.
I.	II.	IIII.
I.	III.	VIIII.

Rursus si triplicibus idem feceris, continuus quadruplus procreabitur. Sit enim primus primo aequus, id est unus, sit secundus primo et secundo aequalis, id est ·IIII·, sit tertius primo, duobus secundis et tertio aequalis, id est ·XVI·

I.	I.	I.
I.	II.	IIII.
I·	III.	VIIII.
I.	IIII.	XVI.

Et in ceteris quidem ad hanc formam tribus his praeceptis utemur. Si vero qui ex aequalibus nati sunt multiplices, eos disponamus et secundum haec praecepta vertamus, ita ut converso sint ordine, sesqualter ex duplici procrea-

scriptio hec f. 4 de *supra versum* a, r. || et sit c, d, l, r. primo primus c. 6 uno d. || ·III· c. 7 et duobus f. || id est ·IIII· *om.* c, l, r, s; *supra versum* d. || id est *sec. manu additum* f. || quatuor d. 8 fiunt] sunt r. || forma a, s; in hanc formam *et supra*: et venit haec formula d. 9—11 *Formulam om.* l. 12 in triplicibus d, f; de triplicibus, de *ex corr. addito*, r. 13 id est unus *supra versum* d. 14 sit *om.* d. || aequalis, id est ·IIII· *supra versum* d. || sit *om.* d. 15 et duobus f. || aequalis, id est ·XVI· *supra versum* d. 21 his *om.* d. 22 utamus praeceptis s; || utamur c. || quis dicat *corr. in* qui, *vocabulo* dicat *inducto*, a. || ex *supra versum* a, s. || qualibus c. 24 ita est, *vocabulo* est *inducto* a, *rasura deleto* s.

bitur, sesquitertius ex triplici, sesquiquartus ex quadruplo. Sint enim ·III· duplices termini, qui ex aequalibus creati sunt, et qui ultimus est, primus ponatur hoc modo:

IIII. II. I.

Et constituatur primo in hoc ordine primus par, id est ·IIII·, secundus vero primo et secundo par, id est ·VI·, tertius vero primo, duobus secundis et tertio, id est ·VIIII·

IIII. II. I.
IIII. VI. VIIII.

Ecce tibi illa sesqualtera quantitas ex termino duplicitatis exoritur. Videamus nunc ad eundem modum, ex triplici qui nascatur. Disponantur enim triplices superiores

VIIII. III. I.

Converso scilicet ordine, sicut duplex, hic est quoque ordo dispositus. Ponatur ergo primus primo aequus, id est ·VIIII·, secundus primo et secundo, id est ·XII·, tertius primo, duobus secundis et tertio aequus, id est ·XVI·

VIIII. III. I.
VIIII. XII. XVI.

Rursus secunda species superparticularis numeri, id est sesquitertius procreatus est. Quod si idem de quadruplo quis facere velit, sesquiquartus continuo nascetur, ut subiecta monstrat descriptio.

XVI. IIII. I.
XVI. XX. XXV.

1 triplo d. 2 tres b, f. 5 constituantur a, c, s, *et* r, *sed* n *rasura deleto.* || constituaturque d. || primo *om.* a, b, d. || primus primo a *et* s, *sed* primo *rasura deleto;* primo *supra* primus d. 6 quatuor d. || par *om.* d. 10 illa *om.* c. || sesqualtera illa r. 11 ad eundem .... nascatur] quemadmodum ex triplici numero ad eundem modum numeri nascantur d. || ex triplici *om.* l. 12 nascitur b, l; nascantur s. || enim] itaque d. 15 primo primus c. 17 aequus *supra versum* d, r. 21 sesquitertii procreati sunt a. 22 continua c. || subiecta monstrabit a; subiecta monstrat *et supra versum:* in *al.* bit b; monstrabit subiecta s.

Ac si quis idem de cunctis in infinitum partibus multiplicitatis faciat, convenienter ordinem superparticularitatis inveniet. Quod si conversos superparticulares aliquis secundum haec praecepta convertat, continuo videat superpartientes adcrescere et ex sesqualtero quidem superbipartiens, ex sesquitertio supertripartiens procreatur et ceteri secundum communes denominationis species sine ulla ordinis interpolatione nascentur. Disponantur igitur sic:

VIIII. VI. IIII.

Superioris igitur descriptionis primo primus aequus numerus adscribatur, id est ·VIIII· secundus vero primo et secundo, id est ·XV·, tertius vero primo, duobus secundis et tertio, id est ·XXV·

VIIII.	VI.	IIII.
VIIII.	XV.	XXV.

Si vero sesquitertium eodem modo vertamus, ordo supertripartiens invenitur. Sit enim prima positio sesquitertii

XVI. XII. VIIII.

Ponatur secundum priorem modum primo primus par, id est ·XVI·, secundus primo et secundo, id est ·XXVIII·, tertius primo, duobus secundis et tertio, id est ·XLVIIII· Omnis ergo summa disposita supertripartientes efficiet.

XVI.	XII.	VIIII.
XVI.	XXVIII.	XLVIIII.

Rursus si sesquiquartum eodem modo verteris, super-

1 si quidem a; quis idem *et supra versum* hoc b; quis hoc idem l. || multiplicatis b, c, f, l, r. 2 faciant, n *oblito*, a; faciet c. || superparticularis a. 4 *Post* videat *addit* vel videbit a. 5 et *om.* s. 8 interpellatione f. || Disponatur c. 11 numerus aequus a, b. 12 vero *om.* d, f. 13 vero *om.* d. 14 *Post* ·XXV· *addit:* Et venit haec forma a; *quae verba in* s *rasura deleta sunt.* 17 Si ergo a. 18 propositio a, d, f, r. 19 *Hunc versum om.* d. 20 Ponatur enim a, l. 22 et duobus a, s.

quadripartiens statim quantitas procreabitur, ut est ea forma, quam subpositam vides.

XXV.	XX.	XVI.
XXV.	XLV.	LXXXI.

Restat, quemadmodum ex superparticularibus et superpartientibus multiplices superparticulares vel multiplices superpartientes nascantur ostendere, quorum binas tantum faciam descriptiones. Namque si rectum et non conversum sesqualterum ponimus, duplex superparticularis excrescit. Sit enim hoc modo:

IIII. VI. VIIII.

Ponatur secundum superiorem modum primo primus aequalis, id est ·IIII·, secundus primo et secundo, id est ·X·, tertius primo, duobus secundis et tertio aequalis, id est XXV.

IIII.	VI.	VIIII.
IIII.	X.	XXV.

Atque haec quidem duplex sesqualtera summa producta est; si vero sesquitertium non conversum ponamus duplex sesquitertius invenitur, ut subiecta descriptio docet:

VIIII.	XII.	XVI.
VIIII.	XXI.	XLVIIII.

At vero si ad superpartientes animum convertamus eosque ordinatim secundum superiora praecepta disponamus, multiplices superpartientes ordinatim progenitos repperiemus. Disponatur enim superpartientis haec formula:

VIIII. XV. XXV.

1 quantitas *supra versum* d. || ea *om.* c. 10 crescit a, b; adcrescit d. || Sit] Fit a, c, d, s. Sit . . . modo] enim hoc modo ponatur r. 12 Ponatur *om.* r. || superiorem] priorem c, d. 13 quattuor a, b, d, l, r, s. 14 aequalis *om.* d. 16 et 17 *Duo hi versus in margine leguntur in* a. 17 XXV.] ·XV· c. 19 ponamus conversum f. 20 duplus a, c, d, f, r, s. || ut] ł *et supra versum* ut r. 21 docet discriptio s.

Adscribatur ergo primus primo aequus, id est ·VIIII·, secundus primo et secundo, id est ·XXIIII·, tertius primo, duobus secundis et tertio, id est LXIIII.

VIIII.	XV.	XXV.
VIIII.	XXIIII.	LXIIII.

Videsne, ut ex superbipartiente duplus superbipartiens exortus sit? At vero si supertripartientem ponam, duplex sine dubio supertripartiens invenitur, ut in subiecta descriptione perspicuum est.

XVI.	XXVIII.	XLVIIII.
XVI.	XLIIII.	CXXI.

Sic ergo de superparticularibus vel de superpartientibus multiplices superparticulares vel multiplices superpartientes oriuntur. Quare constat, omnium inaequalitatum aequalitatem esse principium. Ex eadem enim inaequalia cuncta nascuntur. Ac de his quidem hactenus disserendum esse credidimus, ne vel infinita sectemur, vel circa res obscurissimas ingredientium animos detinentes ab utilioribus moraremur.

Liber primus explicit.

Incipiunt capitula libri secundi.

I. Quemadmodum ad aequalitatem omnis inaequalitas reducatur.

3 et duobus b, c, l. 6 Vides, *omisso* ne, l. || superpartiens c. 7 duplus f. 8 supertripartiens sine dubio s. || tripartiens *omisso* super a, b, c, f, l, r. 9 superspicuum l. 16 actenus f, l. || diserendum a, differendum c. 17 esse *om.* f. || credimus a, b, l, r. || nec l. 18 res *om.* d. 20 *Titulum om.* f, r. Explicit liber primus (I. c) a, c. Liber primus arithmeticae explicit s. *In* b, d, l *praecedunt titulum:* Anicii Mallii (Manlii d, l) Severini Boecii v. c. et ill. (inl. d) exconsul (cons̄. d) ord. (ordinis d) patricii institutionis arithmeticae. *In* d *addita sunt in fine tituli:* Incipit liber II. feliciter. 21 *Titulus in margine legitur in s.* || capitula] tituli b, l. || libri II. c; de libro secundo f. || *Titulo in fine addit* feliciter b. 22 inaequalitatis r. 23 seducatur a, deducatur d, reducitur l.

II. De inveniendo in unoquoque numero, quot numeros eiusdem proportionis possit praecedere eorumque descriptio descriptionisque expositio.

III. Quod multiplex intervallum ex quibus superparticularibus medietate posita intervallis fiat eiusque inveniendi regula.

IIII. De per se constante quantitate, quae in figuris geometricis consideratur, in quo communis ratio omnium magnitudinum.

V. De numero lineari.

VI. De planis rectilineis figuris quodque earum triangulum principium sit.

VII. Dispositio triangulorum numerorum.

VIII. De lateribus triangulorum numerorum.

VIIII. De generatione triangulorum numerorum.

X. De quadratis numeris.

XI. De eorum lateribus.

XII. De quadratorum numerorum generatione rursusque de eorum lateribus.

XIII. De pentagonis eorumque lateribus.

XIIII. De generatione pentagonorum.

XV. De exagonis eorumque generationibus.

XVI. De eptagonis eorumque generationibus et communis omnium figurarum inveniendae generationis regula descriptionesque figurarum.

XVII. Descriptio figuratorum numerorum in ordine.

XVIII. Qui figurati numeri ex quibus figuratis numeris fiant inque eo, quod triangulus numerus omnium reliquorum principium sit.

1 in *om.* d. || quod d, quos a, b, c, f, l, r, s. 2 possit praecedere] praecedat b, l. 7 quantitate constante c. || figuris et geometricis d. 10 linearii a. 11 quoque a. 12 est a. 13 Depositio c. 18 rursumque f. 21 penta, *omisso* gonorum, a. 22 *Hic titulus deest in* a, *excepta littera prima* D. 23 pentagonis a, c, r, s. || communi r. 24 omnium *om.* a, c. || veniende d. 25 discriptiones, *omisso* que, l; discriptionis, *omisso* que c; discriptione, *omisso* que s. 26 figurarum a. 27 numero a, b; numerus r. 28 inque eo] neque r, in eo s.

4 piramida a, d, r; pyramida f. || sit ea f. 5 sicut triangulus planarum *om.* d. 7 multianguli a || procreantur c. 8 solidarum c. || generatione s. 9 curatis a. 10 cubis f. || culneis f, r. 11 splericis a, spericis s, spheris d. || perallelipipedis r, parallelipedis s. 12—14 eorumque generationibus. XXVII. De antelongioribus numeris *om.* d. 15 altera parte a. 16 XXVII. d. 17 longioris c. 18 XXVIII. d. || laterculorumque c. || *Post* definitione *addit:* vel de generatione cunctorum eorumque difinitione d, vel de generatione cuneorum eorumque diffinitione f, vel de generatione cuneorum eorumque diffinitione naturae coniunctae sunt. r. 19 spiricis r, spericis s. 21 alteris r. naturae *om.* b, l. 22 coniuncti sunt a, c, d, r, s; conveniant b, l. 23 naturae c. || natura *om.* b, l, s; naturae d. 24 consistit a, c. || consistant ...... videri *in margine in-*

feriore r. 1 XXXIII. Ex eiusdem *in margine* r. || et r. || numeri *om.* r. 2 sunt] est b, l. || et] ex a, c, r. || omnis d. 4 et *om.* c, a a, ac s. 5 *Post* omnis *addit* ·XXXV· s. || consistit b, l, s; constat f. 6 ·XXXVI· s. || altera] ante s. 8 XXXVI. *om.* a, *totumque hunc titulum praecedenti addit.* XXXVII. c. 9—12 secundo . . . longiores *om.* c. || imparis a, d, r. 10 tertio vero l. || quadrati . . . tertio *om.* a. || quadratis r. 11 secundo vero loco . . . . longiores *om.* b, l, s. || paris d, r. || numeri *om.* r. 12 longiore a, r. 13 XXXVI. a, *itemque infra reliqui numeri in* a, *uno sunt minores;* XXXVIII s, *itemque reliqui numeri uno maiores.* || et ex c. 14 quae *et supra* ae *sec. manu* i r. || eorum qui sit c. 15 in *om.* a, b, l, s. 16 eiusdem naturae esse b, l. 17 Cubos f, s. || eiusdem participare eiusdem a, c. || substantia d. || ab *om.* b, l. 18 imparis r. || nascuntur f. 19 proportionalibus d. 20 aput s. || antiquiores b, l. 22 vocantur c. 23 dicendum est a, c, d, f, r, speculandum est s, speculandum sit b, l.

XLIII. De arithmetica medietate eiusque proprietatibus.

XLIIII. De geometrica medietate eiusque proprietatibus.

XLV. Quae medietates quibus rerum publicarum statibus comparentur.

XLVI. Quod superficies una tantum in proportionalitatibus medietate iungantur, solidi vero numeri duabus medietatibus in medio collocatis.

XLVII. De armonica medietate eiusque proprietatibus.

XLVIII. Quare dicta sit armonica medietas ea quae digesta est.

XLVIIII. De geometrica armonia.

L. Quemadmodum constitutis altrinsecus duobus terminis arithmetica, geometrica et armonica inter eos medietas alternetur; in quo de eorum generationibus.

LI. De tribus medietatibus, quae armonicae et geometricae contrariae sunt.

LII. De quattuor medietatibus, quas posteri ad implendum denarium limitem adiecerunt.

LIII. Dispositio decem medietatum.

LIIII. De maxima et perfecta symphonia, quae tribus distenditur intervallis.

Expliciunt capitula.

3 quibus rebus rerum b, l. || stantibus a, c. 5 una tantum] unitatum f. || tantum *om.* d. 6 duobus a, c. 7 collocantur a, b, c, l. 9 dicta *om.* c. || ea *om.* b, l. || degesta r, gesta a, c. 10 sit c. 11 armonica a, b, c, l. 12 constitutus a. 14 alternetur *om.* s. || in quo de] in quod c. 16 arithmeticae c, d, f, l, r, s; arithmetichae a, b; *qui communis omnium codicum error haud scio an uni fonti tribuendus sit.* || et *om.* a, c. || geometricae atque armonicae b, l. 17 contraria c. 21 maxima] armonica. || et *om.* s. 23 *Titulum om.* b, c, d, l, r, s. *In* a *in fine additum est:* Dω̄ γρακ̄ [Domino *vel* Deo gratias *litteris graecis expressum?*]

Incipit liber secundus.

Quemadmodum ad aequalitatem omnis inaequalitas reducatur.

I. Superioris libri disputatione digestum est, quemadmodum tota inaequalitatis substantia a principe sui generis aequalitate processerit. Sed quae rerum elementa sunt, ex hisdem principaliter omnia componuntur, et in eadem rursus resolutione facta solvuntur; ut, quoniam articularis vocis elementa sunt litterae, ab eis est syllabarum progressa coniunctio et in easdem rursus terminatur extremas; eandemque vim obtinet sonus in musicis. Iam vero mundum corpora quattuor non ignoramus efficere; namque ut ait: Ex imbri, terra atque anima gignuntur et igni. Sed in haec rursus eius quattuor elementa fit postrema solutio. Ita igitur, quoniam ex aequalitatis margine cunctas inaequalitatis species proficisci videmus, omnis a nobis inaequalitas ad aequalitatem velut ad quoddam elementum proprii generis resolvatur. Hoc autem trina rursus imperatione colligitur, eaque resolvendi ars datis qui-

1 Anicii Manlii Severini Boecii v̄c̄ et inł. exconsuł orđ patricii liber secundus incipit. a; Anicii Mallii Severini Boecii (Boetii l) v̄c̄ exconsuł orđ patricii arithmeticae institutionum liber secundus (·II· l) incipit. b, l; Incipit liber secundus arithmeticae f. || *Titulum om.* d. || secundus] ·II· c, s. 2 et 3 *Hunc titulum om.* a, b, f, l. || deducitur d. 4 degestum a, deiestum r. 5 a *om.* a, c. 6 elimenta a *et infra.* 9 sillabarum a, l, r, s. 10 terminatus c.
or
12 ·IIII· a, c, l, r, s; quatuor b. 13 ut ait Lucretius c, l; ut ait Plato r; ut ait Lucretius *et supra versum sec. manu:* Glossa b, s; ut ait *et supra versum* poeta vel philo *et sec. manu* sophus lucretius d (Lucretius I, 716: Ex Igni, Terra atque Anima procrescere et Imbri). || imbri et terra s. || atque *om.* a, r; terraque b, c, l. || animatia a; anima *et supra versum* i. aere b, l. 14 ·IIII· c, s. || postremo a, c, f. 15 resolutio f, s; solutio, re *supra versum addito* l. || inaequalitas a nobis c, d, f, l, r. 17 velud s. || velut rursus a, rursus velut d, f, l, s. 18 Haec *corr. in* hoc a; hoc *supra versum* r. 19 collegitur c.

buslibet tribus terminis inaequalibus quidem sed proportionaliter constitutis, id est ut eandem medius ad primum vim proportionis obtineat, quam qui est extremus, ad medium, in qualibet inaequalitatis ratione vel in multiplicibus, vel in superparticularibus, vel in superpartientibus, vel in his, qui ex his procreantur multiplicibus superparticularibus, vel multiplicibus superpartientibus, eadem atque una ratione indubitata constabit. Propositis enim tribus, ut dictum est, terminis aequis proportionibus ordinatis ultimum semper medio detrahamus et ipsum quidem ultimum primum terminum conlocemus, quod de medio relinquitur, secundum. De tertia vero propositorum terminorum summa auferemus unum primum et duos secundos, eos, qui de medietate relicti sunt, et id quod ex tertia summa relinquitur, tertium terminum constituemus. Videbis igitur hoc facto in minorem modum summas reverti et ad principaliorem habitudinem comparationes proportionesque reduci, ut si sit quadrupla proportio, primo ad triplam, inde ad duplam, inde ad aequalitatem usque remeare; et si sit superparticularis sesquiquartus, primo ad sesquitertium, inde ad sesqualterum, postremo ad tres aequales terminos redire. Hoc autem nos exempli gratia in multiplici tantum proportione docebimus, sollertem vero in aliis quoque inaequalitatis speciebus id experientem eadem ratio praeceptorum iuvabit. Constituantur enim tres a se termini quadrupli.

VIII. XXXII. CXXVIII.

Aufer igitur ex medio minorem, id est ex triginta duobus octonarium, relinquuntur ·XXIIII· et primum octonarium terminum pone, secundum vero, quod relictum fuerit ex medio, id est ·XXIIII·, ut sint hi duo termini

3 quam habet a. 6 quae c, d, l, r, s. || ex is d. || *Post* procreantur *addit* hoc est c. 7 vel *om.* f. 9 ut ultimum a, c; ut *supra versum* r. 12 tercio f. 13 auferamus s; auferemus *corr. in* auferamus a. 23 multiplici tantum] multiplicantium d. || solertem a, b, r. 29 relinquunt c. 30 pones d. 31 sunt c. || ·II· c.

·VIII· et ·XXIIII· De tertio vero, id est ·CXXVIII·, aufer unum primum id est ·VIII· et duos secundos, qui sunt reliqui, id est bis ·XXIIII· et relinquuntur ·LXXII· His dispositis terminis ex quadrupla propinquior aequitati proportio tripla redacta est. Sunt enim hi termini: VIII. XXIIII. LXXII. Ex his autem ipsis idem si feceris, ad duplam rursus comparatio remeabit. Pone enim primum minori aequum, id est ·VIII·, et ex secundo aufer primum, ·XVI· relinquentur; sed ex tertio, id est ex ·LXXII·, aufer primum, id est ·VIII· et duos secundos, id est bis ·XVI·, et erit reliqua pars ·XXXII·, quibus positis ad duplas proportiones habitudo redigitur: VIII. XVI. XXXII. Idem vero ex his si fiat rem omnem ad aequitatis summas eliquabimus. Pone enim primum minori aequum, id est ·VIII·; et aufer ex ·XVI· octonarium, remanent ·VIII·, quibus positis ex tertio, id est ·XXXII·, sumptis primo, id est ·VIII· et duobus secundis, id est octonariis, supersunt ·VIII·; quibus dispositis prima nobis aequitas cadit, ut subiectae summulae docent

VIII. VIII. VIII.

Hinc igitur si quis ad alias inaequalitatis species animum tendat, eandem convenientiam intitubanter inveniet. Quare pronuntiandum est, nec ulla trepidatione dubitandum, quod quemadmodum per se constantis quantitatis unitas principium et elementum est, ita et ad aliquid relatae quantitatis aequalitas mater est. Demonstravimus enim, quod hinc et eius procreatio prima foret et in eam rursus postrema solutio.

4 aequitate a; aequalitati s; aequitati *et supra* i al f. 5 hi] in c. 6 Ex *supra versum* b. || duplum a, c, r, s. 9 relinquetur c. 10 sedecim c, d, f. 11 triginta duo a, l, r, s. || propositiones d, r. 13 si *om.* s. || aequalitatis s; aequitatis *et supra* i al f. || *Supra* eliquabimus: derivabimus, ad purum ducemus, resolvemus b, exprimemus d. 15 sedecim f. || octo f. 16 dispositis f, s; positis, dis *supra versum addito* r. || triginta duobus d; XXX et duobus f. 18 positis c. || aequitas nobis c. || aequalitas f. 20 ·VIII· et ·VIII· et ·VIII· a, c, d, f, r, s. 26 aequalitas *supra versum* d. 27 eam] eadem c. 28 solatio, a *in* u *mutato,* r. ||

De inveniendo in unoquoque numero quot numeros eiusdem proportionis possit praecedere eorumque descriptio descriptionisque expositio.

II. Est autem quaedam in hac re profunda et miranda speculatio et ut ait Nicomachus enmusotaton theorema proficiens et ad Platonicam in Timaeo animae generationem et ad intervalla armonicae disciplinae. Ibi enim iubemur producere atque extendere tres vel quattuor sesqualteros vel quotlibet sesquitertias proportiones et sesquiquartas comparationes easque secundum propositum ordinem saepe continuas iubemur extendere. Ne autem hoc labore quodam, semper quidem maximo, frequentius inferaci fiat, hac nobis ratione in quot numeris quanti possint esse superparticulares vestigandum est.

Omnes enim multiplices tantarum similium sibimet proportionum principes erunt, quoto ipsi loco ab unitate discesserint. Quod autem dico sibimet similium, tale est, ut dupli semper multiplicitas, ut superius destinatum est, sesqualteros creet et dux sit triplex sesquitertiorum, quadruplus sesquiquartis. Primus ergo duplex unum solum habebit sesqualterum, secundus duo, tertius tres, quartus quattuor et secundum hunc ordinem eadem fit in infinitum progressio, neque unquam fieri potest, ut vel superet proportionum numerum vel ab eo sit deminutior aequabilis ab unitate locatio. Primus ergo duplex est

solutio est f, s; est *supra versum* l. 1 *Titulum om.* c, f; *in margine* d. || inveniendi s. || in *om.* b, d, l. || quos a, c, f, r, s; quod d. 2 possit praecedere] praecedat s. 3 descriptionisque expositio *om.* s. || dispositio b. 5 in enmusitaton a; enmusitaton, c, d, s; in *supra en* b; en musica ton r; HNMYCITATON l. || torema b; ΘΕωΡΕΜΑ l. 11 hoc autem c. 13 in *om.* c. 14 investigandum a, f, s; vestigandum, *addito supra versum* in l, r. 18 distinatum] dictum c. 19 creet *supra versum* r. || et *om.* d. || triplex sit r. 20 sesquiquartorum a; sesquiquarti s; sesquiquartus, us *in* is *mutato*, c, r. 21 duo *correct. in* duos a; ·II· c. || ·III· c. 22 ·IIII· c. || sit a, b, c, f. || infinitam c. 24 numerus a. 25 duplus f.

binarius numerus, qui unum solum sesqualterum recipit, id est ternarium, binarius enim contra ternarium comparatus sesqualteram efficit proportionem. Ternarius vero quoniam medietatem non recipit, non est alter numerus, ad quem in ratione sesqualtera comparetur. Quaternarius vero numerus secundus duplus est. Hic ergo duos sesqualteros praecedit. Est enim ad ipsum quidem comparatus senarius numerus, ad senarium vero, quoniam medietatem habet, novenarius, et sunt duo sesqualteri, ad ·IIII· scilicet ·VI·, ad ·VI· vero ·VIIII·; novenarius vero, quoniam medietate caret, ab hac comparatione seclusus est. Tertius vero duplex est ·VIII· Hic ergo tres sesqualteros antecedit. Comparatur enim ad ipsum duodenarius numerus, ad duodenarium ·XVIII·, ad ·XVIII· rursus ·XXVII· At vero ·XXVII· medio carent. Idem quoque in sequentibus evenire necesse est, quod nos cum propria ordinatione subdidimus. Semper enim hoc divina quadam nec humana constitutione speculationibus occurrit, ut quotienscunque ultimus numerus invenitur, qui loco duplicis ab unitate sit par, talis sit, ut in medietates dividi secarique non possit.

I.	II.	IIII.	VIII.	XVI.	XXXII.
	III.	VI.	XII.	XXIIII.	XLVIII.
		VIIII.	XVIII.	XXXVI.	LXXII.
			XXVII.	LIIII.	CVIII.
				LXXXI.	CLXII.
					CCXLIII.

Idem contingit etiam in triplicibus. Ex illis enim ses-

1 recepit c. 9 *Post* novenarius *addit* est sesqualter f. || quattuor d, f. 10 ·VI· et ad ·VI· f. || vero *om.* c. || novem a, b, r. || novenarius *supra versum* r. 15 Idem quoque] Idemque d, f, r; Idemque *in litura* a. 16 subdimus c. 20 par, talis] particularis a; partibilis *et in margine:* In al. par, talis b. || sit ut *supra versum sec. manu* b. || non possit *sec. manu* a. 21 *Post* possit *addit:* ut subiecta declarat descriptio huiusmodi r, ut subiecta descriptio declarat s.

quitertii procreantur. Nam quoniam primus triplex est ternarius numerus, habet unum sesquitertium, id est ·IIII·, cuius quaternarii tertia pars non potest inveniri. Atque ideo hic epitrito caret. Secundus vero, qui est ·VIIII·, habet ad se duodenarium numerum sesquitertium, duodenarius autem, quoniam habet tertiam partem, in sesquitertia proportione comparatur ad eum numerus ·XVI·, qui tertiae partis sectione solutus est. ·XXVII· autem, quoniam tertius est triplex, habet ad se sesquitertium ·XXXVI· et hic rursus ad ·XLVIII· eadem proportione comparatur. Cui si ·LXIIII· appositi fuerint, eandem rursus vim proportionis explebunt, quos ·LXIIII· ad nullum sesquitertium rursus aptabis, quoniam parte tertia non tenentur. Atque hoc in cunctis triplicibus invenitur, ut extremus eiusdem proportionis numerus tantos ante se praecedentes habeat, quanto primus eorum ab unitate discesserit et qui tot super se eiusdem proportionis habuerit numeros, quotus ab unitate primus eorum iacet. Eius pars, qua illi comparatus numerus possit eandem facere proportionem, inveniri nequeat. Et triplicis quidem haec est descriptio.

I.	III.	VIIII.	XXVII.	LXXXI.	CCXLIII.
	IIII.	XII.	XXXVI.	CVIII.	CCCXXIIII.
		XVI.	XLVIII.	CXLIIII.	CCCCXXXII.
			LXIIII.	CXCII.	DLXXVI.
				CCLVI.	DCCLXVIII.
					ĪXXIIII.

At quadrupli secundum hanc formam descriptio est, ad quam scilicet, qui a prioribus instructus accesserit, nulla ratione trepidabit. Et de ceteris quidem multiplicibus eandem convenientiam pernotabis.

2 quattuor d. 9 triplex est c. 10 ad *om.* c. 11 oppositi r. 13 rursus *om.* a. s. || tertia parte c. 18 iaceat a. 19 pars eius quia c. 20 nequit d, f, r, s. 31 eandem non aliam d, f, s. || pernotabit, t *in litura,* l; pernotabit hoc modo r, s.

I.	IIII.	XVI.	LXIIII.	CCLVI.	$\overline{I}$XXIIII.
	V	XX.	LXXX.	CCCXX.	$\overline{I}$CCLXXX.
		XXV.	C.	CCCC.	$\overline{I}$DC.
			CXXV.	D.	$\overline{II}$.
				DCXXV.	$\overline{II}$D.
					$\overline{III}$CXXV.

Hinc quoque perspicuum est superparticularium, quemadmodum prius ostensum est, primos esse multiplices, si quidem duplices sesqualteros, triplices sesquitertios et cuncti multiplices cunctos in ordinem superparticulares creant. Est etiam in his quoque mirabile. Namque ubi prima latitudo fuerit duplex, et sub eisdem qui sunt versus continui alternatim positi secundum seriem latitudinis duplices erunt. Si vero fuerint triplices et inferiores ordines tripla se in suis terminis multiplicatione superabunt; at in quadrupla quadrupli atque hoc in infinita ductum speculatione non fallit. Angulares autem omnium multiplices evenire necesse est. Erunt autem duplicium quidem triplices, triplicium quadruplices, quadruplorum vero quincupli et secundum eandem ordinis incommutabilem rationem sibimet cuncta consentient. Quibus expositis ad sequentem operis seriem conpetens disputatio convertatur.

Quod multiplex intervallum ex quibus superparticularibus medietate posita intervallis fiat eiusque inveniendi regula.

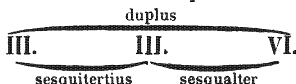
III. Si igitur duae primae superparticularis species coniungantur, prima species multiplicationis exoritur. Omnis

4 $\overline{II}$.] $\overline{II}$. DCCCC XXXVI. a; $\overline{I}$. CCCC XXXVI. f. 5 $\overline{II}$D.] $\overline{II}$. CCLXXVI a, f. 6 $\overline{III}$. CXXV] $\overline{III}$. DCXVI a; $\overline{II}$. DCXVII f; $\overline{II}$. CXX c. 9 si quidem . . . . triplices *in margine* d. || sesqualteros creant s. || *Post* sesquitertios *addit* et quadrupli sesquartos f. 10 multiplices cuncti a, c, s. 14 vero *om.* l; *supra versum* b. 16 at *om.* a, b, c; atque r. || hoc *om.* s. || in *om.* d; *supra versum* a, c. || doctum a, f; aliquem ductum s. 18 autem] enim d, r. 21 cuncta *om.* a. 24 *Inscript. om.* d. || particularibus f. 26 superparticulares a, f.

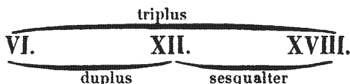
enim duplex ex sesqualtero sesquitertioque componitur et omnis sesqualter et sesquitertius duplicem iungunt. Nam ternarius sesqualter est duorum, quattuor vero sesquitertius ternarii, sed ·IIII· duplus duorum.



Sic igitur sesqualter et sesquitertius unum duplicem componunt. At vero si fuerint medietas et duplus, inter duplicem et medium potest una medietas talis inveniri, quae ad alteram extremitatem sesqualtera sit, ad alteram sesquitertia. Altrinsecus enim positis senario et ternario, id est duplici et medietate, si quaternarius in medio conlocetur, ad ternarium numerum sesquitertiam continet rationem, ad senarium vero sesqualteram.

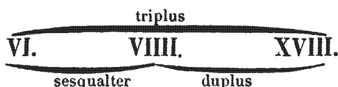


Recte igitur dictum est, et duplicem a sesqualtero sesquitertioque coniungi et has duas superparticularis species duplicem procreare, id est primam speciem multiplicis quantitatis. Rursus ex prima multiplicis specie id est ex duplici et prima superparticularis id est sesqualtera, continens multiplicis species id est tripla coniungitur. Namque ·XII· senarii numeri duplus est, ·X· vero et ·VIII· ad duodenarium sesqualter, qui ad senarium numerum triplus est.



4 quatuor b, quattuor d, f. 6 Si *mutatum in* Sic a. 7 fuerit f, l. 9 sit] fit a, b, r, s. 12 tertium *corr. in* ternarium a. 15 dictum est *om.* d. 18 multiplici d. 19 superparticulari a, r; s *ex corr. addito* s. || sesqualteram f. 20 multiplici *corr. in* multiplicis a. || coniungit c. 21 duodecimus c, duodecim d, f, l. || numeri *om.* s. || dupla a, f; dupla *et supra* a us d, r; duplus *et supra versum* ṫ pla b. || decem vero et octo b, d, f.

Et si positis eisdem ·VI· et ·XVIII· novenarius numerus in medietate ponatur, erit ad senarium sesqualter, qui ad ·XVIII· duplus est, et ad senarium ·XVIII· triplus est.



Ex duplici igitur et sesqualtero triplex ratio proportionis exoritur, et in eas rursus resolutione facta revocatur. Si autem hic, id est triplus numerus, qui est species secunda multiplicis, secundae speciei superparticularis aptetur, quadrupli continuo forma contexitur. Et in easdem rursus partes naturali partitione solvetur secundum modum, quem superius demonstravimus. Si vero quadruplus sese ac sesquiquartus adglomerent, quincuplus continuo fiet, et si quincuplus cum sesquiquinto, mox sescupli proportio coniugabitur, atque ita secundum hanc progressionem cunctae multiplicitatis species sine ulla rati ordinis permutatione nascentur, ita ut duplus cum sesqualtero triplicem creet, triplus cum sesquitertio quadruplum, quadruplus cum sesquiquarto quincuplum et eodem modo, ut nullus hanc continuationem finis inpediat.

1 sex c. || numerus *om.* a, c, r. 2 medietate] medio f. || ponitur d. || eritque d. 3 octavum decimum s. 4 est *om.* d. *Post* est *addit* secundum subiectae figurae formulam r, secundum subiectae figuram formulae s. 6 duplo *in litura* r; dupli *corr. in* duplici a. || ratio *supra versum* b. 10 aptatur f. || *Post* contexitur *addit* quadruplus I. III. IIII. triplus sesquitertius l; I. III. IIII. *et in margine* al III. VIIII. XII. b; *in margine* III. VIIII. XII. d. 14 *Post* fiet *addit* IIII. XVI. XX. b; *una cum arcubus et inscriptionibus* l; *in margine* d. 15 coniungabitur a, n *rasura deleto* r; coniungitur b, l; coniungetur c, f. || *Post* coniugabitur *addit* V. XXV. XXX. b; *una cum arcubus et inscriptionibus* l; *in margine* d. 17 rati *om.* c, d, f, r, s; ratione a; rati *supra versum* b. 18 creat s. || et triplus a, c, r, s. 19 quadruplus . . . quincuplum *om.* a. 20 fini *corr. in* finis a.

De per se constante quantitate, quae in figuris geometricis consideratur; in quo communis ratio omnium magnitudinum.

IIII. Haec quidem de quantitate, quam secundum ad [?] aliquid speculamur, ad praesens dicta sufficiant. Nunc autem in hac sequentia quaedam de ea quantitate, quae per se ipsam constat, neque ad aliquid refertur, expediam, quae nobis ad ea prodesse possint, quae post haec rursus de relata ad aliquid quantitate tractabimus. Amat enim quodammodo matheseos speculatio alterna probationum ratione constitui. Nunc autem nobis de his numeris sermo futurus est, qui circa figuras geometricas et earum spatia demensionesque versantur, id est de linearibus numeris et de triangularibus vel quadratis ceterisque, quos sola pandit plana demensio, nec non de inaequali laterum compositione coniunctis; de solidis etiam, id est cybis et sphericis vel pyramidis, laterculis etiam vel tignulis et cuneis, quae omnia quidem geometricae propriae considerationis sunt, sed sicut ipsa geometriae scientia ab arithmetica velut quadam radice ac matre producta est, ita etiam eius figurarum semina in primis numeris invenimus, planum siquidem fecimus, quod omnes disciplinas haec interempta consumeret, quas minime constituta firmaret. Hoc autem cognoscendum est, quod haec signa numerorum, quae posita sunt, quae nunc quoque homines in summarum designatione describunt, non naturali institutione formata sunt. Ut enim quinarii subiectam no-

1 *Titulum om.* d; De per se .... in quo *om.* b, c, l, r *et* s, *in quo* Tertium thema incipit. 2 consideratur *om.* f. 5 speculamus f. 7 ipsa d. 9 aliquid] aliud f, l. 10 alter *corr. in* alterna a. 13 dimensionesque c, d, l. 14 de *ante* triangularibus *om.* d. 16 cubis s. 17 spericis r, s. 18 propriae] *Fortasse legendum* proprie. 19 geometricae a, c, r, s. 24 infirmaret b, c; non firmaret a; firmaret *post lituram* l; firmaret *addito ex corr.* in r. 25 quae *om.* a; *supra versum* d, r; *punctis subnotatum* b. || sunt *punctis subnotatum* b, stunc d.

tulam fingant de ·V·, vel denarii, quam descripsimus, id est de ·X·, et alias huiusmodi non natura posuit, sed usus adfinxit. Quinque enim unos, vel decem vel quotlibet alios illis notulis pro conpendio notare voluerunt, ne, quot unitates quis monstrare vellet, totiens ei virgulae ducerentur. Nos autem, quotienscunque aliquid monstrare volumus, in his praesertim formulis, ordinatarum virgularum multitudinem non gravamur apponere. Cum enim quinque volumus demonstrare, facimus quinque virgulas ducimusque eas hoc modo ·IIIII· et cum septem, totidem, et cum decem, nihilo minus, quia naturalius est quemlibet numerum, quantas in se retinet, tot unitatibus adsignare quam notulis. Est igitur unitas vicem obtinens puncti, intervalli longitudinisque principium; ipsa vero nec intervalli nec longitudinis capax, quemadmodum punctum principium quidem lineae est atque intervalli, ipsum vero nec intervallum nec linea. Neque enim punctum puncto superpositum ullum efficit intervallum, velut si nihil nulli iungas. Nihil enim est, quod ex nullorum procreatione nascatur. Eadem quippe etiam circa aequalitates proportio manet. Nam si quotlibet fuerint termini pares, tantum quidem est a primo ad secundum, quantum a secundo ad tertium, sed inter primum et secundum vel secundum et tertium nulla est intervalli longitudo vel spatium. Si enim tres senarios ponas, hoc modo: VI. VI. VI. quemadmodum primus est ad secundum, sic est secundus ad tertium, sed inter primum et secundum

1 fingant] signant a, l, s; fingant *et supra versum* al signant b. || de ·V·] id est ·V· f. || vel] et de || id est *punctis subnotatum* b. 2 de ·X.] de *om.* a, d, f. || possuit r, possunt *corr. in* posuit a. 3 adfixit d. || unos] ·V· nota f. || vel decem ·X· f, l; *in margine* r; vel ·X· a, b, c, s. || quodlibet r; quolibet *corr. in* quoslibet a. 4 quot] quotiens l, s; quoti *et supra versum* ens r; quot *punctis subnotatum et supra versum* al quotiens b. 5 toties r, s. 6 quotiescunque r, s; quotiens d, f. 9 faciemus f, facimus *in litura* r. || ·V· a, r, s. 10 ducemusque f. || ·VII· a, c, r, s. 11 ·X· a, c, r, s. || quia] quam c. 13 designare a, c, r, s. 22 est *om.* a. 25 ·III· c. 27 est *om.* a, s.

nihil interest. ·VI· enim et ·VI· nulla spatii intervalla disiungunt. Ita etiam unitas in se ipsa multiplicata nihil procreat. Semel enim unum nihil aliud ex se gignit, quam ipsa est. Nam quod intervallo caret, etiam vim gignendi intervalla non recipit, quod in aliis numeris non videtur evenire. Omnis enim numerus in se ipsum multiplicatus alium quendam efficit maiorem, quam ipse est, idcirco, quoniam intervalla multiplicata maiore sese spatii prolixitate distendunt. Id vero, quod sine intervallo est, plus quam ipsa est pariendi non habet potestatem. Ex hoc igitur principio, id est ex unitate, prima omnium longitudo succrescit, quae a binarii numeri principio in cunctos sese numeros explicat, quoniam primum intervallum linea est. Duo vero intervalla sunt longitudo et latitudo, id est linea et superficies. Tria vero intervalla sunt: longitudo, latitudo, altitudo, id est linea, superficies atque soliditas. Praeter haec autem alia intervalla inveniri non possunt. Aut enim unum intervallum erit, quod longitudo est, aut aliquid duobus intervallis expositum est, ut si qua res longitudinem habeat et latitudinem, vel trina intervalli demensione porrigitur, si longitudine altitudine latitudineque censetur; supra quae adeo nihil inveniri potest, ut ipsorum ·VI· motuum formae ad intervallorum naturas et numerum componantur. Unum enim intervallum duos in se continet motus, ut in tribus intervallis sex sese motuum summa conficiat hoc modo: Est enim in longitudine ante et retro, in latitudine sinistra et dextera, in altitudine sursum ac deorsum. Necesse est autem, ut quicquid fuerit solidum corpus, hoc habeat longitudinem latitudinemque et altitudinem, et quicquid haec tria in se continet,

2 nil f. 3 nil b, f. 9 vero] circo *corr. in* vero a. 10 ipsa *corr. in* ipsum a, s. 13 explicabit d, f. 15 vero] ergo s. || longitudo et latitudo et altitudo a; longitudo latitudo et altitudo s. 16 linea *supra versum* r. || linea et c, s; et *supra versum* r. 19 aliquid, quod c, f, l, s; quod *supra versum* r. 21 latitudine altitudineque s. 22 supraque a, l. 23 sex d, f. 26 summa *supra versum* s. || conficiet d; conficiat summa r. 29 latitudinem, *omisso* que, a, c, d, f, r. 30 in se *om.* c.

illud suo nomine solidum vocetur. Haec enim tria circa omne corpus inseparabili coniunctione versantur, et in natura corporum constituta sunt. Quare quicquid uno intervallo caret, illud corpus solidum non est. Nam quod duo sola intervalla retinet, illud superficies appellatur. Omnis enim superficies sola longitudine et latitudine continetur. Et hic eadem illa conversio remanet. Omne enim quod superficies est, longitudinem et latitudinem retinet, et quod haec retinet, illud est superficies. Haec autem superficies uno tantum intervallo solidi corporis demensione superatur, quae uno rursus intervallo lineam vincit, quae longitudinis naturam retinens latitudinis expers est; quae linea, quod unius est intervalli sortita naturam, a superficie uno intervallo, a soliditate duobus spatiis vincitur. Punctum igitur alio rursus intervallo a linea vincitur, ipsa scilicet, quae reliqua est, longitudine. Quare si punctum uno quidem intervallo a linea supergreditur, idem a superficie vincitur duobus, tribus vero intervalli demensionibus a soliditate relinquitur, constat punctum ipsum sine ulla corporis magnitudine vel intervalli demensione, cum et longitudinis et latitudinis et profunditatis expers sit, omnium intervallorum esse principium et natura insecabile, quod Graeci atomon vocant, id est ita deminutum atque parvissimum, ut eius pars inveniri non possit. Est igitur punctum primi intervalli principium, non tamen intervallum, et lineae caput, sed nondum linea, sicut linea quoque superficiei principium est, sed ipsa superficies non est, et secundi intervalli caput est, secundum tamen intervallum ipsa non retinet. Idem quoque et

5 ·II· a, l, r, s. || retinent d. 6 continet c. 9 superficies est c. 10 tanto *et supra versum* ł tum b; tanto *et supra* o v̄ f. 13 quod] quia c, f; eo quia s. 14 spatiis intervallis a, spatii intervallis *et supra versum* ał spatiis b; intervallis, *omisso* spatiis, f. 18 idemque f; idem, *addito ex corr.* que a. 20 ullo c. 21 profundi a; profundi *et supra versum* tatis r. 23 ATOMON l; atomum d. || quod est ita l; id est ita *et supra* id ł qđ b. 25 primi punctum a; primi *om.* c, r, s; *supra versum* d. 26 sed nondum] non tamen d. 28 est *post* caput *om.* a, c, r, s.

in superficiei rationem cadit, quae et ipsa solidi corporis et triplicis intervalli naturale sortitur initium, ipsa vero nec trina intervalli demensione distenditur, nec ulla crassitudine solidatur.

De numero lineari.

V. Sic etiam in numero unitas quidem, cum ipsa linearis numerus non sit, in longitudinem tamen distenti numeri principium est, et linearis numerus, cum ipse totius latitudinis expers sit, in aliud tamen spatium latitudinis extenti numeri sortitur initium. Superficies quoque numerorum, cum ipsa solidum corpus non sit, additi tamen latitudini solidi corporis caput est. Hoc autem planius his exemplis liquebit. Linearis numerus est a duobus inchoans adiecta semper unitate in unum eundemque ductum quantitatis explicata congeries, ut est id, quod subiecimus.

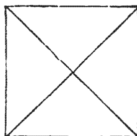
II. III. IIII. IIIII. IIIIII. IIIIIII. IIIIIIII. IIIIIIIII. IIIIIIIIII.

De planis rectilineis figuris, quodque earum triangulum principium sit.

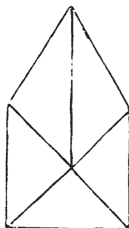
VI. Plana vero superficies in numeris invenitur, quotiens a tribus inchoatione facta addita descriptionis latitudine insequentium se naturalium numerorum multitudine

1 superficie d. || rationem *ex corr. additum* d, r; ratione a. || cadit ratione f. || cadat c. 5 *Titulum om.* d. | linearum c, r, s. 7 longitudine f. || tamen *om.* l; tantum c. 11 additi] *in margine:* in ał addita b; additi *et supra* i ł a l. 12 latitudini] altitudini *in litura* r, altitudine s; *in margine* altitudini b, altitudine l. || autem] est *puncto subnotatum et supra versum* autem f. 13 licebit *corr. in* liquebit a. 15 explicita f. 17 *Ab* ·I· *initium faciunt* r, s; IIIIIIIII *om.* s; IIII. IIII. IIII. a; II. IIII. III. III. *et supra versum* II II II II II II II II II b, l; *virgulae ductae sunt viginti et una in* c, *duodecim in* d, *triginta quattuor in* f. 18 *Titulum om.* d. || quoque f. || triangulus a, l; triangularium f. 19 principalium f. || sit *om.* f. est principium a, b. 20 quoties a. 22 in sequentium a, d. || multitudinem f.

anguli dilatantur, ut sit primus triangulus numerus, secundus quadratus, tertius qui sub quinque angulis continetur, quem pentagonum Graeci nominant, quartus exagonus, id est qui sex angulis includitur et ceteri eodem modo singillatim per naturalem numerum angulos augeant in plana scilicet descriptione figurarum. Hi vero idcirco a ternario numero inchoant, quod latitudinis et superficiei solus ternarius principium est. In geometria quoque idem planius invenitur. Duae enim lineae rectae spatium non continent. Et omnis triangularis figura vel tetragoni vel pentagoni vel éxagoni vel cuiuslibet, qui pluribus angulis continetur, si a medietate per singulos angulos lineae producantur, tot eum dividunt trianguli, quot ipsam figuram angulos habere contigerit. Quadratum enim ita ductae lineae in quattuor, pentagonum in quinque triangulos, exagonum in sex et ceteros in suorum angulorum modo mensuraque per triangulos partiuntur, ut est subiecta descriptio: quadratus in quattuor triangulos divisus,

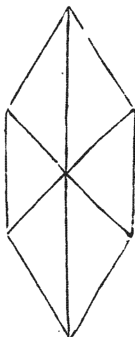


pentagonus in V triangulos divisus,

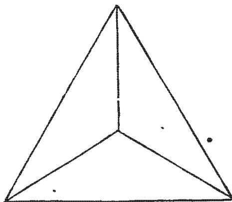


2 ·V· a, b, l. 5 singulatim a, c, s. 8 geometrica a, c, d, l, r, s. 9 enim *om.* a. 10 spatium latitudinis s. || triangulares c. || figura *om.* c, figurae s. 11 qui] quae c. 16 triangulos *om.* a, d, f. 18 quadratus etc.] *Hanc et sequentes inscriptiones om.* d, f; *prima tamen videtur in* d *rasura esse deleta,* f *addit:* tetragona. 19 pentagonus] *Figuram pentagoni regularis habet* s.

exagonus in sex triangulos divisus. At vero triangula figura, cum eam quis ita diviserit, in alias figuras non resolvitur, nisi in se ipsam. In tria enim triangula dissipatur.



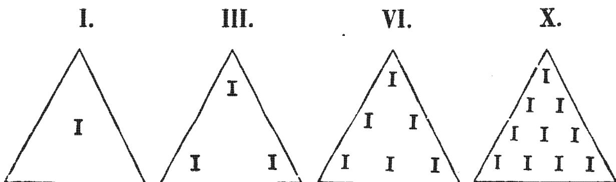
Triangulus in tres triangulos divisus:



Adeo haec figura princeps est latitudinis, ut ceterae omnes superficies in hanc resolvantur, ipsa vero, quoniam nullis est principiis obnoxia neque ab alia latitudine sumpsit initium, in sese ipsam solvatur. Idem autem et in numeris fieri, sequens operis ordo monstrabit.

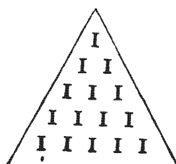
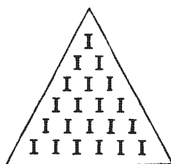
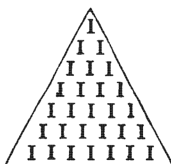
Dispositio triangulorum numerorum.

VII. Est igitur primus triangulus numerus, qui in solis tribus unitatibus dissipatur secundum superficiei positionem, triangula scilicet descriptione, et post hunc quicunque aequalitatem laterum in trina laterum spatia segregant.



1 exagonus] *Figuram exagoni regularis habent* d, s. 3 in se *om.* c. 5 Triangulus etc.] *Hanc inscriptionem om.* c, d, f, l. 6 Ideo f. 8 est *om.* c. || obnoxia principiis c. 9 ipsa a, b, c, d, f, l, s; *vide supra versum quartum et septimum.* 10 operis *om.* c. || ordo operis s. 11 *Titulum om.* c, d. 12 numerus *om.* d. 15 *Post* segregant *addunt:* iuxta subiectas discriptionis formulas r, s. 16 *Numeros om.* c, d, f.

XV. XXI. XXVIII.

De lateribus triangulorum numerorum.

VIII. Ad hunc modum infinita progressio est, omnesque ex ordine trianguli aequilateri procreabuntur, primum omnium ponenti quod ex unitate nascitur ut haec vi sua triangulus sit, non tamen etiam opere atque actu. Nam si cunctorum mater est numerorum, quicquid in his, quae ab ea nascuntur, numeris invenitur, necesse est ut ipsa naturali quadam potestate contineat. Et huius trianguli latus est unitas. Ternarius vero, qui primus est opere et actu ipso triangulus, crescente unitate binarium numerum latus habebit. Vi enim et potestate primi trianguli, id est unitatis, unitas latus est, actu vero et opere trianguli primi, id est ternarii, dualitas, quam Graeci dyada vocant. Secundi vero trianguli, qui opere atque actu secundus est, id est senarii, crescente naturali numero in lateribus ternarius invenitur; tertii vero, id est denarii, quaternarius latus continet;

1 *Descriptionem numeri ·XXVIII· om.* d. 2 *Titulum om.* d. 3 VIII. *om.* f. || in infinita a, b, c, d; in infinitum l. || omnisque f. 4 ex *om.* a, d, f; *supra versum* r. 5 ponenti] ponent f, s; *in* s *tamen* i *rasura est deletum. Supra versum:* In al. ponent id b; tibi d. || ·VI· sua a. 6 sua *om.* c. 8 quae] *Coniicias* qui *esse legendum.* 11 ipse l; ipso, o *in* a *mutato* s; in c. || triangulos c, s. 13 unitas *supra versum* a.

quarti vero, id est ·XV·, quinarius latus tenet, et quinti senarius idemque est usque in infinitum.

De generatione triangulorum numerorum.

VIIII. Nascuntur autem trianguli disposita naturali quantitate numerorum, si prioribus semper multitudo sequentium congregetur. Disponatur enim naturalis numerus hoc modo:

I. II. III. IIII. V. VI. VII. VIII. VIIII.

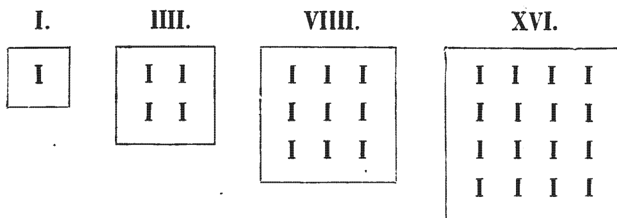
Ex his igitur si primum sumam, id est unitatem, habeo primum triangulum, qui est vi et potestate, nondum etiam actu nec opere. Huic si secundum adgregavero, qui in naturali numerorum dispositione descriptus est, id est binarium, primus mihi triangulus opere et actu nascitur, id est ternarius. Si vero huic tertium ex naturali numero adiecero, secundus mihi opere et actu triangulus procreatur. Super unum enim et duo si tertium, id est ternarium adgregavero, senarius extenditur, secundus scilicet triangulus. Huic vero si consequentem quaternarium superposuero, denarius explicatur, qui est tertius actu triangulus, quos per latera disponens ad superioris descriptionis exemplar cunctos triangulos numeros sine ullius dubitationis erroribus pernotabis. Et quantas ultimus numerus in se unitates habet, quem superioribus adgregabis, tot ipse, qui fit triangulus, unitates habebit in

1 et quarti a, b, c, d, l, s. || vero *inductum* a; enim f. || quarti vero .... latus tenet *om.* d, r; *sed in* r *in margine leguntur* quarti vero .... quinarius *et eadem, quae infra ex* s *allata sunt.* || quindenarii continet latus quinarius f. || tenet] continet l. || quinti, id est ·XXI· s. 2 idemque usque in infinitum] sexti deinde id est vicenarii et octavi septenarius latus continet eodemque modo usque [in r] infinitum propagetur s. || est *om.* a, d, f, r. || usque *om.* r. 3 *Titulum om.* d. 4 VIIII. *om.* f. || Noscuntur r. || naturali *supra versum* d. 6 congregatur, a *mutato in* e, a. 9 primum triangulum a, c, s; triangulum *supra versum* b, r. 13 mihi *om.* c. 18 consequentem] sequentem c. 19 explicabitur a. 20 per] super a. || superius f.

latere. Nam ternarium, qui est primus actu triangulus, adiecto binario unitati feceramus; et hic duos habet in latere. Et senarium his adiecta ternarii quantitate produximus, cuius latus soli tres continent; et idem in aliis cunctis, quot unitates habentem numerum superioribus adgregabis, tot unitatibus eius latera continebuntur.

De quadratis numeris.

X. Quadratus vero numerus est, qui etiam ipse quidem latitudinem pandit, sed non tribus angulis ut superior forma, sed quattuor ipse quoque aequali laterum demensione porrigitur. Sunt autem huius modi:



De eorum lateribus.

XI. Sed in his quoque secundum naturalem numerum laterum augmenta succrescunt. Primus enim vi et potentia quadratus, id est unitas, unum habet in latere; secundus vero, qui actu primus est, id est quattuor, duobus per latera positis continetur; tertius vero, id est ·VIIII·, qui secundus est opere, tribus in latere positis adgregatur. Et ad eandem sequentiam cuncti procedunt.

2 et] at a, c, d, f, r, s. || duo f, duas d. 7 *Inscript. om.* d. De numeris quadratorum f. 9 non in tribus a, b, c, l, s; in *supra versum* r. 10 ·IIII· c. 12 *Numeros om.* c, d, f, l, r, s. 13 *In* f. *addita est descriptio numeri XXV.* 14 *Inscript. om.* d. De lateribus eorum f. 15 naturalem *om.* a. 18 secundus vero quadratus s. || est *post* primus *om.* a, c, d, f, r, s. || ·IIII· c, s. 20 novem d, f. 21 praecedunt a, precedunt c.

De quadratorum numerorum generatione rursusque de eorum lateribus.

XII. Nascuntur autem tales numeri ex naturalis numeri dispositione, non quemadmodum superiores trianguli, ut ordinatis ad se invicem numeris congregentur, sed uno semper intermisso, qui sequitur, si cum superiore vel superioribus colligatur, ordinatos ex se quadratos efficient. Disponatur enim numerus naturalis hoc modo:

I. II. III. IIII. V. VI. VII. VIII. VIIII. X. XI.

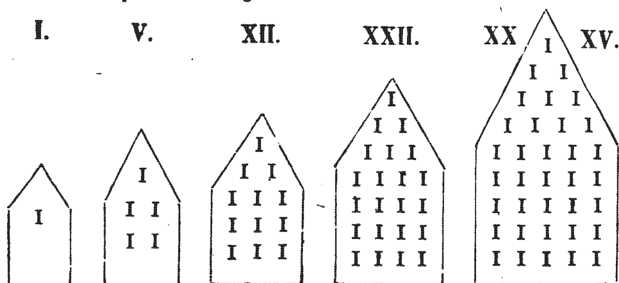
Ex his igitur si unum respiciam, primus mihi natus est potestate quadratus. Quod si uno relicto priori tertium iunxero secundus mihi quadratus efficitur. Nam si uni relicto binario ternarium adposuero, quaternarius mihi quadratus exoritur. Quod si rursus relicto medio quaternario quinarium similiter adgregavero, quadratus mihi tertius, id est novenarius, procreatur. Unus enim et ·III· et ·V· ·VIIII· colligunt. At vero si his intermisso senario septenarium iungam tota in sedecim summa concrescit, id est quarti quadrati numerositas. Et ut breviter huius forma procreationis appareat, si cuncti inpares sibimet adponantur conlocato scilicet naturali numero, quadratorum ordo texetur. Est etiam in his haec naturae subtilitas et inmutabilis ordinatio, quod tot unitates unusquisque quadratorum retinebit in latere, quanti fuerint numeri ad coniunctionem propriam congregati. Nam in primo quadrato, quoniam ex uno fit, unus est in latere, in secundo, id est quaternario, quoniam ex uno et tribus

1 *Inscript. om.* d. || genere f. || et rursus f. 3 Noscuntur r. 6 vel superioribus *om.* d, vel cum superioribus f. 7 efficiet a, c, f, r, s. 12 uni] uno a, c, d, r, s; uno *et supra* o i b. 14—15 quadratus ... aggregavero *in margine inferiore* r. 17 tres .. quinque .. novem d, f. || collegunt a, l, r. || in his, in *inducto*, a, *rasura deleto*, s. 23 stabilitas a *et supra versum sec. manu:* subtilitas; stabilitas vel subtilitas c; subtilitas *et supra versum:* In al stabilitas b, r. || inmobilis a, c, s; inmutabilis *et supra versum* et inmobilis b; immotabilis r.

procreatur, qui duo sunt termini, binario latus texitur. Et in novenario, quoniam tribus numeris procreatur, latus ternario continetur, atque idem in aliis videre licet.

De pentagonis eorumque lateribus.

XIII. Pentagonus vero numerus est, qui ipse quidem in latitudinem secundum unitatem descriptis quinque angulis continetur. Cunctis scilicet lateribus aequali demensione dispositis. Sunt autem hi I. V. XII. XXII. XXXV. LI. LXX. Eodem quoque modo eorum latera succrescunt. Nam primi potestate pentagoni, id est unius, idem unus spatium lateris tenet, secundi vero quinarii, qui est actu ipso atque opere primus pentagonus, bini per latera fixi sunt; tertius vero, id est ·XII·, tribus in latus auctus est; quartus ·XXII· quattuor numerorum in latere quantitate distenditur; atque idem in ceteris secundum unitatis progressionem. In naturali scilicet numero secundum superiorum figurarum incrementa tenduntur.



1 ·II· a, l, r, s. 3 videri a, b, c, l, s. || liceat s. 4 *Inscript. om.* d. || lateribus] generationibus f. 5 XII. l. 6 in *supra versum* a. || latitudine a. || quidem ·V· a, s. || ·V· angulis c. 16 unū *in litura* s. || secundus a; secundi *et supra versum* l dus b; secundi *in litura* r. || vero *om.* f. 18 duodecim f. 20 distenditur quantitate a, c, r, s. || ostenditur *corr. in* distenditur r. || in ceteris idem f. 22 superiori c. || tendentur *mutatum in* tenduntur a. 23 *Numeros om.* c, d. 24 *In* d *addita est descriptio numeri LI. In* s *pentagoni angulos quoque aequales habent.*

De generatione pentagonorum.

XIIII. Nascuntur autem hi numeri, qui extensi in latitudinem ·V· angulos pandunt, ab eadem naturalis numeri quantitate in se coacervata, ita ut duobus semper interiectis numeris superiori vel superioribus vincens ternario eum, cui iungendus est, adgregetur. Namque unitati intermissis duobus et tribus si ·IIII· iungas, qui tribus ipsam superant unitatem, quinarius pentagonus procreabitur. Post ·IIII· vero si intermisso quinario et senario septem adgreges, duodenarium pentagonum procreabis. Namque unus et ·IIII· et ·VII· numeri ·XII· explebunt. Hoc etiam in aliis fiet. Nam si ·X· vel ·XIII· vel ·XVI· vel ·XVIIII· vel ·XXII· vel ·XXV· superioribus cunctis adiunxeris, eodem quo superius modo pentagoni fient, secundum superiorem descriptionem: XXII· XXXV. LI. LXX. XCII. CXVII.

De exagonis eorumque generationibus.

XV. Exagoni autem, qui sex angulis, et eptagoni, qui ·VII· rursus lateribus continentur, secundum hunc modum eorum laterum augmenta succrescunt. Namque in trianguli numeri natura procreationeque ipsos numeros iungebamus qui sese in naturali dispositione sequerentur et se tantum unitate transirent. Quadrati vero numeri, id est tetragoni, procreatio fiebat ex numeris, qui uno intermisso copulabantur, cum se binario superarent. Pentagoni vero natura fuit ex duobus interpositis relictis-

1 *Inscript. om.* d. 2 XIII. l. || numeri *supra versum* a. || in latitudinem] *in margine* vel longitudinem a; *in contextu* c, f. 4 sese a, c, f, r, s. 7 ·III· c. || quatuor d, quattuor f. *itemque infra.* || subiungas d. 10 ·VII· c. || procreabis] adgregabis d. 11 septem ... duodecim d, f. 13 vel ·XXII· *bis* s. 15 ·XXII·] ·XXX· l. || ·XXXV·] ·XXXI· c. 17 *Inscript. om.* d. || generationibus] lateribus f. 18 XIIII. l. 19 septem d, f. 20 Nam, *omisso* que a, b. 22 naturali numeri dispositione f.

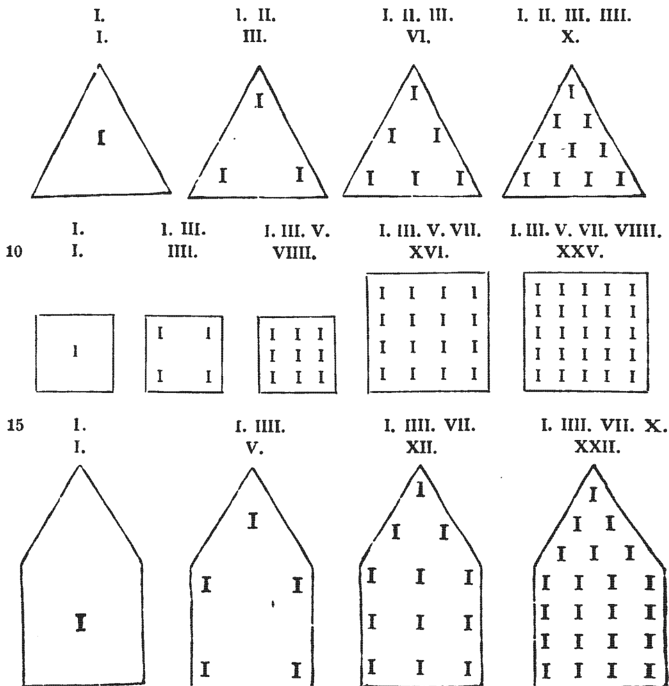
que, qui se ternario vincerent. Secundum talia quoque augmenta exagonorum vel eptagonorum vel octogonorum vel novem laterum figura vel ·X· quotlibet aliorum conpetenti progressione conficitur. Ut enim in pentagono duobus intermissis eos iungebamus, qui se ternario superarent, nunc in exagono tribus intermissis eos iungemus, qui se quaternario transeant, et erunt quidem eorum radices et fundamenta, ex quibus iunctis omnes exagoni nascuntur: I. V. VIIII. XIII. XVII. XXI. et ad eundem ordinem consequentes. Atque ab his sex angulorum formae nascuntur: I. VI. XV. XXVIII. XLV. LXVI. quos ad superiorem modum scilicet descriptos in propriis ordinibus pernotabis.

De eptagonis eorumque generationibus et communis omnium figurarum inveniendae generationis regula descriptionesque figurarum.

XVI. Septem vero angulorum figura est, cum ad eundem ordinem progressionis uno plus quam in sexangulorum figura numero intermisso superiori coniunxeris. Nam si quattuor interpositis, qui se quinario vincant, adgregaveris, eptagoni continuo figura nascetur, ut hi numeri sint eorum radices et, ut superius dictum est, fundamenta: I. VI. XI. XVI. XXI. Qui vero ex his constant, hi sunt: I. VII. XVIII. XXXIIII. LV. Novem vero angulorum secundum eundem ordinem forma procreatur ita, ut secundum aequalem progressionem primi quoque eorum numeri distent. Nam in triangulo qui sunt numeri, quae prima superficiei figura est, uno sese tantum numeri praecedunt, qui scilicet, eorum naturam descriptionem-

1 quoque talia a, c, s. 2 vel eptagonorum *om.* a, b, c, d, l; *supra versum* r. || octagonorum d, f. 3 decem d, f. || quodlibet r. 7 radices eorum d. 9 ·VIIII·] ·VIII· c. 12 propriis] his a. 13 *Inscript. om.* d. || pentagonis a, b. || communi f. || omnium *om.* a, b, f. 14 veniendae l. || descriptionesque figurarum *om.* c, f, r, s. || que *om.* l. 16 XV. l. 17 triangulorum a. 19 ·IIII· c; IIII[or] l; ·V· a. || sese c, r, s. 20 ut] et f. 21 numeri *om.* d, f; *in margine* r. || radices eorum d. 25 primum *corr. in* primi a. 27 quae prima . . . . numeri *in margine* r. || numero d.

que perficiunt; in tetragono vero, qui secundus est, duobus sese iuncti numeri vincunt, et in pentagono tribus et in exagono ·IIII· et in eptagono quinque, huiusque rei nullus est modus. Hoc autem nos subiectarum formarum descriptiones docebunt.



1 vero *om.* b, c, l. 3 quatuor d, f. || ·V· c. 4 formarum *om.* s. || subiectarum descriptiones nos s. 6 *Ab* ·I· *usque ad* ·XI· f. *Numeros omnino om.* d, *ubi tres tantum trianguli, duo tetragoni, duo pentagoni, duo exagoni, sed etiam duo eptagoni et duo octogoni reperiuntur. Numeros omittit quaternasque cuiusque generis figuras describit* s. 8 f *addit* ·XV· *eiusque figuram.* 9 *Ab* ·I· *usque ad* ·XI· f. 11 f *addit* ·XXXVI· *cum figura.* 15 *Ab* ·I· *usque ad* ·XIIII· f. 16 f *addit* ·XXXV· *cum figura.*

I.	I. V.	I. V. VIIII.	I. V. VIIII. XIII.
I.	VI.	XV.	XXVIII.

Descriptio figuratorum numerorum in ordine.

XVII. Similiter autem licebit et aliarum formarum, quae pluribus angulis continentur quantitates adscribere. Sed quoniam facilius oculis subiecta retinentur supradictarum formarum numerositas in subteriore descriptione ponatur.

Trianguli.	I.	III.	VI.	X.	XV.	XXI.	XXVIII.	XXXVI.	XLV.	LV.
Quadrati.	I.	IIII.	VIIII.	XVI.	XXV.	XXXVI.	XLVIIII.	LXIIII.	LXXXI.	C.
Pentagoni.	I.	V.	XII.	XXII.	XXXV.	LI.	LXX.	XCII.	CXVII.	CXLV.
Exagoni.	I.	VI.	XV.	XXVIII.	XLV.	LXVI.	XCI.	CXX.	CLIII.	CXC.
Eptagoni.	I.	VII.	XVIII.	XXXIIII.	LV.	LXXXI.	CXII.	CXLVIII.	CLXXXVIIII.	CCXXXV.

1 *Ab* ·I· *usque ad* ·XIIII· f. 2 XV. XXVIII. *om.* f. || r *addit* XLV. I. V. VIIII. XIII. XVII. *cum figura.* 13 *Inscript. om.* s. || numerorum] eorum c, F. || in ordine *om.* f. 14 ·XVI· l. 16 subiecta oculis F. || retenentur r, continentur F. || superdictarum b. 17 subteriori f. 18 ponatur hoc modo s. 19 LV. *om.* c; r *addit* LXVI. *Similiter infra* c *om.* C. CXLV. CXC. CCXXXV. r *addit* CXXI. CLXXVI. CCXXX. CCLXXXVI. 20 Quadrati et quadranguli F. 23 *Post hunc versum addit* r: Ogdogoni I. VIII. XXI. XL. LXV. XCVI. CXXXIII. CLXXVI. CCXXV. CCLXXX. CCCXLI.

Qui figurati numeri ex quibus figuratis numeris fiant, inque eo quod triangulus numerus omnium reliquorum principium sit.

XVIII. His igitur ita sese habentibus quid in hac re sit consequens vestigemus. Omnes enim tetragoni, qui sub triangulis sunt naturali ordinatione dispositi, ex superioribus triangulis procreantur illorumque collectione quadrati figura componitur. Quattuor enim tetragonus fit ex uno et tribus, id est ex duobus superioribus triangulis; novenarius vero ex tribus et sex, sed utrique sunt trianguli; at ·XVI· ex decem et sex; et ·XXV· ex ·X· et ·XV· Idemque in sequenti ordine quadratorum constans atque inmutabile repperitur. Pentagonorum vero summae conficiuntur ex uno super se tetragono et altrinsecus triangulo constituto. Nam quinarius pentagonus ex quaternario super se posito tetragono et ex uno, qui in triangulorum ordine ponitur, adgregatur. ·XII· vero pentagonus ex novenario super se quadrato et tribus, secundo triangulo, nascitur. ·XXII· vero ex ·XVI· et ·VI·, quadrato scilitet atque triangulo; et ·XXXV· ex ·XXV· et ·X· Et in ordinem ad eundem modum intuentem nulla cunctatio contrarietatis inpediet. At vero si exagonos

1 numeris *om.* b, l. || inque *om.* f; in eo F; in eoque r. 3 *Post sit addit* b: pertinens ad fig̃. l: pertinens ad figuram, *initium sequentis tituli.* 4 XVII. l. 5 investigemus s. 6 sunt *om.* c, s. || dispositi sunt c; sunt *supra versum* s. || ex superioribus *supra versum* F. 8 quadrata F. || Quaternarius c, r, s. || enim] namque c. 10 novem a, d, f, r. || sed] qui r, s. 11 trianguli sunt c, r, s. || at] et c, r; *corr. in* at a. || sedecim d, f, F. || ex] e a, d. || ·X· et ·VI· c, F, s; decem et ·VI· d; ·VI· et X· r. || ·XXV· ex] ·XXV· et e. 13 Pentagonum c. 14—16 et altrinsecus . . . et ex uno *in margine* F. 15 Namque a, s. || quinque a, d, f; ·V· r; quinarius *et supra versum* ł quinque b. 16 quattuor a, d, f; ·IIII· F; quaternario *et supra versum* ł quatuorb. 17 Duodecim f, F; Duodenarius s. 19 viginti vero duo F || ex] ·X· F. || sedecim et sex d, f; sedecim et ·VI· r. 21 decem f. || ordinem] eodem ordine a. 22 cunctacio F. || impediat s.

librata examinatione perspicias, ex eisdem triangulis et super se positis pentagonis procreantur. Namque ·VI· exagonus ex quinario pentagono et uno, qui est in triangulorum ordine dispositus, nascitur. Nec alia est origo ·XV· exagoni nisi ex duodenario pentagono et ternario triangulo. Quod si ·XXVIII· rursus exagonum ex quibus superioribus nascatur addiscas, nullos invenies nisi ·XXII· pentagonum senariumque triangulum. Atque hoc in ceteris. Nec hunc geniturae ordinem eptagonorum procreatio refutabit. Namque ex super se exagonis et ex eminus positis triangulis procreantur. Septenarius enim eptagonus nascitur ex senario exagono et uno potestate triangulo; ·XVIII· vero eptagonus ex ·XV· exagono et ternario triangulo coniungitur; et ·XXXIIII· ex ·XXVIII· scilicet exagono et senario triangulo; atque hoc in cunctis inoffensum repperire licet. Videsne igitur, ut primus omnium triangulus cunctorum summas efficiat et omnium procreationibus misceatur?

Pertinens ad figuratorum numerorum descriptionem speculatio.

XVIIII. Hi vero omnes, si ad latitudinem fuerint comparati, id est trianguli tetragonis vel tetragoni pentagonis vel pentagoni exagonis vel hi rursus eptagonis, sine aliqua dubitatione triangulis sese superabunt. Nam si ternarium triangulum quaternario, vel quaternarium tetra-

2 super] sub c. || se *om.* r. || sex d, f, F; sex *corr. in* senarius r; senarius c, s. 5 quindenarii c, f, F, s. 6 rursum c. || exagonis f; exagonus F, *quod haud scio an sit scribendum.* 7 discas c. || nullas F. 10 super] per c. 11 Septem enim d, f, F; Septenarius, *omisso* enim, r; Nam septem a. 12 exagono *om.* d. 13 octodenarius s. || quindenarius c, s. 14 triangulo ternario d. || coniungatur f, F; coniugatur a, d. 15 exagono] pentagono a, c; pentagono *et supra versum* exagono b; exagono *in litura* r. || haec r. 16 repperiri d. || Vides, *omisso* ne a. 17 efficiet f, r, s. 19 *Inscript. om.* d. || Pertinens] speculatio F. || discriptiones F. 20 speculatio] pertinens F. 21 XVIII. l. || si et ad a. || comparati fuerint a. 23 vel hi] et hi F; vel ii a. 24 Namque d, f, F.

gonum quinario, vel quinarium pentagonum senario exagono, vel senarium septenario eptagono compares, primo se triangulo, id est sola transeunt unitate. At vero si senarius contra novenarium, vel hic contra ·XII·, vel hic contra ·XV·, vel quindecim contra ·X· et ·VIII·, pro inveniendis differentiis comparentur, secundo se triangulo, id est ternario superabunt. ·X· vero ad ·XVI· et ·XVI· ad ·XXII· et ·XXII· ad ·XXVIII· et ·XXVIII· ad ·XXXIIII· si componas, tertio se triangulo vincent, id est senario. Atque hoc rite notabitur in aliis cunctis sequentibus sese perspectum omnesque se triangulis antecedent. Quare perfecte, ut arbitror, demonstratum est, omnium formarum principium elementumque esse triangulum.

De numeris solidis.

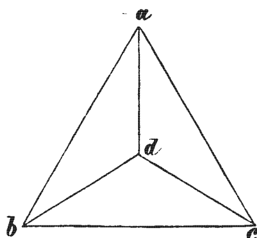
XX. Hinc vero ad figuras solidas facilior via est. Praecognito enim, quid in planis numerorum figuris vis ipsa quantitatis naturaliter operetur, ad solidos numeros non erit ulla cunctatio. Sicut enim longitudini numerorum aliud intervallum, id est superficiem, ut latitudo ostenderetur, adiecimus, ita nunc latitudini si quis addat eam, quae alias altitudo alias crassitudo alias profunditas appellatur, solidum numeri corpus explebit.

De pyramide, quod ea sit solidarum figurarum principium sicut triangulus planarum.

XXI. Videtur autem, quemadmodum in planis figu-

3 unitate transeunt s, F. 4—5 duodecim . . . quindecim f, F. 5 vel ·XV· d, F. || decem et octo f; ·XVIII· d, r. 7 Decem f, F. 9 senario adcrescente c. 10 perfectum c. 11 antecedunt F, s. 14 *Inscript. om.* d. De solidis numeris F. 15 XVIIII. l. 16 praecognitis, *et supra versum* *l* to b; praecognitos; os *mutato in* is a; praecognitis c, d, f, l, r, s, F. || enim] vero c, s. || quid *in litura* r; quod c; quae s; quod *corr. in* quid a. 18 non erit ulla] nulla erit d. || cuntatio f. 19 ostendetur c, r. 20 adiciemus r. 22 explevit r, explevit *corr. in* explebit a. 23 *Inscript om.* d. || pyramida a, b, d, l. || sit *om.* f. || principium sit f. 24 sicut triangulus planarum *om.* b, l. || sicut] ut F. 25 XXI. *om.* l. || autem] enim c, s.

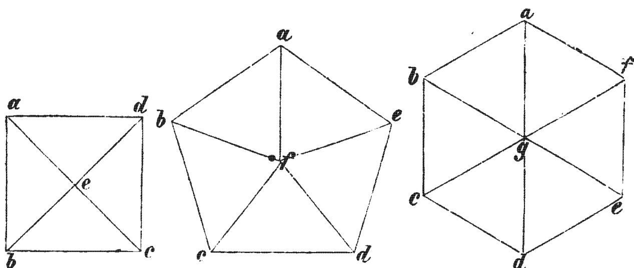
ris triangulus numerus primus est, sic in solidis, qui vocatur pyramis, profunditatis esse principium. Omnium quippe ratarum in numeris figurarum necesse est invenire primordia. Est autem pyramis alias a triangula basi in altitudinem sese erigens, alias a tetragona, alias a pentagona et secundum sequentium multitudines angulorum ad unum cacuminis verticem sublevata. Posito enim triangulo atque descripto si per tres angulos singulae lineae recte stantes ponantur, haeque tres inclinentur, ut ad unum medium punctum vertices iungant, fit pyramis, quae, cum a triangula basi profecta sit, tribus triangulis per latera concluditur hoc modo: Sit ·a·b·c· triangulum. Si huic igitur triangulo per tres angulos erigantur lineae et ad unum punctum convertantur, quod est ·d·, ita ut ·d· punctum non sit in plano, sed pendens, illae scilicet lineae ad ipsum erectae verticem et quodammodo cacumen ·d· facient et erit basis ·a·b·c· unum triangulum, per latera vero tria triangula, id est unum triangulum a. d. b, aliud vero b. d. c, tertium c. d. a.



1 quae F. 3 quippe ratarum] qui praedictarum a. || inveniri F. 5 a tetragona] latera tetragona r. || tetragono a, b. || a pentagona] a *ex corr. addit* r. 6 *Post* pentagona *addit* s: alias ab exagona, alias ab eptagona. 7 enim] autem f. 8 descripto] disposito r, s; disposito vel descripto c. || si per] super, u *in* i *mutato* a. || ·III· c. || rectae lineae c. 9 rectae d, f, s. 10 vertice F. 11 qui *corr. in* quae a. || a *om.* a, b, c, l, r, s; *ex corr. add.* d. || perfecta f. 12 Fit c, r, s. || primum triangulum a. || triangulum *om.* s. 13 igitur huic F. 14 convertant c. 17 faciet a. 19 a. d. b] a. b. c. s. || tertium vero d, f, l, r, s, F. || c. d. a.] d. c. a. F. || *Post* c. d. a. *addit* s: de-

De his pyramidis, quae a quadratis vel a ceteris multiangulis proficiscuntur figuris.

XXII. Idem si a tetragona basi proficiscatur et ad unum verticem eius lineae dirigantur, erit pyramis quattuor triangulorum per latera, uno tantum tetragono in basi posito, super quam ipsa figura fundata est. Et si a pentagono surgant ·V· lineae, quinque rursus pyramis triangulis continebitur, et si ab exagono, sex triangulis nihilominus; et quantoscunque angulos habuerit figura, super quam pyramis residet, tot ipsa per latera triangulis continetur, ut ex subiectis descriptionibus palam est.



Solidorum generatio numerorum.

XXIII. Dicuntur autem huiusmodi pyramides hoc modo: prima pyramis de triangulo, secunda pyramis de

scribitur hoc modo triangula pyramis s. 2 proficiscuntur figuris a. || figuris *om.* F. 3 XXI. 1. || Item a, f. || Idem autem d. 5 in *om.* a. 6 ipsa extrema figura quadrati a; ipsa extrema quadrati figura c, s. 7 surgunt d. || quinque d, f, r. || rursus pyramis quinque triangulis a, c, r, s. 9 quantiscunque d. || figura habuerit s. 11 continebitur a. || ex] in a, b, c, s. 12 b, c, l *addunt figuram eptagoni;* r *addit trigonum et eptagonum et inscriptiones:* Prima pyramis de triangulo *cet.;* f *addit alteram figuram pentagoni cum litteris* verte *et eptagonum. Quadrato circumscripta sunt verba* Basis, Vertex; *reliquis figuris inscriptio est* Pentagonus, Exagonus, eptagonus. 14 XXII. 1. || Ducuntur c; Dicitur *corr. in* Dicuntur r.

tetragono, tertia pyramis de pentagono, quarta pyramis de exagono, quinta pyramis de eptagono, idemque in ceteris constat numeris. Nam quoniam lineares numeros esse diximus, qui ab uno profecti in infinitum currerent, ut sunt I. II. III. IIII. V. VI. VII. VIII. VIIII. X., his autem ordinatim compositis et ad se invicem cum distantia iunctis superficies nascebantur, ut, si unum et duo iungeres, primus triangulus nasceretur, id est tres, et cum his adiungeremus tertium, id est ternarium, senarius triangulus rursus occurreret, et post hos tetragoni uno intermisso, pentagoni vero duobus, exagoni tribus, eptagoni relictis quattuor nascebantur: nunc vero ad solidorum corporum procreationem ipsae nobis superficies naturaliter figuratae provenient. Et ad faciendas quidem pyramidas a triangulo ipsi nobis trianguli componendi sunt; ad procreandas vero pyramidas a tetragono tetragoni; ad eas vero, quae sunt a pentagono pentagoni copulandi sunt. Et illae, quae sunt ab exagono vel eptagono non nisi exagonorum vel eptagonorum copulatione nascentur. Primus ergo potestate triangulus est unitas eandemque etiam ponimus virtute pyramidam; secundus vero triangulus est ternarius, quem si cum primo coniunxero, id est cum unitate, quaternaria mihi profunditas pyramidis excrescit. At vero si his tertium, senarium, iunxero denaria pyramidis procreabitur altitudo. His si denarium iunxero viginti numerorum pyramis veniet, atque ita in cunctis aliis eadem ratio copulationis est.

Trianguli.

I. III. VI. X. XV. XXI. XXVIII. XXXVI. XLV. LV.

3 numeris constat c. || numerus d. || esse numeros c. || esse *om.* f. 4 currunt a; currerint c; currerit *et supra* r re r; current s. 6 in se c, d, f, r, s; in *et supra versum* k ad b. 7 uno a. 8 ·III· c, r. || iungeremus a, c, r. 9 rursum d. || occurret r. 10 et *om.* b, l. || detetragoni r. || intermisso uno a. 14 quidam r. || pyramides, es *mutato in* as a. 19 nascantur, *altero* a *in* e *mutato*, a. 20 unitas est c, s. 23 michi a, l. 24 denariae d, f; denaria *corr. in* denariae a. 25 adiunxero a, s. || ·XX· r; vicesimi vel viginti c. || vicesimi numeri s. 26 est hoc modo s. 27 Trianguli *om.* f. Trianguli ab unitate et naturali s.

Pyramides a triangulis.

I. IIII. X. XX. XXXV. LVI. LXXXIIII. CXX. CLXV. CCXX.

In hac igitur coniunctione necesse est, ut semper, qui ultimus est coniugatorum numerorum, is quasi quodammodo basis sit. Cunctis enim latior invenitur. Et qui ante ipsum numeri coniungantur, minores esse necesse est, usque dum ad unitatem detractio rata perveniat, quae puncti quodammodo et verticis obtineat locum. Namque in ·X· pyramide super sex additi sunt tres atque unus, qui senarius superat ternarium quantitate, ipsi vero tres unum pluralitate transcendunt, qui unus extremum terminum progressionis offendit. Similis quoque ratio in ceteris perspici potest, si eorum procreationes diligentius volueris perscrutari. Illae quoque, quae sunt a tetragono pyramides, eadem tetragonorum super se compositione nascuntur. Descriptis enim cunctis tetragonis, id est I. IIII. VIIII. XVI. XXV. XXXVI. XLVIIII. LXIIII. LXXXI. C., si unitatem primam ex hac dispositione praesumam, erit mihi potestate et vi pyramis ipsa unitas, nondum etiam opere atque actu. At si huic tetragonum superponam, id est quattuor, nascetur pyramis quinque numerorum, quae duobus tantum numeris per latera positis continetur. Sin vero his sequentes novem adiecero, fiet mihi quattuordecim numerorum forma pyramidis, quae per latera tribus unitatibus concludatur. Atque huic si sequentem tetragonum ·XVI· superponam, tricenaria mihi pyramidis forma producitur. In his quoque omnibus pyramidis tot erunt unitates per latera, quantae in se numerorum adgregatae fuerint quantitates. Nam unitas,

3 *Hunc versum praecedit in a titulus:* De curtis pyramidis. XXIIII. 4 sit a, d, f, r, s. || is] his a. 9 decimo a; decima, a *eraso*, s. || ·VI· c. || ·III· c. 10 ternariam quantitatem a, d, f. 11 vero *supra versum* a. || ·III· c. 12—13 In ceteris quoque ratio similis d. 19 mihi *om.* f. 20 tetragonum] *Videtur legendum* sequentem tetragonum *vel* tetragonum secundum. 21 ·IIII· c. 24 fiat r, fiat, a *in* e *mutato*, a. || ·XIIII. c. 25 concluditur c, l. 27 forma pyramidis d. || producitur, i *mutato in* e, a.

quae prima pyramis est, unum solum, id est se ipsam gerit in latere, quinaria vero, quae constat ex uno et quattuor, duobus per latera designatur, et ·XIIII·, quae ex tribus numeris compositis fit, ternario numero in latere posito constituitur. Hanc autem pyramidum generationem monstrat subiecta descriptio.

Tetragoni.

I. IIII. VIIII. XVI. XXV. XXXVI. XLVIIII. LXIIII. LXXXI. C.

Pyramides a tetragonis.

I. V. XIIII. XXX. LV. XCI. CXL. CCIIII. CCLXXXV. CCCLXXXV.

Et ad eundem modum cunctae a ceteris multiangulis profectae formae in altioris summae spatia producuntur. Omnis enim multorum angulorum forma ex sui generis figura unitati superposita ab uno ingredientibus ad pyramidum constituendas figuras usque in infinita progreditur et ex hoc equidem apparere necesse est, triangulas formas ceterarum figurarum esse principium, quod omnis pyramis a quacunque basi profecta vel a quadrato, vel a pentagono, vel ab exagono, vel ab eptagono vel a quocunque similium solis triangulis usque ad verticem continetur.

De curtis pyramidis.

XXIIII. Scire autem oportet, quae sint curtae pyramides, vel quae bis curtae, vel quae ter curtae vel quater

2 quinque a, d, f, r. || constant a, d, r. 3 ·IIII· c. || designantur d, f, r. || quattuordecim f. 4 ternarii r. 5 pyramidam c. 7 Tetragoni *om.* d. 8 XLVIIII. . . . . C.] XXVIII. XXXVI. XLV. LV. c. 11 ·CCCLXXXV· *om.* f. 12 a *om.* d. 20 *Post* exagono *addunt* l, s: iter duxerit. || vel ab eptagono *om.* f; vel ab pentagono iter dixerat vel ab eptagono r; vel ab eptagono iter duxerat a. 23 *Inscript. om.* d; *in* a *legitur inscriptio sequentis capitis.* 24 XXIIII. *om.* r; XXV. a; XXIII. l. || autem] haec r *ex prava interpretatione compendii, quo significatur* autem. 25 vel quae ter curtae vel quater] vel ter vel quater. a; vel quae ter

et deinceps secundum numerorum adiectionem. Perfecta enim pyramis est, quae a qualibet basi profecta usque ad primam vi et potestate pyramidam pervenit, unitatem. Sin vero a qualibet basi profecta usque ad unitatem altitudo illa non venerit, curta vocabitur, recteque huiusmodi pyramis tali nuncupatione signatur, si usque ad extremitatem punctumque non venerit. Haec autem est, ut si quis ·XVI· tetragono adiciat ·VIIII· atque huic ·IIII· et ab ulterioris sese unitatis adiectione suspendat. Pyramidis equidem figura est, sed quoniam usque ad cacumen verticis non excrevit, curta vocabitur et habebit summitatem non iam punctum, quod unitas est, sed superficiem, quod est quilibet numerus secundum basis ipsius angulos porrectus atque ultimus adgregatus. Nam si tetragona fuerit basis, quadrata deminutione semper ascendit, et si pentagona basis, similiter, et si exagona, illa quoque ultima superficies erit exagona. Ergo in curta pyramide tot erit angulorum superficies, quot fuerit basis. Si vero illa pyramis non solum ad unitatem extremitatemque non pervenit, sed nec ad primum quoque opere et actu multiangulum eius generis, cuius fuerit basis, bis curta vocabitur; ut si a ·XVI· tetragono proficiscens usque in novem terminum ponat neque excrescat ad quattuor. Et quotcunque tetragoni defuerint, totiens eam curtam esse dicemus; ut si unitas defuerit, primus quadratus, curtam, quam Graeci κολουρον vocant; si vero duobus tetragonis deficitur, id est unitate et eo, qui

vel quater curtae r; vel ter curtae vel quater s; vel quae ter curtae vel quae quater f; *alterum* quae *supra versum* d. 3 pyramidem d. 6 piramidis c. 7 autem est] autem fit c, s; enim fit *in litura* r. 8 novem d. || quatuor d, quattuor f. 9 Piramis c, d. 10 acumen d. 13 quod est *om.* c, r, s. || cuiuslibet numeri qui c, r, s. || ipsius] illius f. 15 semper] superficiem c, r, s. || ascendit] ostendit a, c, r, s. 19 extremitatemque] ad extremum a. 22 a] ad d. || sedenario s. 23 ·VIIII· c, l; novenario *et supra versum* al novem b; novenarium s. || ponatur c; ponam *corr. in* ponat a. 24 ·IIII· f. 26 κολοιρον d. || vocant *om.* l. || sin l. 27 deficit b, c, l.

sequitur, vocatur bis curta, quod Graeci δικολουρον appellant. Quod si tribus tetragonis, ter curta dicetur, quam Graeci τρικολουρον nominant. Et quotcunque tetragoni fuerint minus, totiens illam pyramidem curtam esse proponimus. Hoc autem non solis a tetragono pyramidis sed in omnibus ab omni multiangulo progredientibus speculari licet.

De cybis vel asseribus vel laterculis vel cuneis vel sphericis vel parallelepipedis numeris.

XXV. Ac de solidis quidem, quae pyramidis formam obtinent, aequaliter crescentibus et a propria velut radice multiangula figura progredientibus dictum est. Est alia rursus quaedam corporum solidorum ordinabilis compositio, eorum qui dicuntur cybi vel asseres vel laterculi vel cunei vel spherae vel parallelepipeda, quae sunt, quotiens superficies contra se sunt, et ductae in infinitum nunquam concurrent. Dispositis enim in ordinem tetragonis I. IIII. VIIII. XVI. XXV., quoniam hi solam longitudinem latitudinemque sortiti sunt et altitudine carent, si per latera solam unam multiplicationem recipiant, aequalem provehunt profunditatem. Nam quattuor tetragonus duos, habet in latere et natus est ex bis duobus. Bis enim duo quattuor faciunt. Hos ergo duos ex ipsius latere si multiplices aequaliter, cybi forma nascetur. Nam si bis binos bis facias, octonaria quantitas crescit. Et est pri-

1 vocabitur a, f. || quod] quam c, s. 2 Quod si] Si vero s. || dicitur d, vocetur a, s. 4 toties s. || pyramidam a, c; pyramidis s. 5 non solum a, d, f, r, s; solis *et supra versum* ł lum b. *Legendum videtur* non in solis. || pyramidi s. 7 *Post* licet *addit* l *primam sequentis capitis sententiam.* 8 *Inscript. om.* d. *In* a *legitur inscriptio capitis vicesimi sexti.* || vel cuneis *om.* f. 9 figuris parallelipedis f. 10 XXVI. a; XXIIII. l. 12 progredientibus *supra versum* d. || Est *ex corr. add.* r. 14 qui] quae *corr. in* qui a. 15 sperae c. || parallelepipedi b, l, r. 17 concurrunt a. || enim *supra versum* r. || in *supra versum* a. 21 ·IIII· d; ·IIII·^{or} l; quaternarius c, s. || ·IIII·^{or} ů r. 23 ·IIII· d; ·III· c. 24 si *om.* c. 25 octonarii a, r; s.

mus hic cybus. ·VIIII· vero tetragonus, quoniam tres habet in latere et factus est ex tribus in se multiplicatis, si ei unam lateris multiplicationem adiunxeris, rursus alius cybus aequabili laterum formatione concrescit. Ter enim tres si tertio duxeris, ·XXVII· cybi figura producitur. Et ·XVI·, qui est ex quattuor, si quater augescat, ·LXIIII· cybus pari laterum demensione crassabitur. Et sequentes quidem tetragoni secundum eundem modum multiplicatione facta provehuntur. Tot autem necesse est unitates cybus habeat in latere, quot habuit primus ille tetragonus, ex quo ipse productus est. Nam quoniam quattuor tetragonus duos tantum numeros habet in latere, duos quoque habet octonarius cybus. Et quoniam ·VIIII· tetragonus tribus per latus unitatibus signabatur, solo ternario ·XXVII· cybi latus urgetur. Et quoniam ·XVI· tetragonus ·IIII· unitatum latus habebat, totidem ·LXIIII· cybus in latere gestabit unitates. Quare etiam vi et potestate cybi, quod est unitas, unus erit in latere. Omnis enim tetragonus una quidem superficies est quattuor angulorum, totidemque laterum. Omnis autem cybus, qui ex tetragonorum superficie in profunditatem corporis crevit, per tetragoni scilicet latus multiplicatus, habebit quidem superficies ·VI·, quarum singula planitudo tetragono illi priori aequalis est, latera vero ·XII·, quo-

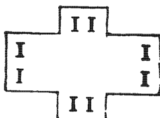
1 cubus hic d. || Novem d, f; Novenarius c, s. || tetragonis c. 2 latera a. || in se *om.* a, d, f; *supra versum* r. 4 aequali a, c, f, r, s; aequabili *et supra versum* l. aequali b. || succrescit a; crescet c; crescit r, s. 5 tres novem c; tres ·VIIII· d, f, l. || figura] forma a, b. 6 ·XVI·] si sedenarius s. || ·IIII· d, f. 8 sequentis f. 10 ille primus a; prius ille *in litura* r. 12 ·IIII· f, l; quaternarius c, s. || tantum] termini *inductum* a. || latere numeros habet, *supra* latere in, a. 13 habebit d. 14 novenarius c, s. || per latus tribus a. 16 habet c, s. 17 unitates *om.* a, d, f. 18 erat *corr. in* erit r. 19 enim] autem d, f; autem *et supra versum* ł enim b. || ·IIII· d, s. 20 totidem, *omisso* que, a, d, f; que *ex corr. add.* r. || autem] enim a; quoque c, l; quoque *et supra versum* ł autem b. 23 sex d. || quorum b, c, r; quorum, o *in* a *mutato*, a, d, l, s. 24 vero *supra versum* a.

rum unumquodque singulis his, quae superioris fuere tetragoni, aequum est, et, ut superius demonstravimus, tot unitatum est; angulos vero ·VIII·, quorum singulus sub tribus eiusmodi continetur, quales priores fuere tetragoni, unde cybus ipse productus est. Ergo ex naturaliter profuso numero qui in subiecta forma descripti sunt subiecti tetragoni nascuntur, et ex his tetragonis qui subnotati sunt cybi provehuntur.

Numerus naturalis:
I. II. III. IIII. V. VI. VII.
Tetragoni:
I. IIII. VIIII. XVI. XXV. XXXVI. XLVIIII.
Cybi:
I. VIII. XXVII. LXIIII. CXXV. CCXVI. CCCXLIII.

Et quoniam omnis cybus ab aequilateris quadratis profectus aequus ipse omnibus partibus est — nam et latitudini longitudo et his duobus compar est altitudo — et secundum sex partes, id est sursum deorsum dextra sinistra ante post, sibi aequalem esse necesse est: huic oppositum contrariumque esse oportebit qui neque longitudinem latitudini neque haec duo profunditati gerat

1 unum quotque c. 3 octo c, s. || singulos c; singulis, is *in* us *correcto*, f; singuli, i *in* us *correcto* a. 4 huiusmodi a, c, d, s. || continet c. 5 unde cybus] ·VI·, de quibus a. 6 descriptus est s. 8 cubi f. 9 Numerus naturalis *om.* c; Numeri naturales f. 15 *In* a *praecedit hunc versum inscriptio capitis vicesimi septimi.* b *et* l *addunt inter hunc versum et quattuor proximos figuram*



16 profectus est, f; est *ex corr. add.* s. 17 duabus c, l; duobus his f. 18 secundum *om.* l. || ·VI· f. || rursum a, b. || dextera f, r. 19 ante et post d. 21 gerat] generat a, l, r, s; generat *et supra versum* ł gerat b.

aequalia, sed cunctis inaequalibus, quamvis solida sit figura, ab aequalitate cybi longissime distare videatur. Hi autem sunt, ut si quis faciat bis tres quater, vel ter quattuor quinquies et alia huiusmodi, quae per inaequales spatiorum gradus inaequaliter provehuntur. Haec autem forma Graeco nomine scalenos vocatur. Nos vero gradatum possumus dicere, quod a minore modo velut gradibus crescat ad maius. Vocant autem eandem figuram Graeci quidam spheniscon; nos autem cuneum possumus dicere. Etenim quos ad quamlibet illam rem constringendam cuneos formant neque latitudinis neque longitudinis neque altitudinis habita ratione, quantum commodum fuerit, tantum vel altitudini minuitur, vel crassitudini profunditatis augetur. Atque ideo hos plerumque necesse est omnibus partibus inaequalibus inveniri. Quidam vero hos bomiscos vocant, id est quasdam arulas, quae in Ionica Graeciae regione, ut ait Nicomachus, hoc modo formatae fuerunt, ut neque altitudo latitudini neque haec longitudini convenirent. Vocatur autem aliis quibusdam nominibus, quae nunc persequi supervacuum iudicavimus. Igitur cybi aequalibus se spatiis porrigentis et huius formae, quam diximus, gradata distributione dispositae medietates sunt, quae neque cunctis partibus aequales sunt, neque omnibus inaequales, quos

2 figūra sit c, r, s. || videtur s. 3 autem *om.* s. || faciet, e *in* a *mutato*, a. 4 quattuor] ·IIII·or d, r. || quinquies] vel quater quinque a. 6 scalenos] scalenus vel squalenos a. || vero] autem s. 7 gradatim c. || a *om.* c. || velut] vel a, b; velud d. 9 speriscon a, s; spe iscon c; sphericon f. 10 quos] cum s. || illam *om.* s. 11 confringendam s, conscribendam a. || *Supra* formant: auctores s. 12 ratione] *In margine inferiore* b *addit:* in al. ratione sunt. Sed quantum etc. 13 tantum *om.* d. || latitudini c, d. 14 profunditas d. || augetaur F. 16 bonis quos, qu *in* c *mutato* a; boniscos c; bonoscos r. 18—19 altitudini longitudo nec haec latitudini F. 19 neque haec] nec haec c, s; ne quae haec d. || haec *supra versum* a. || conveniret a, r, s. 21 iudicabimus b, l; *in* a bi *lineolis est oblitum;* iudicamus f, r. 22 porrigentur, *mutatum in* porrigentes a. || et huius *supra versum* a. 23 positae, dis *ex corr. addito* a, r. 24 nec c, d, l.

Graeci parallelepipedos vocant. Latini nomen hoc ita uniformiter compositum habere non possunt, ut tamen idem pluribus dictum sit. Ea namque hoc nomine vocatur figura, quae alternatim positis latitudinibus continetur.

De parte altera longioribus numeris eorumque generationibus.

XXVI. Huiusmodi vero formas quales sunt, quae vocantur a Graecis ἑτερομήκεις, nos dicere possumus parte altera longiores. Quarum figurarum numerus hoc modo definiendus est: Parte altera longior est numerus, quem si in latitudinem describas et ipse quidem quattuor venit laterum et quattuor angulorum, sed non cunctis aequalibus sed semper minus uno. Namque nec latera lateribus cuncta cunctis aequa sunt, nec longitudini latitudo, sed, ut dictum est, cum hinc altera pars maior fuerit, uno tantum minorem praecedit ac superat. Si enim numerum naturalem disponas in ordinem, et secundum per primum multiplices, talis nascitur numerus, vel si secundum per tertium, vel si tertium per quartum, vel si quartum per quintum, omnesque hi unitate tantum addita, multiplicentur, nascentur parte altera longiores. Disponatur enim numerus naturalis I. II. III. IIII. V. VI. VII. Et nunc quidem hactenus. Si quis igitur

1 parallepidas a, parallelepipedes f. 2 tamen] tantum *corr. in* tamen a. || idem] id de a. 3 *supra* pluribus: nominibus s. || Ea *ex corr. add.* d. || Ea namque] Eaque c. 4 latitudinibus] *supra versum* habitudinibus d. 5 *Inscript. om.* d. *In* a *legitur inscriptio capitis vicesimi octavi.* || numeris *om.* b, c, r. 6 procreationibus F. 7 XXVIII. a; XXV. l. || figuras *et supra versum* ł formas s. 8 ετηρουcηυϛ a; єромікєc f. || nos *supra versum* r. || nos autem a, s. || possumus dicere s. 11 latitudine f; altitudinem a, b, c. || ·IIII· d, r. 12 provenit l; venit, pro *ex corr. addito* b. || ·IIII· r, s. 13 sed] et *corr. in* sed a. 14 sint F. || longitudo latitudini F. 16 tamen *corr. in* tantum a, d. || minore c. 18 nascetur a, l, s. || vel] et c, l, F. 20 hi *supra versum* r; in c. || tamen *corr. in* tantum a. 21 nascentur autem f. 23 actenus b, f, r; actenus, h *ex corr. addito*, a.

faciat unum bis, faciet ·II·, et rursus bis tres, faciet ·VI·, ter quattuor, faciet ·XII·, quater quinque, faciet ·XX·, et hoc ad eundem ordinem. Quicunque igitur facti sunt, procreabuntur parte altera longiores, ut subiecta descriptio docet, in qua, ex quibus numeris multiplicati nascuntur parte altera longiores, super adscripti sunt, qui vero nascuntur, subterius sunt notati.

I. II. III. IIII. V. VI. VII.

II.	VI.	XII.	XX.	XXX.	XLII.
I I	I I I	I I I I	I I I I I	I I I I I I	I I I I I I I
	I I I	I I I I	I I I I I	I I I I I I	I I I I I I I
		I I I I	I I I I I	I I I I I I	I I I I I I I
			I I I I I	I I I I I I	I I I I I I I
				I I I I I I	I I I I I I I
					I I I I I I I

De antelongioribus numeris et de vocabulo numeri parte altera longioris.

XXVII. Ergo si unitate tantum discrepent, qui multiplicantur, descripti superius numeri protenduntur, sin vero aliquo numero, ut ter ·VII· vel ter ·V· vel aliquo modo alio, et non eorum latera sola discrepent unitate, non vocabitur hic numerus parte altera longior, sed ante-

1 faciet s. || faciat duo d; faciet duo f. || faciat sex d, l; faciat ·VI· r. 2 ·IIII· d. || ·V· l; quinquies d, r. 3 facta F. || sint f. 4 altera parte F. 5 multiplicatis f. 6 nascentur a, c, r, s. || super *et supra versum* ꝑ pra b. 7 sunt *om.* r. || subnotati b, l; adnotati sunt d. 8 ·VIII· *addunt* a, c, f, r, s. 9 ·LVI· *addunt* c, f, F, r, s. 10 *Figuram numeri* ·LVI· *addunt* c, f, F, l, r, s. *In* b, c, d, l, r *virgulae ita sunt dispositae, ut binae, ternae, quaternae, quinae, senae, septenae in singulis versibus sint positae.* 16 *Inscript. om.* a, d. || numeris *om.* F. || parte altera longioris numeri F. 17 longioribus s. 18 XXVII. *om.* a; XXVI. l. || ab unitate a, f, r. 19 protendentur a, d, f, l. || si vero a, c, s. 20 ter ·VII· vel ter ·V·] ter ·IIII· vel ter ·V· c; bis ·IIII· vel ter ·V· s, F; bis ·IIII· ter ·V· quater ·VI· r.

longior. Alterum enim apud Pythagoram vel sapientiae eius heredes nulli alii nisi tantum binario adscribebatur. Hunc alteritatis principium esse dicebant, eandem autem naturam et semper sibi similem consentientemque nullam aliam nisi primaevam ingeneratamque unitatem. Binarius autem, numerus primus, est unitati dissimilis, idcirco quod primus ab unitate disiungitur. Atque ideo alteritatis cuiusdam principium fuit, quod ab illa prima et semper eadem substantia sola tantum est unitate dissimilis. Merito ergo dicentur hi numeri parte altera longiores, quod eorum latera unius tantum sese adiecta numerositate praecedunt. Argumentum autem est, alteritatem in binario numero iuste constitui, quod non dicitur alterum nisi e duobus ab his, inter quos bene loquendi ratio non neglegitur. Amplius, quod inpar numerus sola perfici unitate monstratus est, par vero sola dualitate, id est solo binario numero. Nam cuiuscunque medietas unus est, ille inpar est, cuius vero duo, hic paritate recepta in gemina aequa disiungitur. Quare dicendum est, inparem numerum eiusdem atque in sua se natura tenentis inmutabilisque substantiae esse participem, idcirco quod ab unitate formetur, parem vero alterius plenum esse naturae, idcirco quod a dualitate conpletur.

Quod ex inparibus quadrati, ex paribus parte altera longiores fiant.

XXVIII. At vero positis in ordinem ab unitate inparibus et sub his a dualitate paribus descriptis coacervatio inparium tetragonos facit, coacervatio parium su-

6 unitati dissimilis est a. 7 Adque r; et d. 8 fuit] est d. 9 unitatis a. || desimilis r. 12 numerositatem a. || est *om.* a. || alteritatis vel alteritatem a. 14 e] a a, r, s; ex f, F. 16 unitate perfici a, c, s. 18 est unus c, f, s. || cuius vero medietas s. 20 natura *supra versum* s. 21 inmotabilisque r. 24 *Titulum om.* d. || de imparibus c. || De generatione laterculorum eorumque difinitione vel de generatione cuneorum eorumque diffinitione a. 26 XXVIIII. a; XXVII. l.

periores efficit parte altera longiores. Quare quoniam tetragonorum haec natura est, ut ab inparibus procreentur, qui sunt unitatis participes, id est eiusdem inmutabilisque substantiae, cunctisque partibus suis aequales sint, quod et anguli angulis et latera lateribus et longitudini compar est latitudo, dicendum est, huiusmodi numeros eiusdem naturae atque inmutabilis substantiae participes, illos vero numeros, quos parte altera longiores paritas creat, alterius dicemus esse substantiae. Nam quemadmodum unus a duobus uno tantum alter est, sic horum latera a se tantum uno sunt altera et una tantum differunt unitate. Quare disponantur in ordinem omnes ab uno inpares et sub his omnes a binario numero pares.

I.	III.	V.	VII.	VIIII.	XI.	XIII.
II.	IIII.	VI.	VIII.	X.	XII.	XIIII.

Est ergo princeps inparis ordinis unitas, quae ipsa quidem effectrix et quodammodo forma quaedam est inparitatis, quae in tantum eiusdem nec mutabilis substantiae est, ut, cum vel se ipsa multiplicaverit vel in planitudine vel in profunditate, vel si alium quemlibet numerum per se ipsa multiplicet, a prioris quantitatis forma non discrepet. Namque si unum semel facias, vel si semel unum semel, vel si duo semel, vel si tres semel, vel si quattuor semel, vel quemlibet alium numerum

2 ut et d, l. 5 sunt r, F. 7 inmotabilis r. 11 tamen *corr. in* tantum a. || altera *mutatum in* latere a. || et una tantum *corr. ex* tamen a. 12 deferent r; differat c. || Quare *corr. ex* quorum a. 13 a binario] ab uno a, c; abinari d; ab uno *et supra versum* al a binario b. 19 ipsam c, r, s. 20 in *ante* profunditate *om.* r. 21 ipsam c, s. 22 discrepat b, c, d, f, l, r, s. || Namque *om.* r; *supra versum* a. || si unum . . . duo semel] si semel unum semel *et supra versum* facias vel si duo semel a; vel si duo semel *supra versum* b; si semel unum semel c; si unum semel facias vel si duo semel d, f; si unum semel facias, si duo semel F; si unum semel facias vel si semel unum (*in litura*) vel si duo semel l; si semel unum semel vel si semel ·II· r; si semel unum vel semel ·II· s. 23 ·III· r, s. 24 ·IIII·[or] s. || quattuor semel sunt ·IIII· r. || vel si quemlibet c, l, s; si *ex corr. add.* b. || alium quemlibet c.

multiplicet, a quantitate sua is, quem multiplicat, numerus non recedit, quod circa alium numerum non potest inveniri. Paris vero ordinis binarius numerus princeps est, quae dualitas, cum in eodem ordine paritatis sit, tum principium totius est alteritatis. Namque si se ipsa multiplicet vel per latitudinem vel etiam per profunditatem vel si quem numerum in suam conglobet quantitatem, continuo alter exoritur. Nam bis unum vel bis duo si facias, vel bis tres vel bis quattuor vel bis quinque vel quemlibet alium multiplicet, quisquis hinc nascitur, alius quam primo fuerat, invenitur. Nascuntur autem ex superiore descriptione et ex primo ordine omnes tetragoni hoc modo. Unum enim si respexeris, primus potestate tetragonus est. Sin vero unum tribus coacervaveris, quattuor tetragonus exoritur. Huic si quinarium iungam, novenarius rursus occurrit. Huic si copules septem, sedecim quadrati forma se suggerit. Idemque si in ceteris facias, omnes conpetenter quadratos videas procreari. At vero ex secundo paritatis ordine idem cuncti parte altera longiores fiunt. Namque si duos primo respexero, huiusmodi mihi numerus occurrit, qui fit ex bis uno. Cum vero duobus sequentes quattuor iunxero, parte altera longior rursus erit, senarius scilicet, qui fit ex bis tribus. Cui si sequentem adgregavero, nascetur mihi duodenaria forma, quae fit ex quater tribus. Quod si continuatim quis faciat, cunctos huiusmodi numeros in

1—2 multiplicet ... numerum *in margine* r. 4 tunc s. 5 est totius d. || ipsam F. 8 bis unum vel *om.* d, f. || bis ·II· c, s. 9 facies c; facies *mutatum in* facias a, r. || ·III· c. || ·IIII· s. || ·V· c, s. 10 quemlibet numerum alium a. 11 invenitur vel invenerit a, *sed* vel invenerit *inductum.* 12 et *om.* s. 13 enim *om.* F, s. 14 coacervaris c, coacervaberis r. || ·IIII· c, r; quaternarius f, s. 15 iungas s; iungam *mutatum in* iungas r. 16 ·VII· c, d. || ·XVI· d. 17 sugeserit a. 18 facies b, f, l. 19 a parte a, s; *in* r a *rasura est deletum.* 20 primos b, d, l. 21 numerus mihi d. 22 ·IIII· d, s. 23 bis tres *corr. in* bis tribus a, d; bis tribus *in litura* r. 24 nascitur, i *in* e *mutato*, F. 26 in *om.* F.

conpetenti ordine procreatos videbit, quam descriptionem scilicet inferior forma demonstrat.

Radices.

I. I. III. I. III. V. I. III. V. VII. I. III. V. VII. VIIII. I. III. V. VII. VIIII. XI.

Tetragoni id est quadrati.

I. IIII. VIIII. XVI. XXV. XXXVI.

Radices.

II. IIII. II. IIII. VI. II. IIII. VI. VIII. II. IIII. VI. VIII. X. II. IIII. VI. VIII. X. XII.

Parte altera longiores.

VI. XII. XX. XXX. XLII.

De generatione laterculorum eorumque definitione.

XXVIIII. Quos autem superius laterculos diximus, quae sunt et ipsae quidem solidae figurae, hoc modo fiunt, quotiens aequalibus spatiis in longitudinem latitudinemque porrectis minor his additur altitudo, ut sunt huius modi: tres ter bis, qui sunt ·XVIII· vel quattuor quater bis, vel alio quo modo, ut his in latitudinem longitudinemque aequis minor altitudo ducatur. Hi definiuntur hoc modo: Laterculi sunt, qui fiunt ex aequalibus aequaliter in minus. Asseres vero et ipsae quidem figurae sunt solidae sed hoc modo, ut ex aequalibus aequaliter ducantur in maius. Nam si aequa fuerit latitudo longitudini et maior sit altitudo, illae figurae a nobis asseres, a Graecis doci-

3 Radices *om.* a, c. 5 *Hunc versum om.* c. || quadrati] quadri r; quatuor quadrati d. 7 radices *om.* s. 8 s *addit ab initio* ·II· 9 *Hunc versum om.* c. 10 s *addit ab initio* ·II· 11 *Inscript. om.* a, d; b, l, d, F *addunt:* vel de generatione (genere F) cuneorum eorumque definitione (diffinitione) l. 12 XXVIIII. *om.* a; XXVIII. l. 13 ipse d, r. 16 ·IIII· c, d. 17 alio quo] aliquo l; alio quo *corr. in* alio quocunque a; alio aliquo *et supra versum* cunque b; alio qualicunque d; alio quolibet f. || ut] in, ut *ex corr. addito*, r. || longitudinem latitudinemque a, f, s. 18 ducatur] addatur s. 19 in *om.* a, b, c, d, f, l, s; *supra versum* r. 20 ipsi a; ipse d, f, l. 21 ex *supra versum* r. 22 longitudini latitudo d. 23 ille d, f. || decades a, f; deocadles s; docades F.

des nominantur. Ut si quis hoc modo faciat: ·IIII· quater novies, qui inde procreantur, asseres nominati sunt. Sphenisci vero, quos cuneolos superius appellavimus, hi sunt, qui ex inaequalibus inaequaliter ducti per inaequalia creverunt, cybi vero, qui ex aequalibus aequaliter per aequalia producti sunt.

De circularibus vel sphericis numeris.

XXX. Ipsorum vero cyborum quanticunque fuerint ita ducti, ut a quo numero cybicae quantitatis latus coeperit, in eundem altitudinis extremitas terminetur, numerus ille cyclicus vel sphericus appellatur; ut sunt multiplicationes, quae a quinario vel a senario proficiscuntur. Nam quinquies quinque, qui fit ·XXV·, ab ·V· progressus in eosdem desinit ·V· Et si hos rursus quinquies ducas, in eosdem ·V· eorum terminus veniet. Quinquies enim ·XXV· fiunt. ·CXXV· et si hos rursus quinquies ducas, in quinarium numerum extremitas terminabitur. Atque hoc usque in infinitum idem semper eveniet. Quod in senario quoque convenit considerari. Hi autem numeri idcirco cyclici vel spherici vocantur, quod sphera vel circulus in proprii semper principii reversione formantur. Est enim circulus posito quodam puncto et alio eminus defixo illius puncti, qui eminus fixus est, aequaliter distans a primo puncto circumductio et ad eundem locum reversio, unde

1 quatuor c, quattuor f. 3 Spherici a, s; spherici *et supra versum al* sphenisci b; spherisci c; spenisci r; Sperici F. || cuniolos c; hemiholos vel cuneolos a, s; hemiholos vel hemiolos s; hemiholos vel emiholos F; hemiholos vel *in margine* b; *supra versum* l, r. 5 vero sunt F. 7 *Inscript. om.* d. || spericis r, spiricis s. 8 XXVIIII. l. 10 latitudinis a, c. 11 cybicus f. || spericus r, F. 12 a *ante* senario *om.* a, c, l, s. 13 ·V· c, d, r, s. || qui fit] *om.* c; fiunt s. 14 rursum a, b, c, f, l, r, s. || educas c, f, r, s. 16 fiunt] sunt a, b. || rursum c. 17 terminatur s. 18 eveniet; e *inducto*, a; veniet b. 20 sperici r, F. || spera d, r. 21 semper *om.* F. 22—24 et alio . . . puncto *eadem manu in margine* F.

moveri coeperat. Sphera vero est semicirculi manente diametro circumductio et ad eundem locum reversio, unde prius coeperat ferri. Unitas quoque virtute et potestate ipsa quoque circulus vel sphera est. Quotiens enim punctum in se multiplicaveris, in se ipsum, unde coeperat, terminatur. Si enim faciat semel unum, unus redit, si hoc semel, idem est, et si hoc rursus semel, idem est. Igitur si una fuerit multiplicatio, solam planitudinem reddit et fit circulus, si secunda, mox sphera conficitur. Etenim secunda multiplicatio effectrix semper est profunditatis. Ex ·V· igitur et ·VI· paucas huiusmodi formas subscripsimus.

I.	V.	VI.
I.	XXV.	XXXVI.
I.	CXXV.	CCXVI.
I.	DCXXV.	$\overline{\text{I}}$CCXCVI.
I.	$\overline{\text{III}}$CXXV.	$\overline{\text{VII}}$. DCCLXXVI.

De ea natura rerum, quae dicitur eiusdem naturae, et de ea, quae dicitur alterius naturae et qui numeri cui naturae coniuncti sint.

XXXI. Ac de solidis quidem figuris haec ad praesens dicta sufficiant. Qui autem de natura rerum propinquis investigantes rationibus, quique in matheseos disputatione versati, quid in quaque re esset proprium, subtilissime peritissimeque ediderunt, hi rerum omnium naturas in gemina dividentes hac speculatione distribuunt. Dicunt

1 ceperat c, l; coeptus est d, f. || Spera d, r. 1—3 Sphera . . . ferri *eadem manu in margine* F. 3 ceperat s. 4 spera d, r, F. 5 in se *ante* multiplicaveris *om.* f, F. 6 facias r. || redit, et b. || hoc rursus c, d, l. 7 idem] unum b. || et si hoc . . . idem est *om.* c, d. || est] conficitur a. 8 una ut ·V· quinquies d. || fuerit] erit s. || redit c. 9 secundo a, b, f; secunda *et supra versum* ut ·XXV· quinquies d. || spera d. 11 quinque . . . . sex, c, f. 14 ·CXXV· *om.* F; *ideoque sequentes numeri sunt uno versu promoti.* 17 *Inscript. om.* d, s. *In* a *legitur inscriptio sequentis capitis.* || De natura, *omisso* ea, f. || rerum *om.* c. 18 dicitur] est F. 19 sunt c, l, r. 20 XXX. l. 22 quique] quinque F. 23 quaque] qua d; unaquaque s. 24 peritissimaeque d.

enim omnes omnium rerum substantias constare ex ea, quae propriae suaeque semper habitudinis est nec ullo modo permutatur, et ea scilicet natura, quae variabilis motus est sortita substantiam. Et illam primam inmutabilem naturam unius eiusdemque substantiae vocant, hanc vero alterius, scilicet quod a prima illa inmutabili discedens prima sit altera, quod nimirum ad unitatem pertinet et ad dualitatem, qui numerus primus ab uno discedens alter factus est. Et quoniam cuncti secundum unitatis speciem naturamque inpares numeri formati sunt, quique ex his coacervatis tetragoni fiunt, duplici modo eiusdem substantiae participes esse dicuntur, quod vel ab aequalitate formantur tetragoni, vel coacervatis in unum numeris inparibus procreantur. Illi vero, qui sunt pares, quoniam binarii numeri formae sunt, quique ex his coacervati collectique in unam congeriem parte altera longiores numeri nascuntur, hi secundum ipsius binarii numeri naturam ab eiusdem substantiae natura discessisse dicuntur, putanturque alterius naturae esse participes idcirco, quoniam, cum latera tetragonorum ab aequalitate progressa in aequalitatem propriae latitudinis ambitum tendant, hi adiecto uno ab aequalitate laterum discesserunt atque ideo dissimilibus lateribus et quodammodo a se alteris coniunguntur. Quare notum nobis est, quod ex his ea, quae sunt in hoc mundo, coniuncta sunt. Aut enim propriae inmutabilis eiusdemque substantiae est, quod est deus vel anima vel mens vel quodcunque pro-

1 omnes *om.* c, f, s; *supra versum* b; *litura* r. || substantiam c, s. 2 proprie c. 4 substantia f. || primo a, b, c, l, r. || inmotabilem r. 6 immobili d. || decedens c; descendens s. 8 decedens c, f; descendens s. 11 eiusdemque a, b; unius eiusdemque s. 15 his] eis a. 20 cum] eum *corr. in* cum a; con r; cum *om.* d. || latere *corr. in* latera r. 22 tendunt c. || abiecto *corr. in* adiecto a. 23 desimilibus r. || lateribus constant a. || et] vel *corr. in* et a. 24 a se *supra versum* a; a *supra* se d. || nobis notum c, f, s. 26 enim *om.* s. || proprie c, d. || eiusque r. 27 quod est deus] ut deus est r; quod deus, quod *in* ut *corr.* d; ut deus f, s; quod est deus, quod est *in* ut *corr.*, l. || mens est d, f, r, s.

priae naturae incorporalitate beatur, aut mutabilis variabilisque naturae, quod corporibus indubitanter videmus accidere. Unde nunc nobis monstrandum est, hac gemina numerorum natura, quadratorum scilicet et parte altera longiorum cunctas numeri species cunctasque habitudines vel ad aliquid relatae quantitatis, ut multiplicium vel superparticularium et ceterorum, vel ad se ipsam consideratae, ut formarum, quas dudum in superiore disputatione descripsimus, informari, ut, quemadmodum mundus ex inmutabili mutabilique substantia, sic omnis numerus ex tetragonis, qui inmutabilitate perficiuntur, et ex parte altera longioribus, qui mutabilitate participiant, probetur esse coniunctus. Et primo quidem distribuendum est, qui sint hi, quos promeces vocant, id est anteriore parte longiores, vel qui, quos ετεϱομηκεις, id est parte altera longiores. Est enim parte altera longior numerus, quicunque unitate tantum lateri crescit adiecta, ut sunt sex, scilicet bis tres, vel ·XII· tres quater et consimiles. Anteriore vero parte longior est, qui sub duobus numeris huiusmodi continetur, quorum latera non possidet unitatis differentia, sed aliorum quorumcunque numerorum, ut ter quinque vel ter sex vel quater septem. Quodammodo enim longitudine in prolixiorem modum porrecta merito anteriore parte longior dicitur. Cur autem parte altera longiores numeri dicantur, supra iam dictum est. Quadrati vero quoniam aequam latitudinem longitudini gerunt, propriae longitudinis vel eiusdem latitudinis

1 beatum *corr. in* beatur a; habetur *et supra versum* l beatur s. 3 accedere a, r, s. 8 considerate f. 12 motabilitate r; mutabilitatem d, s. 14 describendum a. || qui] quid a, b, d. || promeciis a, prometis d, promecis f, r; promechis s. 15 quos] nos a. || ετεϱομηκεις *om.* c; eterombici a. 16 enim *om.* d. 17 tamen *corr. in* tantum a. 18 ·VI· c, f, r. || scilicet ut f. || ·III· c, r. || vel] et d. || duodecim d, f. || ·III· r. 19 consimilis s. || parte vero c, s. || parte altera longior d. 22 ·V· c. || ·VI· c. || ·VII· c, f. 26 longitudinem latitudini d. 27 erunt, g *ex corr. addito*, r. || longitudinis, *linea subnotatum et supra versum* latitudinis d.

aptissime vocabuntur, ut bis duo, ter tres, quater quattuor et ceteri. Parte altera vero longiores, quod non eadem longitudine tendantur, alterius quodammodo longitudinis et parte altera longiores vocantur.

Quod omnia ex eiusdem natura et alterius natura consistant idque in numeris primum videri.

XXXII. Omne autem, quicquid in propria natura substantiaque est inmobile, terminatum definitumque est, quippe quod nulla variatione mutetur, nunquam esse desinat, nunquam possit esse, quod non fuit. At haec unitas sola est et, quae unitate formantur, conprehensibilis et determinatae et eiusdem substantiae esse dicuntur. Ea vero sunt, vel quae ab aequalibus crescunt, ut quadrati, vel quos ipsa unitas format, id est inpares. At vero binarius et cuncti parte altera longiores, qui a finita substantia discesserunt, variabilis infinitaeque substantiae nominantur. Constat ergo numerus omnis ex his, quae longe disiuncta sunt atque contraria, ex inparibus scilicet et paribus. Hic enim stabilitas, illic instabilis variatio, hic inmobilis substantiae robur, illic mobilis permutatio; hic definita soliditas, illic infinita congeries multitudinis. Quae scilicet, cum sint contraria, in unam tamen quodammodo amicitiam cognationemque miscentur et illius unitatis informatione atque regimento unum numeri corpus efficiunt. Non ergo inutiliter neque inprovide, qui de hoc mundo deque hac communi rerum

1 vocantur s. || ·II· . . . ·III· . . . . ·IIII· c. 2 cetera a. || longiores vero s. || quod *bis* s. 3 tenduntur c. 5 *Inscript. om.* d. || alterius naturae b, l; alterius, *omisso* natura, c, r, s. || constant f. 6 videri primum l. 7 XXXI. l. 11 quae comprehensibilis c. || conprehensibiles a. 13 *Post* sunt *addit* s: quae habent aequalia latera. || aequalitatibus a. || ut] velut a, c, f, r, s. 16 discesserant c, s. 17 omnis numerus a. 18 sint a, d, r, s. 19 illic] illuc c, hic a, d, f, r, s. 20 hic] huic r. || inmutabilis a, inmotabilis r. || inmobilis est s. 21 illic] hic a, d, f, r, s. 22 cum sint scilicet f.

natura ratiocinabantur, hanc primum totius mundi substantiae divisionem fecerunt. Et Plato quidem in Timaeo eiusdem naturae et alterius nominat, quicquid in mundo est, atque aliud in sua natura permanere putat individuum inconiunctumque et rerum omnium primum, alterum divisibile et nunquam in proprii statu ordinis permanens. Philolaus vero: Necesse est, inquit, omnia quae sunt vel infinita esse vel finita, demonstrare scilicet volens, omnia, quaecunque sunt, ex his duobus consistere, aut ex finita scilicet esse aut ex infinita, ad numeri sine dubio similitudinem. Hic enim ex uno et duobus et inpari atque pari coniungitur, quae manifesta sunt aequalitatis atque inaequalitatis, eiusdem atque alterius, definitae atque indefinitae esse substantiae. Quod videlicet non sine causa dictum est, omnia, quae ex contrariis consisterent, armonia quadam coniungi atque componi. Est enim armonia plurimorum adunatio et dissidentium consensio.

Ex eiusdem atque alterius numeri natura qui sunt quadratus et parte altera longior, omnes proportionum habitudines constare.

XXXIII. Disponantur ergo in ordinem non iam pares atque inpares, ex quibus quadrati vel parte altera longiores fiunt, sed hi ipsi, qui illis coacervatis in unumque redactis et quadrati et parte altera longiores prodeunt. Ita enim videbimus istorum quendam consensum et ad ceteras numeri partes procreandas amicitiam, ut non sine causa hoc in omnibus rebus ab numeri specie natura rerum sumpsisse videatur. Sint igitur duo versus tetrago-

1 hanc] huic *corr. in* hanc d; hoc *corr. in* hanc r. || primam c. 2 fecerant r. 10 finita] *supra versum:* natura b, r, s. *Verisimilius est excidisse vocabulum* substantia || esse *om.* s. || infinita] finita, in *ex corr. add.* r. 12 aequitatis d, l, r. 17 dissentientium c, f, l, s. 18 *Inscript. om.* c, d. || Ex eiusdem .... longior omnes *om.* s. || qui sunt *om.* a, qui est b, l. || et] ex a, f. 20 *Post* constare *addit* s: ex eiusdem *et alia, quae evanuerunt.* 21 XXXIII. *om.* l. 23 hi *rasura deletum* c. 28 praesumpsisse s.

norum ab unitate omnium et a binario numero parte altera longiorum.

I.	IIII.	VIIII.	XVI.	XXV.	XXXVI.	XLVIIII.
II.	VI.	XII.	XX.	XXX.	XLII.	LVI.

Horum igitur si primum compares primo, dupli quantitas invenitur, quae est prima multiplicitatis species, si vero secundum secundo hemioliae quantitatis habitudo producitur, si tertium tertio sesquitertia proportio procreatur, si quartum quarto, sesquiquarta, et si quintum quinto, sesquiquinta, et hinc superparticularium normam in quamvis longissimum spatium progrediens integram inoffensamque repperies, ita ut in prima dupli proportione unitatis solius sit differentia, duo namque ab uno sola semper discrepant unitate. In sesqualtera vero duorum est differentia, in sesquitertia trium, in sesquiquarta quattuor et deinceps secundum superparticulares formas numerorum, quod ad differentias adtinet, uno tantum crescit adiectio numerum explicans naturalem.

	I.		IIII.		VIIII.		XVI.		XXV.
I.		II.		III.		IIII.		V.	
	II.		VI.		XII.		XX.		XXX.

Sin vero secundum tetragonum primo parte altera longiori compares et tertium secundo et quartum tertio et quintum quarto, easdem rursus proportiones effici pernotabis, quas in superiore forma descripsimus, sed hic differentiae ab unitate non inchoant, sed a binario numero in infinitum per eosdem calculos progrediuntur, eritque secundus primis duplu, tertius secundi sesqualter, quar-

4 LVI. *om.* l. 5 primo conpares a. || compa, *omisso* res, l. || duplicis r. 7 emiholiae a, emioliae c, haemimoliae r. 13—14 duo namque . . . . unitate *om.* d. || ab uno *om.* c. || semper sola a. 14 In sesqualtera duorum *in margine* d. || sesqualtero a. || vero *om.* d. || est differentia *om.* d. 15 ·IIII· c. 17 tamen *corr. in* tantum a. || crescet d. 18 numerorum d. 19 d *om.* ·I· *et addit* ·XXXVI· 20 d *om.* ·I· *et addit* ·VI· 22 Si vero a, d, l.

tus tertii sesquitertius, secundum eandem convenientiam, quae superius demonstrata est.

	IIII.		VIIII.		XVI.		XXV.		XXXVI.
II.		III.		IIII.		V.		VI.	
	II.		VI.		XII.		XX.		XXX.

Rursus quadrati invicem inparibus differunt, parte altera longiores paribus.

Differentiae inpares.

	III.		V.		VII.		VIIII.		XI.		XIII.	
I.		IIII.		VIIII.		XVI.		XXV.		XXXVI.		XLVIIII.

Quadrati.

Differentiae pares.

	IIII.		VI.		VIII.		X.		XII.		XIIII.	
II.		VI.		XII.		XX.		XXX.		XLII.		LVI.

Parte altera longiores.

At vero si inter primum et secundum tetragonum primum parte altera longiorem ponimus, ad utrosque eos una proportione coniungitur. In utrisque enim proportionibus dupli multiplicitas invenitur. Sin vero inter secundum tertiumque tetragonum secundum parte altera longiorem ponas, sesqualterae comparationis ad utrosque forma componitur. Et si inter tertium et quartum tetragonum tertium parte altera longiorem constituas, sesquitertia species nascitur. Et idem si in cunctis feceris, cunctas superparticulares species invenire miraberis.

8 Differentiae inpares *om.* s. 9 s *addit* XV. 10 s *addit* LXIIII. 11 Quadrati *om.* d, s. 14 *Supra hunc versum* differentiae a. 15 Parte altera longiores *om.* a, l, s. 22 inter] in c. 24 nascetur a.

	Duplus.	
I.	II.	IIII.
	Sesqualter.	
IIII.	VI.	VIIII.
	Sesquitertius.	
VIIII.	XII.	XVI.
	Sesquiquartus.	
XVI.	XX.	XXV.

Et ad eundem modum in ceteris convenit intueri. Rursus si ponantur duo tetragoni ex superius descriptis, id est primus et secundus et in unum colligantur, et medius eorum parte altera longior bis multiplicetur, tetragonus fit. Namque unus et ·IIII·, si iungantur, ·V· faciunt. Eorum binarius parte altera longior, si bis ducatur, ·IIII· fiunt, qui iuncti ·VIIII· sine ulla dubitatione conficient, qui est numerus quadratus. Et ad eundem modum in aliis hoc modo dispositis numeris, quos supra descripsimus, idem constat intellegi. Sin vero convertas et inter duos, primum et secundum, parte altera longiores secundum tetragonum ponas, qui in ordine quidem secundus est, sed actu et opere primus, ex duobus parte altera longioribus congregatis et bis multiplicato medio tetragono rursus tetragonus conficitur. Namque inter senarium et binarium numerum, qui sunt primus et secundus parte altera longiores, si ponatur quaternarius ordine secundus, primus actu tetragonus, et coniungantur ·II· et ·VI·, faciunt ·VIII·; tum si bis ducantur medii ·IIII·, faciunt rursus ·VIII·, qui cum superioribus iuncti ·XVI· tetragonum pandunt.

1 Duplex c, f, r. s; Dupla d. 3 Sesqualtera a, c, s. 5 Sesquitertia a, c, d. 7 Sesquiquarta a, c, d. 10 ex] et F. 13 ·I· d. || quatuor, sibi iungantur quinque c. 14 si *om.* c, f, F, r. || quatuor c. 15 faciunt a, d, f, r, s. 18 Si vero a, b, c, f, l, r, s. 23 sex d, f; VI. r. 26 duo a, c, d, f, l, r, s. || sex a, c, d, l, r, s. 27 octo c. || quatuor c, quattuor f. 28 octonarium a, b, c, d, f, l, r, s. || iuncti *in margine* r, iunctis c. || sedecim f.

V.	XIII.	XXV.
IIII.	XII.	XXIIII.
I. II. IIII.	IIII. VI. VIIII.	VIIII. XII. XVI.
VIIII.	XXV.	XLVIIII.

VIII.	XVIII.	XXXII.
VIII.	XVIII.	XXXII.
II. IIII. VI.	VI. VIIII. XII.	XII. XVI. XX.
XVI.	XXXVI.	LXIIII.

Illud quoque non oportet minore admiratione suspicere, quod secundum proprias naturas, ubi altrinsecus duo tetragoni stant et unus parte altera longior in medio ponitur, tetragonus, qui nascitur, ille semper ab inpari procreatur. Nam ex superioribus uno et ·IIII· et bis multiplicato binario factus est novenarius tetragonus, qui scilicet a tribus procreatur; ter enim tres ·VIIII· faciunt, qui ternarius inpar est numerus. Et sequens, qui ex ·IIII· et ·VIIII· et bis multiplicato senario coniunctus est ·XXV· tetragonus et ipse ex inpari quinario nascitur et continenti post ternarium; quinquies enim quinque ·XXV· producunt et quinarius post ternarium inpar est numerus. Insequenti quoque eadem ratio est. Nam qui ex ·VIIII· et ·XVI· et bis ducto ·XII· quadratus ·XLVIIII· producitur, ille a septenario inpari fit et post quinarium continenti; septies enim septem ·XLVIIII· creant. At vero ubi duo altrinsecus parte altera longiores unum medium tetragonum claudunt, omnes ex his qui fiunt tetragoni a paribus producuntur. Nam qui ex duobus et ·VI· parte altera longioribus et quaternario bis multiplicato ·XVI· tetragonus factus est, ille a quaternario numero, id est pari, producitur; quater enim quattuor ·XVI· sunt. Et insequenti

3 VIIII. XII.] VIII. XII. F. 9 ammiratione *in margine* r. || suscipere f, s; suscicere r. 13 quattuor f. 15 ·III· r. || novenarium a, c, l, s; novem d. 16 quattuor f. 17 et bis] et *om.* a. || iunctus c. 19 quinque] ·V· c, f. 21 et insequenti d; In sequenti a, l. 22 et bis . . . XLVIIII. *in margine* r. || quadratis c. 23 *Post* continenti *addit* ·VII· a. 24 septem] ·VII· c, d, f, r, s. 26 concludunt a. 30 quattuor] ·IIII· c, d. || in sequenti a, l.

quoque ordine, ubi ex ·VI· et ·XII· et bis in suam summam ducto novenario ·XXXVI· fiunt, ex continenti pari senario copulantur; sexies enim sex ·XXXVI· restituunt. Nec minus in eandem rationem cadit ex ·XII· et ·XX· et bis ·XVI· factus ·LXIIII· tetragonus; hic enim ex octonario continenti post senarium nascitur; octies enim VIII. LXIIII. tetragonum iungunt. Et in aliis quoque secundum eundem modum, si idem facias, rationis ordo non discrepat.

Quod ex quadratis et parte altera longioribus omnis formarum ratio consistat.

XXXIIII. Illud vero, quod ex his duobus tota omnium formarum videtur orta prolatio, non minore consideratione notandum est. Namque trianguli, qui cunctas alias formas, sicut superius docuimus, collecti producunt, his iunctis velut ex quibusdam elementis oriuntur. Namque ex uno primo tetragono et binario primo parte altera longiore ternarius triangulus copulatur, et ex binario et quaternario, id est ex secundo tetragono senarius triangulus procreatur. Ex quaternario quoque et senario denarius triangulus nascitur, et ad eundem ordinem cuncta triangulorum ratio constabit. Disponantur enim alternatim inter se tetragoni et parte altera longiores, qui ut melius pernotarentur, prius in duobus eos versibus disposuimus. Post autem eosdem permiscuimus et, qui exinde trianguli nascerentur, adscripsimus.

1 ordine quoque a, r. || senario et duodenario d; senario et ·XII· r, s. 3 senarii c. || sex enim sexies c, d, f, l, r. 4 cadent a, b, c, f, l, r, cadet s. 5 LX quattuor f. 7 LXIIII.^{or} f. 10 *Inscript. om.* c, d. 11 consistit f, r. 12 XXXIII. l. || vero] quoque c. 18 procreatur *et supra versum* ł copulatur d. || vel quaternario a, b, d, l, r, s. 20 procreatur] copulatur d. 22 alternatim *om.* s. || inter] in c. 24 praenotarentur F. || eos in duobus c, s. 25 miscuimus r. || qui] quia f. 26 descripsimus c, f, s, F; *sec. manu additum* r.

Tetragoni.

I. IIII. VIIII. XVI. XXV. XXXVI. XLVIIII. LXIIII. LXXXI.

Parte altera longiores.

II. VI. XII. XX. XXX. XLII. LVI. LXXII. XC.

Trianguli.

III. VI. X. XV. XXI. XXVIII. XXXVI. XLV. LV. LXVI. LXXVIII.

I. II. IIII. VI. VIIII. XII. XVI. XX. XXV. XXX. XXXVI. XLII.

Quemadmodum quadrati ex parte altera longioribus vel parte altera longiores ex quadratis fiant.

XXXV. Omnis vero tetragonus, si ei proprium latus addatur, vel eodem rursus dematur, parte altera longior fit. Namque ·IIII· tetragono si quis duo iungat vel duo detrahat, ·VI· addendo perficiet et ·II· detrahendo. At uterque figuram continet parte altera longiorem. Quae scilicet magna est alteritatis vis. Omnis enim infinita et indeterminata potentia ab aequalitatis natura et a suis se finibus continente substantia discedens aut in maius exuberat aut in minora decrescit.

Quod principaliter eiusdem quidem sit substantiae unitas, secundo vero loco inpares numeri, tertio quadrati, et quod principaliter dualitas alterius sit substantiae, secundo vero loco pares numeri, tertio parte altera longiores.

XXXVI. Constat igitur primo quidem loco unitatem propriae inmutabilisque substantiae eiusdemque naturae, dualitatem vero primam alteritatis mutationisque esse principium; secundo vero loco omnes inpares numeros

5 Trianguli *om.* d. 6 LXXVIII.] LXXIIII. c, LXXXVIII f. 8 *Inscript. om.* c, d. 10 XXXIIII. l. || vero] enim f. 12 quarto f. || vel duos c. 13 perficiat a, r. || duo a, b, c, f, l, r, s. || At] ut s. 14 figura c. || contineat c, s. || longiorum *corr. in* longiorem d. 17 continenti f. 18 in minora] in *om.* r. || minore b, l. 19 *Inscript. om.* c, d. || substantiae sit r. 20 secundo vero . . . . sit substantiae *in margine sec. manu* r. 21 et 22 secundo vero . . . longiores *om.* b, l, r, s. 22 loco *om.* f. 23 XXXV. l. 24 proprie c.

propter unitatis cognationem eiusdem atque inmutabilis substantiae esse participes, pares vero ob binarii numeri consortium alteritatibus esse permixtos; tetragonos quoque ad eundem modum considerari manifestum est. Nam quod eorum compositio et coniunctio ex inparibus fit, inmutabili eos naturae pronuntiabo coniunctos. Quod vero parte altera longiores ex copulatione parium procreantur, nunquam ab alteritatis varietate separantur.

Alternatim positis quadratis et parte altera longioribus qui sit eorum consensus in differentiis et in proportionibus.

XXXVII. Illud igitur perspiciendum est, quod, si idem tetragoni et parte altera longiores disponantur, ita ut alternatim sibi permixti sint, tanta in his est coniunctio, ut alias sibi in eisdem proportionibus communicent, discrepent autem differentiis, alias vero differentiis pares sint, proportionibus distent. Disponantur enim in ordinem idem illi superiores tetragoni et parte altera longiores ab uno: I. II. IIII. VI. VIIII. XII. XVI. XX. XXV. XXX. Ergo in superiore formula hoc maxime intuendum est. Namque inter ·I·, qui est tetragonus, et ·II· dupla proportio est; inter ·II· et ·IIII· dupla. Hic ergo tetragonus cum parte altera longiore atque hic cum sequente tetragono eadem proportione iunguntur, differentiis vero non isdem. Namque duorum atque unius sola unitas differentia est, sed idem duo a quaternario solo binario relinquuntur. Rursus si ·II· ad ·IIII· speculeris, dupla est proportio, si ·IIII· ad ·VI·, habitudinem sesqualteram recognosces. Hic ergo

2 a . . . . . consortio a. || ob *in litura* r. 5 positio b, c, l. 9 *Inscript. om.* c, d. 10 in proportionibus] in *om.* r, s. 11 XXXVI. l. || igitur *om.* c; quoque s. 13 his] eis d. 14 eisdem] isdem a. || propositionibus d. || discrepant f. 15 differentias c; differentiis *in litura* r. 20 unum a, c, d, f, l, r, s. || duo a, b, c, l, r, s. || duplex l. || est proportio a. 21 duos et quattuor f. || ergo] enim s. 22 cum sequente] consequente d, r. 23 hisdem a, d, r; eisdem f. 25 ·II· d. || relinquitur, n *supra* i *scripto*, r. 26 duo a, c, f, l, r, s. || quattuor ad sex f. 27 Hic] Hi c, f, r, s; Hic *mutatum in* Hi a, d.

in proportionibus discrepant, in differentiis pares sunt. Namque et ·IIII· a duobus et ·VI· a ·IIII· eodem binario distant. In sequentibus etiam eodem modo, sicut in primis fuit, ratio constat. Nam eadem proportio est, differentiis non eisdem. Nam ·IIII· ad .VI· et ·VI· ad ·VIIII· sesqualtera proportione iunguntur, ·VI· autem quaternarium duobus, ·VIIII· vero senarium tribus praetereunt. In sequentibus etiam eadem ratio speculabitur et semper alternatim, nunc quidem eaedem proportiones, aliae differentiae sunt, nunc autem ordine permutato eisdem differentiis aliae proportiones, semperque, in quibus differunt, secundum naturalis numeri ordines tetragoni et parte altera longiores sese superabunt, tantum quod geminatis summulis naturalis numeri fit progressio. Quod mirum videri non debet. Nos enim ipsas summas tetragonorum et parte altera longiorum geminavimus ad primas secundasque proportiones.

Proportiones

	dupla.		dupla		sesqualtera		sesqualtera		sesquitertia		sesquitertia		sesquiquarta		sesquiquarta		sesquiquinta		sesquiquinta.	
I.		II.		IIII.		VI.		VIIII.		XII.		XVI.		XX.		XXV.		XXX.		XXXVI.
	I.		II.		II.		III.		III.		IIII.		IIII.		V.		V.		VI.	

Differentiae.

Eaedem quoque differentiae mirabilem in modum a toto per sequentes partes et per easdem unitates, quibus superius creverunt, progrediuntur. Namque inter unum et duo tantum unitas intercedit, quae unitatis, cui aequalis est, totum est; binarii vero medietas. Eodemque modo

2 quattuor f. || sex a quattuor a, f, l, r, s. 3 modo *ex corr. add.* r. || sicut in primis *cet. Haec et quae leguntur usque ad capitis quadragesimi tertii verba:* illic vero utrique sint *desunt in* a *sex vel septem foliis deperditis.* || sicut etiam c, f. r, s. 5 quattuor ad sex f. || sex f. 6 sex autem c. 9 eisdem proportionibus f. || defferentiae *bis* r. 10 hisdem c, d, f, r, s. 12 naturales b, r; naturales, es *in* is *mutato*, r. 16 geminamus d, f, r; geminavimus *et supra* vi: al bi b. 18 Proportiones *om.* c, d. 22 ·VI· *bis* c, f, r. 1 in fine *sequentem proportionem addit.* 24 eodem *et supra versum* sc. ordine ł modo s. 26 ·I· et ·II· d. 27 unitati f; unitas s; unita c.

inter ·II· et ·IIII· tantum ·II· sunt, qui binarii totum sunt, quaternarii medietas. Inter quaternarium vero et senarium idem ·II· sunt, ad quaternarium medietas, ad senarium pars tertia .III· vero, qui sequuntur, qui inter ·VI· et ·VIIII· constituti sunt medii, sunt quidem senarii dimidium, pars vero tertia novenarii. Et rursus ternarius, qui novenarii pars tertia est, duodenarii quarta est; et ad eundem modum usque in finem descriptionis geminatis huiusmodi partibus, sicut ipsa quoque summarum comparatio geminata est, aequas partium progressiones aspicies.

Probatio quadratos eiusdem esse naturae.

XXXVIII. Illud autem apertissimum signum est, omnes tetragonos inparibus esse cognatos, quod in omni dispositione ab uno vel in duplicibus vel in triplicibus talis naturae ordo conseritur, ut nunquam, nisi secundum inparem locum tetragonus inveniatur. Disponamus enim in ordinem numeros, primo quidem duplos, deinde triplos.

I.	II.	IIII.	VIII.	XVI.	XXXII.	LXIIII.	CXXVIII.	CCLVI.
I.	III.	VIIII.	XXVII.	LXXXI.	CCXLIII.	DCCXXVIIII.	$\overline{II}$CLXXXVII.	$\overline{V}$IDLXI.

Si igitur in utrisque versibus primos aspicias, singulos quos invenis, quoniam tetragoni sunt, in inpari loco sunt constituti, quoniam primi sunt. Si vero tertium locum respexeris, ·IIII· et ·VIIII· notabis, quorum hic a duobus proficiscitur, illum ternarius creat; qui sunt loco inpari constituti. Quintum deinde si videas locum ·XVI· et ·LXXXI· respicies, sed unus a quaternario nascitur, alterum novenarius creat. Et si nonum locum rursus adspi-

1 duo et quattuor f. || duo c, d, f. || binario d; binari r. 2 quaternari r. 3 duo c, d, f. 4 Tres c. || sequit r. 5 dimidium] medietas d. 6 ·VIIII· *et supra versum* novenarii b. 7 est pars tertia d; tertia pars est f, r, s. 12 *Inscript. om.* c, d. || naturae esse r, s. 13 XXXVII l. || autem] quoque d. 15 vel in duplicibus *om.* f; *sed supra versum* in duplicibus *ex corr. est additum.* 16 ni s. 19 c *addit* DXII. 21 in *ex corr. additum* r. 22 inpare b, l, r. 25 proficitur r. || illum tertium c, f.

cias, tetragonos pernotabis ·CCLVI· et ·$\overline{\text{VI}}$DLXI·; quorum superior fit a ·XVI·, inferior vero ab ·LXXXI· Idem si in infinitum facere libeat, indiscrepanter incurrit.

Cybos eiusdem participare substantiae, quod ab inparibus nascantur.

XXXVIIII. Ipsi vero cybi, qui quamquam tribus intervallis sublati sint, tamen propter aequalem multiplicationem participant inmutabilis substantiae eiusdemque naturae sunt socii, non aliorum quam inparium coacervatione producuntur, nunquam vero parium. Nam si omnes ab unitate inpares disponantur, iuncti figuras cybicas explicabunt.

I. III. V. VII. VIIII. XI. XIII. XV. XVII. XVIIII. XXI.

In his igitur qui primus est, potestate et virtute primum cybum faciet; iuncti vero duo qui sequuntur, ternarius scilicet et quinarius, secundum efficiunt cybum, qui est octonarius. Iuncti autem tres, qui sequuntur, septenarius novenariusque et ·XI· cybum facient, qui ·XXVII· numero continetur, qui est tertius. Et sequentes quattuor quartum, et qui sequuntur quinque quintum, et ad eundem modum quotus quisque cybus efficitur, tot coniunctione inpares apponuntur. Hoc autem diligentius subiecta descriptio docet.

I.	III. V.	VII. VIIII. XI.	XIII. XV. XVII. XVIIII.
I.	VIII.	XXVII.	LXIIII.

XXI. XXIII. XXV. XXVII. XXVIIII.
CXXV.

1 et *om.* f, r, s. 3 currit c, l, s; currit *et supra versum* ł incurrit b; occurrit f. 4 *Inscript. om.* c, d. 6 XXXVIII. l. || cubi f. 7 sint sublati c. 8 immutabili c, r, s. 9 et non d. || coacervationem b, l. 10 produntur f, r; producuntur *et supra versum* ł produntur b; prodeunt d. 11 cubicas f. 15 cubum f. *et infra.* 16 cybum efficiunt c. 17 ·III· f. || septinarius r; VII. s. 18 VIIII. s; novenarius, *omisso* que, c, r. || undenarius c. || faciunt f, s. 19 ·IIII· c, d. 20 ·V· d, s. 21 tota c, s. || ad coniunctionem f. 22 opponuntur d; ponuntur, *litura praecedente*, l. || Hoc autem . . . docet *om.* l. 26 XXVIIII] XXIX. l. || *In* c, r, s

De proportionalitatibus.

XL. Et de his quidem sufficienter dictum est; nunc res admonet quaedam de proportionibus disputantes, quae nobis vel ad musicas speculationes vel ad astronomicas subtilitates vel ad geometricae considerationis vim vel etiam ad veterum lectionum intellegentiam prodesse possint, arithmeticam introductionem commodissime terminare. Est igitur proportionalitas duarum vel trium vel quotlibet proportionum adsumptio ad unum atque collectio. Ut etiam communiter definiamus: proportionalitas est duarum vel plurium proportionum similis habitudo, etiamsi non eisdem quantitatibus et differentiis constitutae sint. Differentia vero est inter numeros quantitas. Proportio est duorum terminorum ad se invicem quaedam habitudo et quasi quodammodo continentia, quorum compositio quod efficit, proportionale est. Ex iunctis enim proportionibus proportionalitas fit. In tribus autem terminis minima proportionalitas invenitur. Fit etiam in pluribus, sed longior; ut binarius ad unum, quoniam duo sunt termini, duplam obtinet proportionem. Sin vero quattuor contra duo compares, hic quoque dupla proportio est. Quos tres terminos si continue consideres, ex duabus proportionibus fit proportionalitas et est proportionalitas unum ad duo et duo ad quattuor. Est enim proportionalitas, ut dictum est, collectio proportionum in unumque redactio. Fit etiam et in longioribus. Nam si quattuor illis octo velis adiungere et his ·XVI· et his ·XXXII· et deinceps duplos, qui sequuntur, fit in omnibus dupla proportionalitas ex proportionibus duplis. Igitur

cybi supra numeros, ex quibus constant, leguntur. 1 *Inscript. om.* c, d, l. || s *addit:* quartum thema incipit. 2 XXXVIIII. l. 3 proportionibus] *Legendum videtur* proportionalitatibus. 6 lectionem d. 7 arithmetica introductione b, c, d, l, r, s. || terminari c. 10 etiam] autem d, f, r, s. || commoniter r. 11 est *om.* c, s. 18 etiam] enim d. 21 ·IIII· c, d; ·IIII·or f. || ·II· c. || et hic d, f, r, s. 22 ·III· c. 24 ·I· ad duo et ·II· ad ·IIII· d. || ad ·IIII· c. || Est enim] Et est f. 27 ·IIII· c, d. || ·VIII· c, d, f.

quotiens unus atque idem terminus ita duobus circum se terminis communicat, ut ad unum dux sit, ad alium comes, haec proportionalitas continua vocatur, ut unus, duo, quattuor. Est enim aequalitas in his proportionibus et quemadmodum sunt .IIII· ad ·II·, sic sunt ·II· ad unum, et rursus quemadmodum unus ad duo, sic duo ad quattuor. Et secundum quantitatem quoque numeri eodem modo est. Quantum enim tres superant binarium, tantum binarius unitatem, et quanto unus a duobus minor est, tanto binarius a ternario superatur. Sin vero alius ad unum refertur terminus, alius vero ad alium, necesse est habitudinem disiunctam vocari, ut ad qualitatem quidem proportionis sunt: I. II. IIII. VIII. Sic enim sunt quemadmodum duo ad unum, sic octo ad quattuor, et conversim: quemadmodum unus ad duo, sic quattuor ad octo, et permutatim: quemadmodum quattuor ad unum, sic octo ad binarium. Secundum quantitatem vero numeri, ut sunt: I. II. III. IIII. Quantum enim unus a duobus vincitur, tantum ternarius a quaternario superatur, et quanto duo unum vincunt, tanto ternarium quaternarius transit. Permixtim etiam: quanto unus tribus minor est, tanto binarius quaternario, vel quanto ternarius unitatem superat, tanto binarium transgreditur quaternarius.

Quae apud antiquos proportionalitas fuerit; quas posteriores addiderint.

XLI. Confessae quidem et apud antiquiores notae,

1 quoties c. 3 I. II. IIII. c. 5 ·I· c. 6 ·I· ad ·II· sic ·II· ad ·IIII· c; unus ad ·II· sic duo ad ·IIII· f. || ·II· ad ·IIII· d. 9 quantum d, f, s. 10 tantum c, d, f, r, s. 12 ad qualitatem, ae *ex corr. addito* d, r; ad qualitatem *et supra versum* in ał ad aequalitatem b; ad aequalitatem c, f, s. || quidem *om.* l. 13 proportiones d, f; proportionis *et supra versum* in ał nes b. 14 ·II· c, s. | ·I· s. || ·VIII· ad ·IIII· c, d, f, s. 15 ·I· c, s. || ·II· c, f, s. || ·IIII· ad ·VIII· c, d, f, s. 16 permotatim r. || ·IIII· c, d, f, s. || ·I· c, d, s. 17 ·VIII· c, d, f, s. || ·II· s. 19 quantum d, f. 20 tantum d. 21 tantum d. 24 *Inscript. om.* c, d. 25 addiderunt f. 26 XL. l. || Confuse, *in mar-*

quaeque ad Pythagorae vel Platonis vel Aristotelis scientiam pervenerunt, hae tres medietates sunt: arithmetica, geometrica, armonica. Post quas proportionum habitudines tres aliae sunt, quae sine nomine feruntur quidem, vocantur autem quarta, quinta, sexta, quae superius dictis oppositae sunt. At vero posteri propter denarii numeri perfectionem, quod erat Pythagorae conplacitus, medietates alias quattuor addiderunt, ut in his proportionalitatibus denariae quantitatis corpus efficerent. Secundum quem numerum et priores quinque habitudines comparationesque descriptae sunt, ubi quinque maioribus proportionibus, quos vocavimus duces, minores aptavimus alios terminos, quos comites diximus. Inde etiam in Aristotelica atque Archytae prius decem praedicamentorum descriptione Pythagoricum denarium manifestum est inveniri; quando quidem et Plato, studiosissimus Pythagorae, secundum eandem disputationem dividit, et Archytas Pythagoricus ante Aristotelem, licet quibusdam sit ambiguum, decem haec praedicamenta constituit. Inde etiam decem membrorum particulae, inde alia permulta, quae omnia persequi non est necesse.

Quod primum de ea, quae vocatur arithmetica proportionalitas, dicendum sit.

XLII. Nunc vero de proportionalitatibus deque medietatibus dicendum est, et primum quidem de ea medietate tractabimus, quae secundum quantitatis aequalitatem neglecta proportionis parilitate constitutorum terminorum habitudines servat. In his autem quantitatibus medietas ista versatur, inque his speculanda est, in quibus a se

gine autem confesse r. 2 ·III· c. 4 quidem feruntur c, d, f, r, s. 5 vel sexta c, d, r; s; vel *linea subnotatum* b. 8 ·IIII· c, d. 9 denarii f. 10 ·V· d, f, r, s. 11 ·V· d. 12 vocabimus b, l, s; vocamus f. 14 ·X· c, d, f. || scriptione d. 17 eandem] eam d, f. || dispositionem s. 19 ·X· c, f. || ·X· c, d, f. 22 *Inscript. om.* c, d; *in* s *inscriptio evanuit.* 23 est b, f, l, r. 24 ·XLI· l. || vero *om.* s.

ipsis termini differunt. Quid autem esset differentia terminorum superius definitum est. Hanc autem esse arithmeticam medietatem numerorum, ipsa ratio declarabit, quoniam eius proportio in numeri quantitate consistit. Quae igitur causa est, huiusmodi terminorum habitudinem, id est arithmeticam, cunctis aliis proportionalitatibus anteponere? Primum, quod hanc nobis in principio ipsa numerorum natura et vis naturalis quantitatis obponit. Huiusmodi enim proportiones quaeque ad terminorum differentias pertinent, ut paulo post demonstrabitur, in naturalis primum numeri dispositione cognoscimus.

Deinde, quod in superiore libro disputantibus nobis apparuit, arithmeticam vim geometrica atque musica esse antiquiorem et quod inlata non has simul inferret, sublata vero perimeret. Quare ordine disputatio progredietur, si ab ea primo inchoandum sit medietate, quae in numeri differentia non in proportionis speculatione versatur.

De arithmetica medietate eiusque proprietatibus.

XLIII. Arithmeticam medietatem vocamus, quotiens vel tribus vel quotlibet terminis positis aequalis atque eadem differentia inter omnes dispositos terminos invenitur. In qua neglecta proportionis aequalitate terminorum tantum differentiarumque speculatio custoditur, ut: I. II. III. IIII. V. VI. VII. VIII. VIIII. X. In hac enim naturalis numeri dispositione, si quis continuatim differentias terminorum curet aspicere, secundum arithmeticam medietatem aequa terminorum inter se discrepantia est; aequales enim sunt differentiae, sed eadem proportio atque habitudo non est. Si igitur in tribus terminis consideratio

2 defenitum r. 12 in *om.* d, r. 14 non *om.* c, r. 15 in ordine l; in *ex corr. additum* b, r. 16 ab *bis* s. | primum l; prius d; primus *et supra* us o r. || incoandum r. 18 *Titulus deest in* c, *evanuit in* s. || De arithmetica medietate *contextui addit* r. || eiusque proprietatibus *om.* d, r. || proportionibus f. 19 XLII. l. || quoties s. 24 enim] ergo c, f, s. 29 consideratio sit . . . tribus terminis *om.* c.

sit, continua proportionalitas dicitur; sin vero hic alius dux et alius comes, illic vero utrique sint alii, vocabitur disiuncta medietas. Si igitur in tribus tantum terminis secundum continuam medietatem respexeris vel in quattuor vel in quotlibet aliis secundum disiunctam easdem semper differentias terminorum videbis, tantum solis proportionibus permutatis. Id si in uno quis noverit, reliqua eum ratio non latebit. Sit continua medietas I. II. III. Hic unus a duobus et duo a tribus solis tantum singulis distant, et sunt eaedem differentiae, proportiones vero aliae. Namque duo ad unum duplus est, ·III· ad ·II· sesqualter. Et in ceteris idem videbis. Sin autem permiscens et aliquos praeteriens eligas et in his aliquam speculationem ponas, idem poterit evenire. Nam si aequales terminos intermittas et uno sese in priore dispositione praetereant, si singulos intermittas, solius binarii notabitur differentia, sin vero duos praetereas, ternarii, si tres, quaternarii, si quattuor, quinarii. Et ad eundem modum uno plus, quam intermiseris, erit illa, quam quaerimus, differentia terminorum. Namque si in tribus terminis singuli relinquantur, binarius semper intererit.

Differentiae.

	II.		II.	
I.	II.	III.	IIII.	V.

Videsne ut, cum superius in naturalis numeri dispositione se termini singulis praeterirent, praetermissis duobus et

2 sunt r. 3 desiuncta r. || terminis tantum a, c, f, l, s. 4 ·IIII· c. 5 disiunctam medietatem a, c, f, s; medietatem *in margine* r, *linea subnotatum et supra versum* glossa b. 6 tamen a. 7 Et si *et supra versum* id a. 8 non latebit ratio a. 9 ·II· c, d. 11 ·II· c. || tres ad duo d, f. || ad duos a, l, s. 16 binari r. 17 duo d, r, s; ·II· b, c, l; duo *corr. in* duos a. || ternari r. || si tres quaternarii *om.* d. || ·III· b. 18 si ·IIII· quinarii *in margine* r. || ·IIII· s. 19 plus, quod a, plus, quem c. 20 in tribus terminis si f; si *ex corr. add.* a, r, s. 21 semper binarius c, f, s. 22 Differentiae *om.* s. 26 solis duobus d. || ·II· s.

·IIII· unus ad ·III· et ·III· ad quinarium comparati binarium solum in differentia retinuerint. Nec non etiam in disiuncta eadem versabitur observatio.

Differentiae.

II. II.

I. II. III. IIII. V. VI. VII.

Talibus igitur vestigiis insistentem nullus ab eadem similitudine error abducet. Namque si duos intermittas, ternarius differentiam continebit, si tres, quaternarius, si quattuor, quinarius aeque in continuis proportionibus atque disiunctis. Qualitas autem proportionis eadem non erit, quamvis sint aequis termini differentiis distributi. Quod si conversim ponantur, ut non eisdem differentiis eadem qualitas proportionis eveniat, geometrica talis proportionalitas, non arithmetica nominatur.

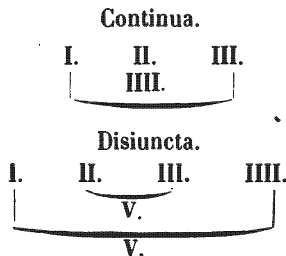
Est autem proprium huius medietatis, quod, si in tribus terminis speculatio sit, compositis extremitatibus illa summa, quae inter extremitates est, non loco tantum verum etiam sit quantitate medietas. Ut si ponantur I. II. III., unus et ·III· quattuor reddunt, duo vero, qui medius inter utrosque est, quaternarii medietas invenitur. Quod si bis medietatem ducas, aequus erit extremitatibus. Bis enim II. IIII. creant. Sin vero disiuncta sit, quod fit ex utrisque extremitatibus compositis, hoc ex duabus medietatibus redditur. Si enim sint I. II. III. IIII., unus et quattuor quinarium creant, ·II· et ·III· medii in eundem rursus quinarium surgunt.

1 quattuor f. || ·I· s. || tres c. || et tres c, f; et ·III· *supra versum* d. || ·V· s. 2 etiam *om.* s. 3 eadem *om.* c. || operatio d. 4 Differentiae *om.* s. 5 b, c, f, l *perverse:*

III. III.

I. II. III. IIII. V. VI. VII.

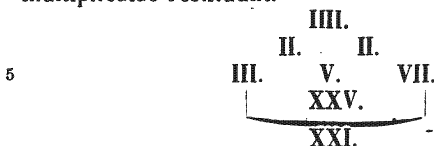
10 ·IIII· c. 14 talis *om.* c. 19 fit d, f, r, s. || ponatur a, c, s. 20 tres c, d. || ·IIII· c. || ·II· d. 21 est *supra versum* a. 22 extremitatibus *addendum videtur* compositis. 23 duo c, d, f. || desiuncta r. || quae l; quae *et supra versum* quod b. 24 duobus f. 25 sunt r. 26 duo et tres d, f.



Est illi hoc quoque solida proprietate coniunctum, quod quemadmodum sunt omnes termini huiusmodi dispositionis ad se ipsos, ita sunt differentiae ad differentias constitutae. Namque omnis terminus sibi ipsi aequalis est et differentiae differentiis sunt aequales. Illud quoque subtilius, quod multi huius disciplinae periti nisi Nicomachus nunquam antea perspexerunt, quod in omni dispositione vel continua vel disiuncta, quod continetur sub duabus extremitatibus minus est eo numero, qui ex medietate conficitur, tantum, quantum possunt duae sub se differentiae continere, quae inter ipsos sunt terminos constitutae. Ponamus enim tres terminos huiusmodi III. V. VII. Si igitur tres septies augeantur, in ·XXI· numerum cadunt. Quod si medium terminum, id est ·V·, in semet ipsum multiplicaveris, quinquies quinque faciunt ·XXV· Et hic numerus ab eo, quem extremitates colligunt, quaternario maior est, quem scilicet differentiae conficiunt. Inter ·III· enim et ·V· et ·VII· bini intersunt, quos si in sese multiplices, ·IIII· reddunt. Bis enim duo ·IIII· fiunt. Recte igitur dictum est, in hac huiusmodi dispositione, quod continetur sub extremitatibus, minus esse illo numero,

3 ·IIII·] bis ·II· l; bis ·II· *et* ·IIII· c, d, f. 8 quoque hoc a, f, s. 14 antea *supra versum* a; ante l; ante ea r. 16 eo numero est a. || est *om.* l. 20 ·III· c; ter d. 22 quinquies enim a, l; enim *supra versum* b. || ·V· c, f. 24 est *supra versum* a. || tres d, f. 25 quos] quod r. || in se d; in se *corr. ex* inter hac a. 26 quattuor f. || quattuor f. || fiunt ·IIII· d. || sunt a.

qui fit ex medietate, tantum, quantum differentiae in se multiplicatae restituunt.



Quartum vero proprium huiusmodi dispositionis notatur, quod antiquiores quoque habuere notissimum, quod in hac proportionalitate vel medietate in minoribus terminis maiores proportiones, in maioribus minores comparationes necesse est inveniri. Namque in dispositione hac I. II. III. minores termini sunt ·I· et ·II·, maiores ·II· et ·III· Et ·II· ad unum duplus est, tres vero ad ·II· sesqualter. Sed maior est proportio dupli quam sesqualtera. In armonica autem medietate e contrario evenire contingit; in minoribus enim terminis minores proportiones, in maioribus maior proportionis quantitas custoditur. Harum vero medietatum, id est arithmeticae atque armonicae, geometrica proportionalitas media esse notata est, quae vel in maioribus vel in minoribus terminis aequas numerorum qualitates in proportionalitate custodit. Inter maius vero et minus aequalitas loco ponitur medietatis. Et de arithmetica quidem medietate satis dictum est.

De geometrica medietate eiusque proprietatibus.

XLIIII. Nunc vero, quae hanc sequitur, geometrica medietas expediatur, quae sola vel maxime proportionalitas appellari potest propterea quod in eisdem proportio-

10 in medietate c. 13 sunt termini c, d, l, r, s. 14 Et] Nam et b, c, l; Nam a. || duo c, f. || ·I· s. || ·III· d, s. || duo b, c, f.; duos a. 16 contigit f. 17 proportionis c. 20 nota r. 25 *Inscript. om.* c, d. || medietate] auctoritate f. || eiusque proprietatibus *supra versum* a, *qui codex inscriptionem capitis quadragesimi secundi addit.* 26 XLII. a; XLIII. l. || consequitur a, f, s; con *ex corr. add.* d. 28 in ea eisdem f, s. || eandem *et supra* an is r.

nibus terminorum vel in maioribus vel in minoribus speculatio ponitur. Hic enim aequa semper proportio custoditur, numeri quantitas multitudoque neglegitur, contrarie quam in arithmetica medietate, ut sunt I. II. IIII. VIII. XVI. XXXII. LXIIII. vel in tripla proportione I. III. VIIII. XXVII. LXXXI. vel si quadrupla vel si quincupla vel si in quamlibet multiplicitatem numerorum sit constituta distensio. In his enim, quotlibet terminos sumpseris, explebunt geometricam medietatem, quemadmodum enim prior ad sequentem est, ita sequens ad alium, et rursus, si permixte facias, idem erit. Si enim ponantur tres termini II. IIII. et VIII., quemadmodum sunt ·VIII· ad ·IIII· ita quattuor ad duo. Atque hoc si convertas, quemadmodum sunt duo ad quattuor, ita erunt quattuor ad ·VIII·

	dupla		dupla	
II.		IIII.		VIII.

Vel si in quattuor terminis, ut sunt II. IIII. VIII. XVI., quemadmodum est primus ad tertium, id est ·II· ad ·VIII·, sic erit secundus ad quartum, id est ·IIII· ad ·XVI· Utraque enim proportio quadrupla est. Et conversim quemadmodum quartus est ad secundum, ita tertius notatur ad primum. Hoc vero etiam disiuncte licet. Nam quemadmodum est primus ad secundum, id est duo ad ·IIII·, sic tertius ad quartum, id est ·VIII· ad ·XVI· Et conversim quemadmodum secundus ad primum, id est ·IIII· ad ·II·, ita quartus ad tertium, id est ·XVI· ad ·VIII· Idque in omnibus rata consideratione perspicies.

6 quinquupla, qu *in* c *mutato*, a; quincupla, c *in* quu *mutato*, b, c. 7 sit constituta numerorum d. || distantia, a, r. 8 enim] vel r. 9 medietatem geometricam c, s. || quemammodum d, *et infra*. 10 alium] alterum a. || et] vel s. || si *om.* r. 11. ·III· c, f. || ·II· et ·IIII· d. 12 ·VIII· et ·IIII· r. || quattuor f. || ita] sic a, c. || ·IIII· ad ·II· c, d, r, s. 14 ·II· ad ·IIII· c, d; duo ad ·IIII· r, s. || ·IIII· ad ·VIII· c, d, s. 16 *Descriptionem om.* c, s. 17 si *supra versum* a. || in *om.* f. || ·IIII· d, s. || terminis] termini sint f; terminis idem feceris s. 18 duo d, f. 19 erit secundus] sunt ·II· d. || ·IIII·or f. 22 disiunctae a, b, d, f, r, s. 23 ·II· c, d. || ·IIII·or f. 25 ·I· r. || quattuor ad duo f.



Habet autem proprium huiusmodi medietas, quod in omni dispositione secundum hanc proportionalitatem terminorum differentiae in eadem proportione contra se sunt, qua fuerint ipsi termini, quorum sunt ipsae differentiae. Sive enim dupli contra se sint termini, duplae erunt etiam differentiae, sive tripli, triplae, sive secundum quamlibet multiplicitatem, eadem in differentiis multiplicitas erit, quam prima consideratio invenit in terminis, ut subiecta descriptio monet.

Differentiae duplae.

I. II. IIII. VIII. XVI. XXXII. LXIIII. CXXVIII.

I. II. IIII. VIII. XVI. XXXII. LXIIII. CXXVIII. CCLVI.

Termini dupli.

Nulli igitur dubium esse potest, quod, cum omnes termini dupli sint, ita differentiae quoque eorum terminorum duplae esse videantur, ut uno minus termino in differentiis omnes paene dispositos subter terminos, quorum sunt ipsae differentiae, superior ordo reddiderit. Est etiam aliud proprium, quod omnis ad minorem maior terminus comparatus ipsum minorem retinet differentiam. Namque binarius ad unitatem ipsa unitate differt, et quaternarius binario ipso binario et octonarius quaternario ipso quaternario et deinceps maiores alii ipsis minoribus ab eisdem ipsis differunt, quos numerositate praetereunt. Et hoc quidem in duplici proportione cadit; sin vero sint triplices proportiones maior

1 *Descriptionem sec. manus addidit in* d. 2 huiusmodi proprium f, s. 5 fuerant c, fuerunt s, fuerunt, *et supra alterum* u i, r. || ipsae] *supra versum* r; ipse d, f. || ipsae sunt c, f, s. 5—7 Sive .... differentiae *in margine* d. 6 enim *om.* c. || sunt r. || sint termini contra se d. || termini *om.* l. || etiam *supra versum* a. 8 multiplicationem c, f, l, s; multiplicitatem *et supra versum* ationem b. 10 monet] docet d. 11 Differentiae duplae *om.* c. 12 CXXVIII. *om.* s. 13 CCLVI. *om.* d, s. 16 sunt c, l, r. 21 differentia f. 22 defert r. 23 octonario quaternarius d. || quaternario ipso quaternario *in margine* r.

terminus a minore termino duplicato minore termino differt, ut, si sint I. III. VIIII., tres ab uno binario differunt, in quem unitas, id est minor terminus duplicatus exundat; et ·VIIII· a tribus senario differunt, quem ternarius duplicatus educit. Et in aliis cunctis eiusmodi ratio repperietur. Sin vero quadruplices sint, triplicato minore termino maior terminus a minore distabit, et, si quincupla, quadruplicato, et, si sescupla quincuplicato, et una minus multiplicatione, quam est ipsa minorum ad maiores comparatio terminorum, minorem numerus maior exsuperat.

Differentiae ipsi minores.

I. II. IIII. VIII. XVI. XXXII. LXIIII. CXXVIII.

I. II. IIII. VIII. XVI. XXXII. LXIIII. CXXVIII. CCLVI.

Termini dupli.

Differentiae dupli minores.

II. VI. XVIII. LIIII. CLXII. CCCCLXXXVI. $\overline{\text{I}}$CCCCLVIII.

I. III. VIIII. XXVII. LXXXI. CCXLIII. DCCXXVIIII. $\overline{\text{II}}$CLXXXVII.

Termini tripli.

Differentiae tripli minores.

III. XII. XLVIII. CXCII. DCCLXVIII. $\overline{\text{III}}$LXXII. $\overline{\text{XII}}$CCLXXXVIII.

I. IIII. XVI. LXIIII. CCLVI. $\overline{\text{I}}$XXIIII. $\overline{\text{IIII}}$XCVI. $\overline{\text{XVI}}$CCCLXXXIIII.

Termini quadrupli.

Haec autem proportionalitas et in aliis omnibus vel superparticularibus vel superpartientibus invenitur huiusmodi proprietate in omnibus conservata, ut in continua proportione, quod fit sub extremitatibus, si tres fuerint termini, hoc a medietate multiplicata consurgat. Si enim sint II. IIII. VIII., quod fit ex bis ·VIII·, idem fit ex quater ·IIII·; vel si sit in quattuor terminis disiuncta proportio,

7 quadriplicato b, l. 8 quinquiplicato a, d; quinquuplicato r, s. 9 minor *iuxta lituram* f. || ad *supra versum* a. 10 minorem] minor est d. || numerus *om.* s; numerum c || exuperat d. 11 ipsi] ipsae f; dupli b, l; duplae s. || minores *om.* s. 15 dupli] tripli b, c, l; triplae f, s. || minores *om.* s. 16 $\overline{\text{I}}$CCCCLVIII] DCCCCLVII c. 19 Differntia tripla d. || quadrupli b, c, l; quadruplae f, s. || minores *om.* d, s. 28 idem fit ex quater] reddatur ex est a. 29 quattuor f. || ·IIII· c.

quod fit sub utrisque extremitatibus, id duarum medietatum multiplicatione concrescat, ut, si sint II. IIII. VIII. XVI., quod fit ex bis ·XVI·, id ex quater ·VIII· reddatur. Exemplar autem nobis maximum certissimumque sit illud, ubi ex aequalitate diximus omnes inaequalitatis species fundi. Illic enim in omnibus vel multiplicibus vel superpartientibus vel superparticularibus vel in ceteris coniunctis geometrica proportionalitas custoditur has omnes proprietates, quas supra diximus, continens. Quarta vero est proprietas huiusce medietatis, quod vel in maioribus vel in minoribus terminis aequales semper proportiones sunt. Namque si ponantur II. IIII. VIII. XVI. XXXII. LXIIII., inter hos omnes dupla proportio est. Apparet etiam haec proportionalitas in binis proportionibus ab unitate alternatim parte altera longioribus quadratisque dispositis a prima multiplicitatis habitudine, id est a duplici per cunctas superparticularis habitudines proportionesque discurrens; quod subiecta descriptione signatum est.

Tetragonus	I.	
Parte altera longior	II.	dupla
Tetragonus	IIII.	dupla
Parte altera longior	VI.	sesqualtera
Tetragonus	VIIII.	sesqualtera
Parte altera longior	XII.	sesquitertia
Tetragonus	XVI.	sesquitertia
Parte altera longior	XX.	sesquiquarta
Tetragonus	XXV.	sesquiquarta

1 sub] ex f. 2 concrescit f. 3 sedecim f. 4 sit] fit d, f, l. 5 ex] ab a. 6 profundi a. 7 coniunctis cunctis a. 10 proprietas est d. || huiuscemodi a; huiusce *et supra versum* ał huiuscemodi b. 12 d *addit* ·I· 14 etiam] autem f, s. 17 superparticulares c. 20 longior *om.* a, b, r, *hic et infra;* ł, f, s. || dupla *rasura deletum* c; *sed hoc et sequentia proportionum vocabula uno versu promota sunt in* a, c, r, s *atque in* c *in fine addita est* sesquisexta *ad implendum ultimum versum, qui in* a, r, s *proportionis nomine vacat.* 22 longior] ł, f, s. || sesqualter *genusque masculinum etiam in reliquis vocabulis* f. 23 VIIII. *rasura deletum* c. 24 longior *om.* f. *hic et infra.* || XII. *rasura deletum* c. 25 XVI] X *in litura* c. 27 XXV] XX *in litura* c.

Parte altera longior	XXX.	sesquiquinta
Tetragonus	XXXVI.	sesquiquinta
Parte altera longior.	XLII.	sesquisexta
Tetragonus.	XLVIIII.	sesquisexta

Quae medietates quibus rerum publicarum statibus comparentur.

XLV. Atque ideo arithmetica quidem rei publicae comparatur, quae paucis regitur, idcirco quod in minoribus eius terminis maior proportio sit. Musicam vero medietatem optimatium dicunt esse rempublicam ideo, quod in maioribus terminis maior proportionalitas invenitur. Geometrica medietas popularis quodammodo et exaequatae civitatis est. Namque vel in maioribus vel in minoribus aequali omnium proportionalitate componitur, et est inter omnes paritas quaedam medietatis aequum ius in proportionibus conservantis.

Quod superficies una tantum in proportionalitatibus medietate iungantur, solidi vero numeri duabus medietatibus in medio collocatis.

XLVI. Post haec igitur tempus est, ut expediamus nunc quiddam nimis utile in Platonica quadam disputatione, quae in Timaei cosmopoeia haud facili cuiquam vel penetrabili ratione versatur. Omnes enim planae figurae, quae nulla altitudine crescunt, una tantum medietate

2 XXXVI] X *in litura* c. 3 XLII] XL *in litura* c. || sesquiquinta c. 4 XLVIIII] L *in litura* c; XLIX *in litura* r 5 *Inscript. om.* a, c, d, f. 7 XLIIII. l. || quidem arithmetica c, r, s. || ei reipublicae f. 9 sit] fit f; est a. 10 optimatum c, f; optimatium *in* optimatum *mutatum* d. 15 in proportionibus] pro portionibus f. 16 sibi conservantis r; conservatis, n *supra* a, a; conservans, ti *supra* n, d. 17 *Inscript. om.* d. *In* a *legitur inscriptio capitis quadragesimi tertii.* || una tantum] unitatum f. 18 iunguntur c; iungatur f. 19 collocantur c, r. 20 XLIII. a; XLV. l. 21 quoddam a. 22 timerica a. || cosmopoetica a, c; cosmopoetico r. 23 enim *om.* a. || plane d.

geometrica continuantur; alia, quae iungat, non potest inveniri; unde duo tantum in his intervalla sunt constituta, a primo scilicet ad medium et a medio ad tertium. Si vero fuerint cybi, duas tantum habebunt medietates, ubi tertia inveniri non poterit secundum geometricam scilicet proportionem; unde formae solidae tria intervalla dicuntur habere. Est enim unum intervallum a primo ad secundum et a secundo ad tertium et a tertio ad quartum, quae est scilicet postrema distantia. Recte igitur et planae figurae duobus intervallis et solidae tribus contineri dicuntur. Sint enim duo tetragoni ·IIII· scilicet et ·VIIII· Horum igitur unus tantum medius in eadem proportione constitui potest. Namque senarius ad ·IIII· sesqualter est et ·VIIII· ad senarium eodem modo sesqualter. Hoc autem idcirco evenit, quod singula latera singulorum tetragonorum efficiunt senariam medietatem. Nam quaternarii tetragoni latus binarius est, novenarii ternarius. Hi ergo multiplicati senarium perfecerunt; bis enim ·III· senarius est. Et quotienscunque datis duobus tetragonis eorum medietatem volumus invenire, latera eorum multiplicanda sunt, et qui ex his procreabitur, medietas est. Si autem cybi sunt, ut ·VIII· et ·XXVII·, duae tantum inter hos eadem proportione medietates constitui queunt, ·XII· scilicet et ·XVIII· Namque ·XII· ad ·VIII· et ·XVIII· ad ·XII· et ·XXVII· ad ·XVIII· sesqualtera tantum proportione iunguntur. In his quoque eadem laterum ratio est. Namque ex uno cybo, qui propinquior est, una medietas duo latera colligit, ex alternatim vero posito unum. In alia quoque medietate idem est. Ponantur enim duo cybi et in medio eorum duae medietates, quas superius diximus: VIII. XII. XVIII. XXVII. Octonarii igitur latus est bi-

2 intervalla in his c; in his *supra versum* a. 9 scilicet est a, c; est *om.* s. 12 in eandem proportionem c, r, s. 14 autem] igitur f. 15 iccirco l. || covenit d. 16 senarium a. 18 perfecerunt senarium c, s. || tres c, d, f. 19 datis *om.* c. || tetragonis additis c. 20 inveniri c. 21 autem] enim a. 22 cubi f. || sint c, d, f, l, r. || hos] eos a. 27 medietates d. 28 collegit a, r. 30 quas] qua d.

narius; bis enim bini bis octonarium referunt; ternarius vero ·XXVII· cybi latus est; ter enim tres ter ·XXVII· restituunt. Medietas igitur, quae iuxta octonarium est, id est ·XII·, mutuatur duo latera ex propinquo sibi octonario et aliud unum latus ex altrinsecus posito ·XXVII· cybo. Bis enim bini ter ·XII· pandunt. Et ·XVIII· eadem ratione duo latera a propinquo sibi ·XXVII· cybo colligit et unum ab altrinsecus posito octonario. Tres enim ter bis ·XVIII· concludunt. Hoc autem universaliter speculandum est. Si tetragonus tetragonum multiplicet, sine dubio tetragonus provenit; sin vero parte altera longior tetragonum multiplicet vel tetragonus parte altera longiorem nunquam tetragonus, semper parte altera longior crescit. Rursus si cybus cybum multiplicaverit, cybi forma conficitur, si vero parte altera longior cybum vel cybus parte altera longiorem, nunquam cybus procreabitur. Hoc scilicet secundum similitudinem paris atque inparis. Par enim parem si multiplicet, semper par nascitur et inpar inparem si multiplicet, inpar continuo procreabitur. Si vero inpar parem vel si par inparem multiplicet, par semper exoritur. Hoc autem facilius cognoscitur ex lectione Platonis in libris de republica eo loco, qui nuptialis dicitur, quem ex persona musarum philosophus introducit. Sed nunc ad tertiam medietatem redeundum est.

1 bini binis f; bini bis enim d. || referunt] ferunt b, c, l; fecerunt d, f, r, s; ferunt, re *ex corr. addito*, a. 2 tres terni b, l. 3 restituent s. 8 uno b, c, f, l; uno *corr. in* unum r. || ab *om.* d, s. 13 tetragonus est, sed f. 14 semper] per *in litura* b, c; neque l, s. || semper parte altera longior crescit] d *in margine:* neque parte altera longior aderit. Sin autem parte altera longior parte altera longiorem multiplicaverit; r *in margine*: Si autem parte altera longior multiplicet parte altera longiorem semper parte altera longior crecit (*sic!*). || *Post* longior *addunt* b, c, l, s: aderit. Sin autem parte altera longior parte altera longiorem multiplicaverit semper parte altera longior. || crescet l. 19 si parem b. 20 procreatur d, f, l, r.

De armonica medietate eiusque proprietatibus.

XLVII. Armonica autem medietas est, quae neque eisdem differentiis nec aequis proportionibus constituitur, sed illa, in qua quemadmodum maximus terminus ad parvissimum terminum ponitur, sic differentia maximi et medii contra differentiam medii atque parvissimi comparatur; ut si sint III. IIII. VI. vel si II. III. VI. Senarius enim quaternarium sua tertia parte superat, id est duobus, quaternarius vero ternarium sua quarta parte supervenit, id est uno, et senarius ternarium sua medietate, id est tribus, ternarius vero binarium sua parte tertia, id est unitate transcendit. Quare in his neque eadem proportio terminorum est, neque sunt eaedem differentiae, est autem quemadmodum maximus terminus ad parvissimum terminum, sic differentia maximi et medii ad differentiam medii atque postremi. Namque in hac proportione, quae est III. IIII. VI., maior terminus, id est senarius, ad parvissimum terminum, id est ternarium, duplus est et differentia maximi et medii, id est senarii et quaternarii, duo scilicet, ad differentiam medii et ultimi, id est quaternarii atque ternarii, quae est unitas, dupla perspicitur. Sed hoc quoque subiecta descriptione monstratur.

Differentiae duplae.	Differentiae triplae.
I. II.	I. III.
III. IIII. VI.	II. III. VI.
Termini dupli.	Termini tripli.

Habet autem proprietatem, quemadmodum dictum est, contrariam arithmeticae medietati. In illa enim in minoribus terminis maior erat proportio, in maioribus minor. In hac vero in maioribus quidem terminis maior est proportio, in minoribus vero minor. Namque in hac dispo-

1 *Inscript. om.* c, d. || armonia r. 2 XLIIII. a; XLVI. l. 4 illa *ex corr. add.* d. || in *ex corr. add.* r. || quemammodum d. 10 ·I· f, s. || medietate superat f. 11 ·III· c, f. 17 ·VI· s. | id est *om.* d, f, r, s. 21 atque ternarii *ex corr add.* d. 22 monstratur descriptione f. || demonstratur b, l. 23 dupli b. || tripli b; duplae d. 24 I. III. *om.* d. 26 dupli. Termini *om.* d. || triplae d; terne s. 28 in *om.* d. 29 erit d, s.

sitione III. IIII. VI. tres ad quattuor comparati sesquitertiam habitudinem, sex vero ad quattuor, sesqualteram reddunt. Sed maior est proportio sesqualtera a sesquitertia tantum, quantum pars tertia medietate transcenditur. Iuste igitur medietas quaedam geometrica proprieque esse proportionalitas iudicatur, scilicet inter eam, ubi in maioribus terminis minor est proportio et in minoribus maior, et inter eam, ubi in maioribus maior est, in minoribus minor. Illa est enim vere proportionalitas, quae medietatis quodammodo locum obtinens et in maioribus et in minoribus aequalibus proportionum comparationibus continetur. Hoc quoque signum est duarum extremitatum mediam esse quodammodo geometricam proportionem. Namque in arithmetica proportione medius terminus eadem sua parte et minorem praecedit et a maiore praeceditur, sed alia parte minoris, alia vero parte maioris. Sit enim arithmetica dispositio II. III. IIII. Ternarius igitur numerus binarium tertia sua parte praecedit, id est uno, et a quaternario tertia sua parte praeceditur, id est uno. At vero ternarius non eadem parte minoris minorem vincit vel maioris a maiore superatur. Namque minorem, id est binarium, uno superat, id est ipsius medietate binarii, a quaternario vero uno relinquitur, quae pars quaternarii quarta est. Recte igitur dictum est, medium terminum in huiusmodi medietate eadem sui parte et minorem vincere et a maiore superari, sed non eisdem partibus vel minoris minorem transgredi vel maioris a maiore transcendi. Contrarie armonica medietas proportiones habet. Namque non eadem parte sua medius terminus in hac proportione vel minorem vincit vel a maiore

1 atque quattuor d; ad ·IIII· c. 2 ·VI· c, f. || ·IIII· c. 5 iustae f, r. || propriaeque f, r. || proprie, *omisso* que *et* esse, l. 9 enim est vere b, c; enim vere est l. 16 parte maioris] parte minoris c; maioris *omisso* parte f. 21 a maiori c. 22 superat uno c. 23 quae] qui d; quae unitas s. 24 est quarta pars quaternarii a; pars est quaternarii quarta f, r, s; est pars quaternarii quarta c. 25 eiusmodi a, s. 28 Contrariae c, f, r.

superatur, sed eadem parte minoris minorem superat, qua parte maioris a maiore superatur. In hac enim dispositione armonica, quae est II. III. VI. ternarius binarium tertia sui parte vincit, idem ternarius a senario tota sui quantitate superatur, id est tribus, idemque ipse ternarius medietate minoris vincit minorem, id est uno, et medietate maioris a maiore termino vincitur, id est tribus. Senarii enim medietas ternarius est. In geometrica vero medietate neque eisdem suis partibus medius vel vincit minorem vel a maiore vincitur, neque eadem parte vel minoris minorem superat vel maioris a maiore relinquitur, sed qua parte sua medius terminus minorem superat, eadem parte sua maior terminus medium vincit, quod est ut medietas atque extremitas aequalibus medietatem et extremitatem reliquam suis partibus supervadant. In hac enim dispositione, quae est IIII. VI. VIIII. tertia sui parte medius senarius quaternarium superat, id est duobus, et tertia sui parte rursus novenarius senarium vincit, id est tribus. Habet autem aliam proprietatem armonica medietas, ut cum duas extremitates in unum redactas medietas multiplicaverit, dupla quantitas colligatur, quam si se multiplicent duae extremitates. Sint enim hi termini: III. IIII. VI. Si igitur ternarium et senarium iungas, novenarium facies, qui per quaternarium ductus ·XXXVI· efficit. Quod si se ipsae extremitates multiplicent et fiant tres sexies, ·XVIII· conficiunt, quod est prioris summae dimidium.

·XVIII·
·XXXVI·
III. IIII. VI.
·VIIII.

1 sed eadem .... superat *om.* c *versu vacuo relicto.* 3 ternarius] terminus medius a, f, s; ternarius *et supra versum* terminus medius id est b; terminus medius id est *in margine* r. 4 sua a, l. || idem] id est a; id est uno c. || a *om.* b, l. 6 minorem vincit c. 7 vincit c. 15 supervadunt f. 17 separat f. 20 medietas redactas f. 21 colligitur b, c, f, l, s; collegitur r; colligitur *corr. in* colligatur a, d. 24 facias d. 26 conficient c, r; conficiunt, u *in* e *mutato,* a. || quod est] id est c; id est quod est, a. 27 XVIII. *om.* f.

Quare dicta sit armonica medietas ea, quae digesta est.

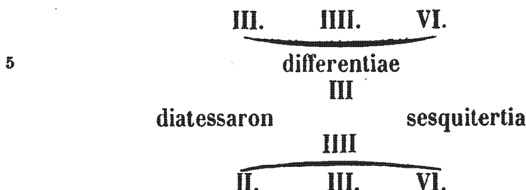
XLVIII. Considerandum forsitan videatur, cur hanc armonicam medietatem vocemus. Cuius haec ratio est, quoniam arithmetica dispositio aequas tantum per differentias dividit quantitates, geometrica vero terminos aequa proportione coniungit, at vero armonica ad aliquid quodammodo relata consideratione neque solum in terminis speculationem proportionis habet neque solum in differentiis, sed in utrisque communiter. Quaerit enim, ut quemadmodum sunt ad se extremi termini, sic maioris ad medium differentia contra differentiam medietatis ad ultimum. Ad aliquid autem considerationem armonicae proprie esse, in primi libri rerum omnium divisione monstravimus. Ipsarum quoque musicarum consonantiarum, quas symphonias nominant, proportiones in hac paene sola medietate frequenter invenies. Namque symphonia diatessaron, quae princeps est et quodammodo vim obtinens elementi, — constituitur scilicet in epitrita proportione, ut est quaternarius ad ternarium — in eiusmodi armonicis medietatibus invenitur. Sint enim eiusmodi armonicae medietatis termini, quorum extremi dupli sint, et rursus alia huiusmodi dispositio, quorum extremi tripli.

III. IIII. VI. II. III. VI.

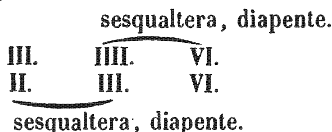
Senarius igitur ad ternarium duplus est, idem autem senarius in alia dispositione ad binarium triplus. Horum igitur si differentias colligamus et ad se invicem comparemus, epitrita proportio colligetur, unde diatessaron sym-

1 *Inscript. om.* a, b, c, d, f, l, s. 2 XLVIII. *om.* b, f, l. XLV. a, c, s. 3 medietatem *om.* a. 7 in *om.* c. 9 ut *ex corr. add.* a. 10 ad medium] *supra versum* sit b. 11 deferentiam r. 15 pene c, s. 16 invenias d, r. 17 est princeps c. 20 invenietur, e *post* i *deleto*, c. || huiusmodi c, s; eiusmodi, hui *supra* ei, d; eiusdem vel huiusmodi a. 21 extimi d. || sint *om.* c; sunt s. 22 extimi d. || tripli sunt a, c, f, s. 25 in alia dispositione senarius d, f, l, r, s. || triplus est s. 26 differentias si colligimus c. 27 colligitur c, f, l, s; collegitur r.

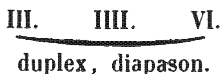
phonia resonabit. Inter ·III· enim et ·VI· ternarius est et inter binarium et senarium quaternarius, qui sibimet comparati sesquitertiam efficient proportionem.



In eadem quoque medietate et diapente symphonia componitur, quam sesqualtera habitudo restituit. Nam in utrisque dispositionibus his, quae subiectae sunt, in duplici senarius ad quaternarium sesqualter est et in triplici ternarius ad binarium. Ex quibus utrisque diapente symphonia coniungitur



Post hanc autem diapason consonantia, quae fit ex duplici, ut est subiecta formula.



In triplici quoque dispositione simul diapente et diapason symphonia componitur servans sesqualteram et duplicem rationem, quod subiecta descriptio docet.

1 Inter] in s. || tres d, f. || enim *om.* s. || sex d, f. 3 efficiunt s. 4 ·IIII·] ·III· s. 5 differentiae *om.* d; differentia r, s. 8 *Supra hunc versum* differentiae c, l; differentia f. r, s. 9 ·III·] ·IIII· s. 11 constituit s. 12 sunt subiectae c. 13 est *om.* l. || et *om.* d. 16 sesqualtera diapente *om.* s. || sesqualter f, l, r. 19 sesqualtera diapente *om.* s. || sesqualter f, l, r. 20 hunc a, b, c, d, f, l, r. 23 duplex, diapason *om.* c; duplex *om.* s.

II. III. VI.

triplus, diapente et diapason.

Et quoniam triplus duas continet consonantias, diapente scilicet et diapason, in huius triplicis dispositione in differentiis eundem rursus triplum repperiemus, secundum subter descriptum modum.

triplus.
differentiae.
I. III.
II. III. VI.
diapente diapason.

In dupla vero dispositione maior terminus ad medii termini contra se differentiam triplus est et rursus minor terminus ad medii contra minorem terminum comparati differentiam triplus est.

differentiae.
triplus I. II. triplus.
III. IIII. VI.

Illa autem maxima symphonia, quae vocatur bis diapason velut bis duplum, quoniam diapason symphonia ex duplici

1 *Supra* II. III. Sesqualter c, d; Diapente s; Sesqualter Diapente f, l, r. *Supra* III. VI. Diapente c; Diapason d, s; Duplex Diapason f, l, r. 2 triplus *om.* a, b, d; triplum s; triplices c, f, l, r. || diapente et diapason *om.* c, s; et *om.* a, b; Duplus diapason d. 4 dispositione] dis *ex corr. add.* d, r; positione a, b, c, f, s. || in differentiis *om.* l. 5 eandem b, c, l. || triplam b, c, l. 7 *Supra* triplus: triplices diapente r; *iuxta* triplus: diapente diapason d, f, l. 11 diapente diapason] *om.* f, r; termini c, d, l; triplum s. 12 vero] enim s. 14 comparatus d; comparaturi, ri *corr. in* us, a; comparati *in litura* r. || deferentiam r. 15 *Post* triplus est *addit* r: ratio ·III· ad ·I· termini defferentiam. 16 differentia f. 17 triplum s; *sub* triplus: Diapente Diapason d, f, l, r. 18 *Sub hoc versu:* Termini ad differentiam d, f. *Ad latera descriptionis:* Termini ad differentiam d, f, ad *rasura deleto*, l; Comparatio ·III· ad ·I· Termini ad differentiam r.

proportione colligitur, huic se iuncturae armonicae medietatis interserit. Nam in duplici proportione medius terminus ad minoris suique differentiam quadruplus invenitur.

minor differentia
I quadruplus, bis diapason.
III. IIII. VI.

In triplicibus quoque extremitatibus maior differentia ad minorem differentiam quadrupla est et bis diapason symphoniam emittit. Namque in dispositione II. III. VI. extremorum differentia est, id est senarii et binarii, ·IIII·; minor vero differentia, id est ternarii et binarii, unus. ·IIII· autem uno quadrupla maior est relatione, quae comparatio bis diapason consonantiam tenet.

De geometrica armonia.

XLVIIII. Vocant autem quidam armonicam huiusmodi medietatem idcirco, quod semper haec proportionalitas geometricae armoniae cognata est. Armoniam autem geometricam cybum dicunt. Ita enim ex longitudine in latitudinem distentus est et in altitudinis cumulum crevit, ut ex aequalibus proficiscens ad aequalia perveniens aequaliter totus sibi conveniens creverit. Haec autem medietas in omnibus cybis, quae est geometrica armonia, perspicitur. Omnis enim cybus habet latera ·XII· angulos ·VIII· superficies ·VI· Hic autem ordo et dispositio

4 minor differentia *om.* d, r; minor *om.* s. 5 quadruplus, bis diapason *om.* c, s; bis *om.* l; quadrupli bis diapason f, r. 7 maior *om.* a; *supra versum* s. 10 *prius* est *om.* d, r. || ·IIII^or^ f; *supra versum* sunt a. || minorum s. 11 Quatuor c, f. 15 *Inscript. om.* c. *In* a *legitur inscriptio capitis quadragesimi sexti; in* b, f, l *inscriptio capitis duodequinquagesimi; in* d *eadem inscriptio cum additamento in margine; in* s *inscriptio evanuit.* 16 XLVI. a; XLVII. l; XLVIII b, f. 18 cognita est c. 19 cubum f. 22 Haec autem *cet.*] *Initium capitis cum inscriptione:* De geometrica armonia b, l; *titulus omissus est in* c, f, *evanuit in* s; *in margine legitur in* d. *Capitis numerus in* b *est* XLIIII, *in* f XLVIIII, *in* l XLVIII. 24 perficitur a, r.

armonica est. Disponantur enim VI. VIII. XII. Hic ergo quemadmodum est maior terminus ad parvissimum, ita differentia maioris et medii ad medii ac parvissimi comparatur. Perpensi namque ·XII· ad VI. dupli sunt, differentia vero duodenarii et octonarii quaternarius est, octonarii vero et senarii duo. Dupla autem ratione distabunt duobus quattuor comparati. Rursus octonarius, qui medietas est, alia sua parte minorem praecedit et alia sua parte a maiore praeceditur. Eadem autem parte minoris minorem superat, qua parte maioris a maiore superatur. Rursus si extremitates in unum redigantur et a medietate octonario multiplicentur, duplus erit ab eo numero, quem solae extremitates multiplicatae perfecerint.

Omnes autem in hac dispositione symphonias musicas invenimus. Diatessaron quidem est ·VIII· ad ·VI·, quoniam proportio sesquitertia est, at diapente ·XII· ad ·VIII·, quoniam, quae sesqualtera comparatio dicitur, in ea diapente consonantia repperitur. Diapason vero quae ex duplici nascitur, ex ·XII· ad ·VI· compositione producitur. Diapason vero et diapente, quae triplicis obtinent rationem, fit ab extremitatum differentia ad differentiam minorem. Namque duodenarii et senarii ·VI· differentia est, minor vero est differentia octonarii et senarii, id est ·II·; qui senarius ad binarium triplus est, et diapason simul et diapente consonantiam sonant. Illa vero maior consonantia, quae est bis diapason, quae ex quadruplo fit, in medii

2 est *om.* c. 3 et] *om.* l; ad c, d, r; ad *et supra versum* ał et b; ad differentiam s. || ad medii *om.* a, b, c, d, l, r, s. 4 sex d. 5 ·XII· c, d, f, r, s; duodenarii vel duodecim a. 6 ·II· c. 7 ·IIII· c; ·IIII^or^ f. || medius l; medius *et supra versum* ał medietas b. 8 sui f,·s. || sui f. 10 maioris] minoris c. 12 octonarii l; *in litura* b. 13 perfecerunt s. 15 *Ante* Diatessaron *interserit* a *capitis quadragesimi septimi inscriptionem et numerum.* || sex d. 16 est sesquitertia a, c, r. || duodecim d. 17 ea, quae a, b, c, d, f, l, r. 18 reperietur c. 18—20 quae ex duplici . . . diapente, quae *in margine* F. 19 et ·XII· d. || comparatione c, l. 20 obtinet r. || rationem] locum c. 22 Nam F. || sex d. 23 est *ante* differentia *om.* c. 25 consonantia maior a, c. 26 bis *om.* F.

termini, id est octonarii, et eius differentiae comparatione perspicitur, quae inter octonarium senariumque repperitur. Quare proprie atque convenienter huiusmodi proportionalitas armonica medietas appellatur.

Quemadmodum constitutis altrinsecus duobus terminis arithmetica, geometrica et armonica inter eos medietas alternetur; in quo de eorum generationibus.

L. Nos autem praestare debemus quatenus, quemadmodum dato calamo extremis foraminibus manentibus musicis mos est, ut medium foramen permutantes atque alios aperientes alios digitis occludentes diversos emittant sonos, vel cum duabus altrinsecus protensis chordis medii nervi sonum musicus vel adstringendo tenuat vel remittendo gravat: ita quoque datis duobus numeris nunc quidem arithmeticam nunc vero geometricam nunc autem armonicam medietatem experiamur inserere, ut rectum propriumque medietatis nomen sit, quod manentibus extremitatibus huc atque illuc ferri permutarique videatur. Poterimus autem hanc in duobus altrinsecus positis terminis vel paribus vel inparibus permutare ita, ut, cum arithmeticam ponimus medietatem, differentiarum tantum ratio aequalitasque servetur, cum vero geometricam, rata se proportionum iunctura custodiat, sin autem armonica fiat, differentiarum comparatio ab terminorum proportione non discrepet. Et sint quidem primo pares positae quaedam extremitates, inter quas has omnes medietates oporteat internectere, ·X· et ·XL· Prius igitur arithmetica medietas aptetur. Inter hos ergo si ·XXV· posuero, erit

5 *Titulus omissus est in* c, *in margine legitur in* d, *evanuit maximam partem in* s; *in* a *inscriptio capitis duodequinquagesimi invenitur.* 6 eas f. || alternentur F. 8 XLVIII. a; XLVIIII. l. || quatinus b, l, F. 10 forum c, d, r; forum *et supra versum* l foramen b. 11 alios *ante* aperientes *om.* d. || vel alios occludentes d. 13 adstringendo vel adfligendo. a. 14 quidem *supra versum* F. 19 positis *om.* c, d, f, F, r, s. 22 aequabilitasque F. 24 ab terminorum] aliter minorum c. 26 has *om.* b, l; has tres s.

mihi arithmetica proportio differentiarum quantitate inmutabiliter custodita, in huiusmodi scilicet dispositione: X. XXV. XL· Vides enim, ut quindena sese summulae quantitate transcendant; omnesque proprietates, quas supra diximus in medietate arithmetica convenire, ab hac huiusmodi dispositione non repperies alienas. Namque quemadmodum unusquisque eorum terminus ad se ipsum est, quoniam sibi aequalis est, ita sunt ad se invicem differentiae, quoniam sibi sunt aequales; et quanto maior terminus medium transit, tanto medius vincit minorem; et extremitatum adgregatio duplex est medietate; et minorum terminorum proportio maior est illa comparatione, quae inter maiores terminos continetur; et tanto minor est numerus, qui fit ex multiplicatis extremitatibus, ab eo, qui fit ex multiplicata medietate, quantum eorum differentiae multiplicatae restituunt; illud quoque quod medietas eadem sui parte et a maiore vincitur et minorem ipsa supervenit, non eadem autem parte minoris minorem transit vel maioris a maiore relinquitur. Quae omnes scilicet proprietates non alterius nisi arithmeticae medietatis sunt, quod, si superius dicta meminerit lector, ita esse indubitanter intelleget.

Rursus si inter eosdem ·X· et XL. XX. constituam, statim geometrica medietas cum suis proprietatibus cunctis exoritur, arithmetica medietate pereunte. In hac enim dispositione X. XX. XL. quemadmodum est maior ad medium, sic medius ad extremum; et quod continetur ab extremitatibus, aequum est ei, quod a multiplici medietate conpletur. Differentiae quoque eorum in eadem sunt proportione qua termini. Crementum vero et inminutio proportionum secundum terminos nulla est, sed

1 arethmetica r. || differentiarum ... custodita] quae differentiarum quantitatem inmutabiliter custodiat b, c, l. 5 hac *linea subnotatum* b, *om.* l. 6 Nam d; Namque numerus r. 8 aequalis est sibi a. 11 extremitatuum a. || duplus c. 12 est maior f, s, F. 15 differentiae eorum a, c, f, s. 18 autem] cum c. 20 proprietates scilicet f, F. 22 intellegit b, f. F; intelligit l. 31 si *corr. in* sed a.

maiorum terminorum proportio a minorum terminorum proportione non discrepat.

Si vero armonicam medietatem coniungere velim, ·XVI· mihi numerus inter extremitates utrasque ponendus est, ut sit hoc modo: X. XVI. XL. Nunc igitur licet in huiusmodi dispositione omnes armonicas proprietates agnoscere. Qua enim maximus ad parvissimum terminus proportione coniungitur, eadem proportione differentiae ad se invicem comparantur. Et quibus partibus maioris a maiore medius vincitur, eisdem partibus minoris praeterit minorem; suis vero non eisdem vel a maiore vincitur vel transit minorem; et in maioribus terminis maior est proportio, in minoribus minor; et si in unum extremitates redigantur et medietatis quantitate concrescant, duplus inde conficitur numerus ab eo, qui ex solis multiplicatis extremitatibus procreatur.

Atque hoc quidem in terminis paribus constitutum est. At vero si inpares proponantur, ut sunt ·V· et ·XLV· aptatus medius ·XXV· arithmeticam proportionem medietatemque constituet. Nam si sint V. XXV. XLV. eadem sese numerorum quantitate termini transgredientur. Et omnis superius dicta proprietas arithmeticae medietatis in his terminis custoditur. Sed si ·XV· numerum medium ponam, ut sint V. XV. XLV., in geometricam medietatem termini relabuntur aequalibus terminorum ad se invicem proportionibus custoditis. ·VIIII· vero si inter utrosque terminos ponam, ut sint V. VIIII· XLV., fit armonica medietas, ut qua summa maximus numerus parvissimum praecedit, eadem maior differentia minorem differentiam vincat.

Qua vero disciplina huiusmodi medietates repperire

3 Sin vero a. || velim coniungere a. 8 differentiae eadem proportione s; differentiae proportione eadem c; proportione differentiae eadem f, F. 14 medietates *et supra versum* al tis b; mdietatis *mutatum* in medietates a; medietates, tes *correcto in* tis, f. 19—20 arithmeticam . . . . XXV. *om.* c. 20 constituit a, c, d, f, r, s. || sunt s. 21 transgrediuntur a. 23 numerum ponam medium a, c, d, medium ponam numerum f. 26 Novem c. || inter] in a.

possimus expediendum est. Datis duobus terminis si arithmeticam medietatem constituere oportebit, utraque est extremitas coniungenda quodque ex ea copulatione colligitur dividendum, isque numerus, qui ex divisione redactus est, arithmeticam medietatem inter extremitates locatus efficiet; ut ·X· et ·XL. si iunxero, efficiunt ·L·, quos si dividam, ·XXV· redduntur. Hic erit medius terminus secundum arithmeticam proportionem. Vel si illum numerum, quo maior minorem superat, dividas eumque minori superponas quodque inde concrescit medium ponas, arithmetica medietas informatur. Nam ·XL· denarium tricenario superat, quem si dividas ·XV· fiunt. Hunc si minori, id est denario, superposueris ·XX· et ·V· nascentur. Quem si medium constituas, arithmeticae medietatis ordo formatur. Geometricam vero si rationem vestiges, eius numeri, qui sub utrisque extremitatibus continetur, tetragonicum latus inquire, et hunc medium pone. Nam sub ·XL· et denario numero ·CCCC· continentur. Si enim denarium in ·XL· multiplices, hic numerus crescit. Horum igitur quadringentorum require tetragonicum latus. Hi sunt ·XX· Vicies enim XX. CCCC. efficiunt. Repertum ergo latus quadratum medium constitues. Vel si eam proportionem, quam inter se dati termini custodiunt, dividas et id quod relinquitur medium terminum ponas. Namque ·XL· ad denarium quadruplus est. Igitur quadruplum si dividas, duplum facies, qui est scilicet ·XX· Nam ·XX· ad denarium duplus est. Hunc si medium constituas, medietatem geometricam perferet. Armonicam vero medietatem tali modo repperies. Differentiam terminorum in minorem terminum multiplica et

1 experiendum est, r *in* d *mutato,* a. 6 efficient a, c, r. 7 quos] quod a; quos *in litura* r. 10 crescit c. 12 triceno *et supra versum* ł nario b. 13 ·XXV· d; ·XX· et quinque f. || nascuntur f, s. 15 formatur] monstratur c, s. || *Ante* Geometricam *interserit* a *titulum:* De geometrica armonia *et capitis numerum* XLVIIII. 20 tetragonum c. 24 relinquetur d. 26 facias a, d. 28 constitues c, d. || perferat a, r. 29 *Ante* Armonicam *interserit* a *titulum et numerum capitis quinquagesimi.* 30 terminorum in minorem ter-

post iunge terminos, et iuxta eum, qui inde confectus est, committe illum numerum, qui ex differentiis et termino minore productus est, cuius cum latitudinem inveneris, addis eam minori termino, et quod exinde colligitur, medium terminum pones. ·X· enim et ·XL· faciunt ·L· Differentia autem inter ·X· et XL. XXX. sunt, quem si multiplices in denarium, id est in minorem, [decies ·XXX. oportet] ·CCC· efficies. Quos ·CCC· iuxta eum committe, qui ex iunctis utrisque confectus est, id est iuxta ·L· [Facient enim quinquagies senos]. Et invenitur latitudo senarius. Hunc igitur si minori termino addas, facient ·XVI· et hic numerus medius constitutus inter ·X· et ·XL· armonicam proportionem medietatemque servabit.

De tribus medietatibus, quae armonicae et geometricae contrariae sunt.

LI. Hae quidem sunt apud antiquiores inventae probataeque medietates, quas idcirco longius enodatiusque tractavimus, quod hae maxime in antiquorum lectionibus inveniuntur, et ad omnem paene vim cognitionis eorum versatur utilitas. Ceteras autem praetereundo transcurrimus idcirco, quoniam non multum nobis in lectionibus prosunt, sed tantum ad inplendam denarii numeri quantitatem. Quae ne lateant neve sint aliquibus ignorata, depromimus. Videntur enim hae supra dictis medietatibus esse contrariae, ex quibus originem trahunt. Ex his

minum *secunda manu in margine* a; terminorum *supra versum* s. 4 inde a, d, f, r. || collegitur r. 5 Decem c. 6 multiplicas a, d. 7 *Quae hic et infra uncis inclusi, etsi omnes quos contuli codices habent, minime tamen a Boetio scripta esse puto.* 8 trecentos c. 10 enim *om.* s. 11 ergo f. || faciant d. 14 *Inscript. om.* c. || armonicae] arithmeticae a, b, d, f, l, r, s. || geometricae] cet. r. 16 L. l. 18 antiquiorum c. 19 pene c, f, l, r, s. || collationis vim s || vim collationis sive cognitionis f. || cognationis c; cognationis *et supra* a ł i r; cognitionisque *supra versum* s. 21 idcirco *om.* c; *supra versum* s; iccirco l. || quod d, f, r; quod *et supra versum* ał qm b. 22 denarii ad implendam c. || implendum s. || denari r.

enim etiam istae sunt constitutae. Est autem quarta medietas, quae opposita videtur armonicae. In qua tribus terminis positis, quemadmodum est maximus terminus ad parvissimum, sic differentia minorum ad differentiam maximorum, ut sunt III. V. VI. Sex ad ternarium duplus est, et sunt minores termini ·V· et ·III·, maximi vero huius dispositionis ·VI· et ·V· Differentia vero minorum, quinarii scilicet et ternarii, ·II· sunt, maiorum, quinarii et senarii, ·I· Qui ·II· ad ·I· comparati duplum faciunt. Ergo quemadmodum est maximus terminus ad parvissimum, sic minorum terminorum differentia est ad differentiam maximorum. Liquet autem oppositam et quodammodo contrariam esse hanc medietatem armonicae medietati· idcirco, quod in illa quemadmodum est maximus terminus ad parvissimum, sic terminorum maiorum differentia ad differentiam minorum, hic autem e contrario. Est autem proprium huius medietatis, quoniam quod continetur sub maximo termino et medio duplum est eo, quod continetur sub medio atque parvissimo. Sexies enim quinque ·XXX. sunt, quinquies vero tres ·XV·

Duae vero aliae medietates, quinta scilicet et sexta geometricae medietati contrariae sunt et eidem videntur oppositae. Est autem quinta medietas, quotiens in tribus terminis quemadmodum est medius terminus ad minorem terminum, ita eorum differentia ad differentiam medii atque maioris. Nam in hac dispositione II. IIII. V. quaternarius ad binarium duplus est. Sed inter quaterna-

2 videatur a, b. 3 terminus maximus d. 4 differentiae c. 5 ·VI· r. 6 est *om.* c, r. 7 ·V· et ·VI· a. || Differentiae c. 9 ad ·I· *supra versum* s; ad unum c, d, f. 11 est *om.* c. 12 licet c; licet, c *corr in* qu, a; licet *et supra versum* al quet b. 15 maiorum terminorum c, d, f, r. 18 duplum] r *addit in margine descriptionem* duplum XV. XXX. III. V. VI. 19 ·V· c. 20 ·III· c. 21 ·VI· d. 23 autem] enim l. || quoties d. 25 terminorum a, b, c, l. || adque r. 26 maioris] minoris c; minoris *punctis subnotatum et supra versum sec. manu* maioris s. || r *addit in margine descriptionem* dupla II. IIII. V. II. I. dupla.

rium et binarium ·II· sunt, inter quaternarium vero et maiorem terminum, id est quinque, ·I· Et ·II· ad ·I· dupli sunt. Contrarium autem geometricae medietati in hac proportione est, quod in illa quemadmodum maior terminus ad minorem est, sic maiorum differentia ad differentiam minorum; hic vero contrarie, quemadmodum minores ad se termini sunt, sic minorum differentia terminorum ad maiorum differentiam comparatur. Est autem proprium in hac quoque dispositione, quod illud, quod continetur sub maiore termino et medietate duplum est eo, quod sub utrisque extremitatibus continetur. Nam quinquies ·IIII· sunt ·XX·, quinquies vero ·II· sunt ·X· Et ·XX· denarii duplus est.

Sexta vero medietas est, quando tribus terminis constitutis quemadmodum est maior terminus ad medium, sic minorum terminorum differentia ad differentiam maximorum. In dispositione enim, quae est I. IIII. VI., maximus terminus ad medium sesqualter est, differentia vero minorum, id est unius et ·IIII· ternarius est, maiorum vero, id est quaternarii et senarii, binarius. Ternarius autem binario comparatus sesqualteram habitudinem proportionis efficiet. Eodem autem modo haec quoque medietas geometricae contraria est, quemadmodum et quinta, propter proportionem differentiarum a minoribus ad maiores terminos conversam.

2 terminorum a. || ·V· c, d, s. || unus est c, d; ·I· est l. || unum a, b, d, f, l, r. 5 esset b, c, l; esset *mutatum in* est a. 6 vero] ergo r. || `contrariae f, r. 8 maiorem c, d. 9 dispositione] r *addit in margine* duplum XX. II. IIII. V. X. subduplum. || quod illud] quod *supra versum* a. 12 quattuor d, f. || ·XX· sunt a, c, s. 14 quando] quoniam *corr. in* quando a. 15 est terminus maior a; maior terminus est r. 17 r *addit in margine* sesqualter I. IIII. VI. III. II. sesqualter. 20 id est *in margine sec. manu* a. || binarius est c. 22 autem] vero a, r. 23 propter *supra versum* a. 24 a maioribus ad minores a; a minoribus ad maiores *in litura* r.

De quattuor medietatibus, quas posteri ad implendum denarium limitem adiecerunt.

LII. Et hae quidem sunt sex medietates, quarum tres usque a Pythagora ad Platonem Aristotelemque manserunt. Post vero, qui insecuti sunt, has tres alias, de quibus supra disseruimus, suis commentariis addiderunt. Sequens autem aetas, quemadmodum diximus, ad inplendam denariam quantitatem alias quattuor medietates apposuit, quas non adeo quis in veterum libris inveniat. Has igitur nos quam possumus brevissime disponamus. Prima enim quae est earum, in ordine vero septima medietas, hoc modo coniungitur, cum in tribus terminis quemadmodum est maximus terminus ad ultimum, sic maximi et parvissimi termini differentia ad minorum differentiam terminorum, ut in hac dispositione: VI. VIII. VIIII. Novenarius igitur ad senarium sesqualter est, quorum est differentia ternarius, minorum vero terminorum, id est octonarii et senarii binarius differentia est, qui ad superiorem ternarium comparatus facit sesqualteram proportionem. Secunda vero inter quattuor, sed octava in ordine proportionalitas est, quotiens in tribus terminis quemadmodum sunt extremitates ad se invicem comparatae, sic eorum differentia ad maiorum terminorum differentiam, ut sunt VI. VII. VIIII.. Novem igitur ad ·VI· sesqualter est. Et

1 *Inscript. om.* c. 2 denarii f. 3 LI. l. || ·VI· c. || tres primae s. 4 usque ad Pythagoram et Platonem b, c, l; *in* b *supra versum:* in a1 a pythagora ad; usque ad Pythagoram ad Platonem *corr. in* a Pythagora usque ad Platonem a. 5 ·III· c. 7 denarium c. 8 ·IIII· s. || opposuit d. 9 libris veterum c, s. || inveniet a, c, s. 11 in ordinem a, b, c, d, l, r. 13 et] ac f. 14 differentia termini s. || ad minorem terminorum differentiam d. 15 dispositione] r *addit in margine*
sesqualter
sesqualter
II. III.
VI. VIII. VIIII.
16 differentia est c, s. 20 ·IIII· c. || in ordinem a, b, c, d, l, r. 21 quoties b, l. 23 differentiae a, b, c, d, l, r, s. || maiorem c, r. || ut sunt] insunt s. 24 r *addit in margine*
sesqualter
sesqualter
III. II.
VI. VII. VIIII.
|| ·VIIII· s. || sex f.

eorum differentia ternarius est, qui comparatus contra maiorum differentiam, id est septenarii et novenarii, qui binarius est, reddit sesqualteram proportionem. Tertia vero inter has sequentes quattuor, nona autem in ordine proportio est, quando tribus terminis positis quam proportionem medius terminus ad parvissimum custodit, eam retinet extremorum differentia ad minorum differentiam comparata, ut IIII. VI. VII. Etenim ·VI· ad ·IIII· sesqualter est, quorum est differentia binarius. Septenarii vero et quaternarii ternarius differentia est, quem si ad superiorem binarium comparemus, sesqualtera proportione coniungitur. Quarta vero, quae in ordine decima est, consideratur in tribus terminis, cum tali proportione medius terminus ad parvissimum comparatur, quali extremorum differentia contra maiorum terminorum differentiam proportione coniungitur, ut sunt III. V. VIII. Quinarius enim medius terminus ad ternarium superbipartiens est; extremorum vero differentia, octonarii scilicet et ternarii, quinarius est, qui comparatus contra maiorum terminorum differentiam, scilicet quinarii et octonarii, qui est ternarius, et ipse quoque superbipartiens invenitur.

Dispositio decem medietatum.

LIII. Disponamus igitur cunctas medietates in ordinem, ut, cuiusmodi omnes sint, facillime possit intellegi.

Arithmetica	prima	I.	II.	III.
Geometrica	secunda	I.	II.	IIII.

2 maiorem b, l; maiorem, e *in* u *mutato*, a. 4 ·IIII· c. 5 quoniam *corr. in* quando a. 8 ut sunt f. || r *addit in margine* sesqualter IIII. VI. VII. II. III. sesqualter. || sex d. 9 Septinarii c, r. 14 parvissimam c. 16 r *addit in margine* superbipartiens III. V. VIII. V. III. superbipartiens. 18 et *om.* f, r. 19 est *om.* a, c, d, f, r, s. 20 differentiam terminorum l. 21 superbipartiens est invenitur d. 22 *Inscript. om.* c, d. || decem *om.* f; ·X· r; decim a, s. 23 LIII. *om.* f. 24 possint c, f, r, s. || intelligi a, l.

Armonica	tertia	III.	IIII.	VI.
Contraria armonicae	quarta	III.	V.	VI.
Contraria geometricae	quinta	II.	IIII.	V.
Contraria geometricae	sexta	I.	IIII.	VI.
Inter ·IIII· prima	septima	VI.	VIII.	VIIII.
Inter ·IIII· secunda	octava	VI.	VII.	VIIII.
Inter ·IIII· tertia	nona	IIII.	VI.	VII.
Inter ·IIII· quarta	decima	III.	V.	VIII.

De maxima et perfecta symphonia, quae tribus distenditur intervallis.

LIIII. Restat ergo de maxima perfectaque armonia disserere, quae tribus intervallis constituta magnam vim obtinet in musici modulaminis temperamentis et in speculatione naturalium quaestionum. Etenim perfectius huiusmodi medietate nihil poterit inveniri, quae tribus intervallis producta perfectissimi corporis naturam substantiamque sortita est. Hoc enim modo cybum quoque trina demensione crassatum plenam armoniam esse demonstravimus. Haec autem huiusmodi invenietur, si duobus terminis constitutis, qui ipsi tribus creverint intervallis, longitudine latitudine et profunditate, duo huismodi termini medii fuerint constituti et ipsi tribus intervallis notati, qui vel ab aequalibus per aequales aequaliter sint producti vel ab inaequalibus ad inaequalia inaequaliter, vel ab in-

3 geometricae contraria r. 4 Contraria arithmeticae s. || I. IIII. V. a. 5—8 quatuor d, f; ·IIII·^{or} c. 9 *Inscript. om.* c, d. 11 armonica c, s, F; armonica *corr. in* armonia a, r; armonica *et supra versum* ł nia b. 13 musicis l; musici, s *rasura deleto*, s. 15 huiusmodi perfectius d. 17 sortitus c. || modo enim a. 18 armonicam c, l, F; armonicam *corr. in* armoniam a, r; armonicam *et supra versum* ł niam b. || monstravimus a, d, f, r. 23 sunt l, s; sunt *et supra versum* ał sint b. 24 ab aequalibus a. || aequaliter f, F. || vel ab inaequalibus ad aequalia aequaliter *in margine* F, r; vel ab inaequalibus ad inaequalia aequaliter a; vel ab aequalibus ad aequalia aequaliter f; vel ab aequalibus ad aequalia inaequaliter s; aequalia *om.* c; ad aequalia *ex corr. additum* b.

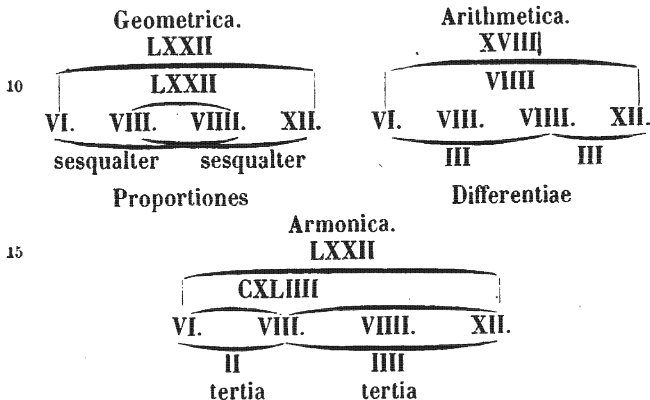
aequalibus ad aequalia aequaliter, vel quolibet alio modo, atque ita, cum armonicam proportionem custodiant alio tamen modo comparati faciant arithmeticam medietatem hisque geometrica medietas, quae inter utrasque versatur, deesse non possit. In quattuor enim terminis si fuerit quemadmodum primus ad tertium sic secundus ad quartum, proportionum ratione scilicet custodita, geometrica medietas explicatur, et quod continetur sub extremitatibus, aequum erit ei, quod sub utraque medietate ad se invicem multiplicata conficitur. Rursus si maximus ·IIII. terminorum numerus ad eum, qui sibi propinquus erit, talem habeat differentiam, qualem idem ipse maximo propinquus ad parvissimum, huiusmodi proportio in arithmetica consideratione proponitur, et extremorum coniunctio duplex erit propria medietate. Si vero inter ·IIII· qui est tertius terminus aequa parte quarti quartum terminum superet et aequa primi a primo superetur, armonica huiusmodi proportio medietasque perspicitur, et quod continetur sub extremorum adgregatione et multiplicationę medietatis duplex est eo, quod sub utraque extremitate conficitur. Sit autem quoddam huius dispositionis exemplar hoc modo VI. VIII. VIIII. XII. Has igitur omnes solidas' quantitates esse non dubium est. Sex enim nascuntur ex uno bis ter, ·XII· autem ex bis duo ter, horum autem medietates octonarius fit semel duo quater, novenarius vero semel tres ter. Omnes igitur termini cognati sibi et tribus intervallorum demensionibus notati sunt. In his igitur geometrica proportionalitas invenitur, si ·XII· ad ·VIII· vel ·VIIII· ad ·VI. comparemus.

1 quolibet alio] alio quodam s. 2 custodient d, f, F. 3 tantum *corr. in* tamen a. || facient d. 4—8 quae inter . . . . geometrica medietas *in margine* r. 5 terminis enim r. 6 fuerint a, b. 9 ei *om.* a. 11 quattuor c, d, f. 12 erit] est d, f, F. || habet F. 16 inter] in c, l; in *et supra* in: ł inter b. || quattuor c, f. || terminus] numerus l. 17 terminum *om.* s; numerum l; numerum *et supra versum* ł terminum b. 18 medietas quae c. 19 *alterum* et *om.* c. 21 Fit a. 24 ·VI· c, f, F. || nascentur r. 25 duo] ·II· c. || medietas F; medietate, s *rasura deleto*, s. || duo] ·II· c. 26 tres] ·III· c. 29 novem d. || senarium c, d, f, F.

Utraque enim comparatio sesqualtera proportio est, et quod continetur sub extremitatibus, idem est ei, quod fit ex mediis. Nam quod fit ex duodecies sex, aequum est ei, quod fit ex octies ·VIIII· Geometrica ergo proportio est huiusmodi. Arithmetica autem est, si duodenarius ad novenarium et novenarius ad senarium comparetur. In utrisque enim ternarius differentia est et iunctae extremitates medietate duplae sunt. Si enim iunxeris senarium et ·XII·, facies ·XVIII., qui est novenario, medio termino, duplus. In his ergo geometricam arithmeticamque medietatem perspeximus. Hic quoque armonica medietas invenitur, si ·XII. ad ·VIII· et rursus ·VIII· ad senarium comparemus. Qua enim parte senarii octonarius senarium superat, id est parte tertia, eadem duodenarii parte octonarius superatur. Quattuor enim, quibus octonarius a duodenario vincitur, duodenarii tertia pars est. Et si extremitates iungas ·VI· scilicet et ·XII· easque per octonarium medium multiplices, ·CXLIIII· sunt. Quod si se extremitates multiplicent, ·VI· scilicet et ·XII·, facient ·LXXII·, quo numero ·CXLIIII· duplus est. Inveniemus hic quoque omnes musicas consonantias. Namque ·VIII· ad ·VI. et ·VIIII· ad ·XII· comparati sesquitertiam proportionem reddunt, et simul diatessaron consonantiam; ·VI· vero ad ·VIIII· vel ·VIII· ad ·XII· comparati reddunt proportionem sesqualteram, sed diapente efficiunt symphoniam; ·XII· vero ad senarium considerati duplicem quidem proportionem, sed diapason symphoniam canunt; ·VIII· vero et ·VIIII· ipsi contra se medii considerati

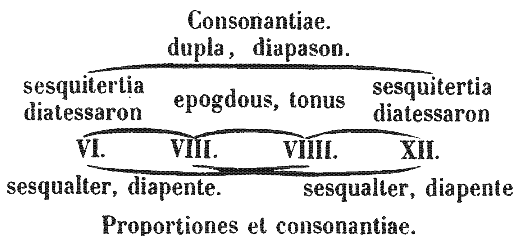
2 qui fit d. 3 Namque d, f, r, s, F. || ·VI· F. 5 huiusmodi est a, d, f, r. || Arethmetica r. || est autem a. 7 iuncte c. 8 dupla est c. || sunt *om.* l. || iunxero c, r, s. 9 est *om.* c. || termino] ternario F. 13 senarium] senarii F. 15 superat F. || ·IIII· s. || ·VIII· f. 17 sex . . . duodecim d. 18 medium *rasura deletum* F. 19 sex f. || videlicet d. 20 Invenimus a. 21 hic] hinc l; hic *et supra versum* al hinc b. || ·VIIII· ad ·VI· et ·VIII· ad ·XII· a. 23 reddent d. || sex f, F. 24 vel] et d. || octo a, b. || ad ·XII· *cet. Haec et reliqua usque ad finem desunt in* a *folio ultimo deperdito.* 25 sesqualteram proportionem d, r. || sed] et d. 26 duodecim f, F. 27 canunc c. 28 octo f, F. || et] ad d, f, F.

epogdoum iungunt, qui in musico modulamine tonus vocatur, quae omnium musicorum sonorum mensura communis est. Omnium enim est sonus iste parvissimus. Unde notum est, quod inter diatessaron et diapente consonantiarum tonus differentia est, sicut inter sesquitertiam et sesqualteram proportionem sola est epogdous differentia. Huius descriptionis subter exemplar adiecimus.



Partes maiorum et minorum terminorum.

1 epocdoum f. || musica modulatione l; musica modulatione *et supra versum* ł co ł mine b, s. || modolamine r. || tonos f, F. 5 tonos c, f, F. 6 epocdous f. 7 Huius] Eius d; Huius *et supra versum* ł eius b. || Huius autem f, r, F. || exemplar subter s. || exempla d. F. || subiecimus c, l, s; subiecimus *et supra* sub: ł ad b; adicimus r. *In fine addit* r: Explicit liber secundus institutionis ARETHMETICE feliciter. AMEN. 8 *Descriptionibus quae sequuntur addita sunt in codicibus verba, quibus quae arcus significant, glossarum modo explanantur, nempe:* Extremorum mediorumque multiplicationes. Extremitates iunctae ad novenarium medium duplae sunt. Extremitates multiplicatae. Iunctae extremitates et per medium multiplicatae. || Geometrica. Arithmetica *om,* s. 10 ·LXXII· *om.* d. || ·VIIII· *om.* c, d, r. 11 *Sub* VI. VIII. VIIII. XII: II. I. III. r. 12 III. III.] II. III. *in litura* l, r. || diapente sesqualter *bis* f; Sesqualter diapente *bis* r. 13 Proportiones *om.* s; Proportiones armonicae f; Proportiones



et supra Differentiae r. || Differentiae *om.* s; Differentiae *et infra* Proportiones r. *In* r *addita sunt numeris vocabula:* dupla diapason · sesqualter diapente, sesquit. diatessar. 14 Armonica *om.* s. 19 tertia *om.* f. 20 Partes minorum et maiorum terminorum s; Partes maiores et minores terminorum *et supra versum:* In al Differentiae maiorum et minorum terminorum b, l. *In* r *supra versum:* Differentiae. 2 dupla diapason *om.* l. || duplus f. 3—4 sesquitertia, epogdous, sesquitertia *om.* r.

BOETII
DE INSTITUTIONE MUSICA
LIBRI QUINQUE.

NOTARUM EXPLICATIO.

f = codex Monacensis 18480 (Tegerns. 480) saec. XI. pulcherrime scriptus, in quo desunt quidem capitum indices, insunt autem singulorum capitum tituli ac numeri et descriptiones omnes. Scholia in margine, intra lineas, in schedis ad id ipsum additis inveniuntur. Decreti Lacedaemoniorum interpretatio non intra lineas solum sed in contextu quoque legitur.

g = codex Bambergensis HI. N. 19. (F. Nro. 2) saec. IX., in quo liber quartus et quintus alia manu videntur scripti quam tres priores. Deest maxima pars titulorum et descriptionum. Deest decretum Lacedaemoniorum graece scriptum. Deest libri secundi caput vicesimum tertium et magna pars capitis noni libri quinti.

h = codex Monacensis 6361 (cod. Fris. 161) saec. XI., continet capitum indices praeter libri tertii et quinti indices, singulorum capitum inscriptiones et numeros exceptis libri quinti capitibus, descriptiones fere omnes, scholia aliquot intra lineas et in margine. Prope accedit ad g.

i = codex Monacensis 14523 (Rat. St. Emm. 523. F. XXVI) saec. X. Praestantissimus codex, nisi duo folia periissent, unum, in quo decretum fuit Lacedaemoniorum,

alterum, in quo descriptiones ad caput decimum quintum et decimum sextum libri quarti pertinentes. Dubium est, sitne dolendum, quod parum diligentis scribae manu codex exaratus est. Inter plurima enim menda maximam partem verus elucet Boetius. Est huic codici similitudo cum g, maior tamen cum f.

k = codex Monacensis 18478 (Teg. 478) saec. XI. Huius codicis similitudo cum h tanta est, ut uterque exemplar eiusdem codicis esse videatur. Numeros tamen capitum omittit, inscriptiones libri quinti capitibus addit.

l = codex Monacensis 14601 (Ratisb. Emmer. F. CIV.) saec. XII., continet librum primum et secundi capita duo prima et tertii partem. Similis est codicibus f, g; graeca tamen proxime accedunt ad h. Multa vocabula omittit.

o = codex Monacensis 367. saec. XII. Desunt capitum indices praeter quintum, omnes inscriptiones, figurarum delineationes inde a capite duodecimo libri tertii. Cum multa neglegenter sint scripta, operae pretium non duxi etiam menda huius codicis transscribere, omnibus autem locis eum consului, ubi praestantiores codices inter se discrepant. Maior est similitudo eius cum f et i quam cum g. Ad graeca verba restituenda non nihil adiumenti attulit.

C = codex Cantabrigiensis, ex quo decretum Lacedaemoniorum plane ad fidem manu scripti codicis exhibet Gronovius in praefatione thesauri Graec. antiqu. vol. V. (Venetiis M. DCC. XXXII.). Editionem decreti a Gronovio Oxonii anno MDCCLXXVII publicatum acquirere non potui.

P_1 = cod. lat. Par. 7181 saec. X.

P_2 = cod. lat. Par. 7200 saec. X.

P_3 = cod. lat. Par. 7221.

His ut uti possem codicibus ad decretum Lacedaemoniorum accuratius edendum factum est opera benigna Andreae Laubmanni, qui humanissime rogatu Halmii contextum decreti ex primo et tertio eorum integrum in meum usum transscripsit, secundi varias lectiones addidit.

Cum in omnibus quantum scio codicibus contextus libri quinti eodem vocabulo finitur omissis quae ex capitum indice addenda erant, dubium non est, quin ad unum omnes codices ex uno eodemque codice mutilato manaverint. Differunt tamen descriptiones libri quarti a capite sexto usque ad caput undecimum in codicibus g, h, k adeo a descriptionibus in codicibus f, i, o, ut duo codicum genera facile discernas. Maiore fide f, i, o Boetii libros reddunt.

I. Proemium. Musicam naturaliter nobis esse coniunctam et mores vel honestare vel evertere.
II. Tres esse musicas; in quo de vi musicae.
III. De vocibus ac de musicae elementis.
IIII. De speciebus inaequalitatis.
V. Quae inaequalitatis species consonantiis deputentur.
VI. Cur multiplicitas et superparticularitas consonantiis deputentur.
VII. Quae proportiones quibus consonantiis musicis aptentur.
VIII. Quid sit sonus, quid intervallum, quid consonantia.
VIIII. Non omne iudicium dandum esse sensibus, sed amplius rationi esse credendum; in quo de sensuum fallacia.
X. Quemadmodum Pythagoras proportiones consonantiarum investigaverit.
XI. Quibus modis variae a Pythagora proportiones consonantiarum perpensae sint.
XII. De divisione vocum earumque explanatione.
XIII. Quod infinitatem vocum humana natura finiverit.
XIIII. Quis modus sit audiendi.
XV. De ordine theorematum idest speculationum.

1 *Capitum indicem om.* f, g, i, k, l, o. *Quae in* h *leguntur, correxi secundum singulorum capitum inscriptiones.* || Musicam . . . . evertere *om.* h. 3 de vi musicae narratur h. 4 *alterum* de *om.* h. 6 abtentur h. 8 deiutentur h. 9 proporciones h. 11 concinentia h. 13 racioni h. 14 fallatia h. 18 sunt h.

Proemium. Musicam naturaliter nobis esse coniunctam et mores vel honestare vel evertere.

I. Omnium quidem perceptio sensuum ita sponte ac naturaliter quibusdam viventibus adest, ut sine his animal

1 e tono ac, *omissa prima littera* D, h. 3 a] ac h. 4 et] ac h. 5 addicione h. 7 nominibusque earum h. 11 h *addit omissa prima littera* D: escripcio sinaphe. 12 diezeuxis h; *et addit omissa prima littera* D: escripcio diezeuxis. 16 XXVIIII. *om.* h. || Ubi] bi, *omisso* U, h. 17 XXX] XXVIIII. h. || consonantias h. 18 XXXI] XXX. h. 19 XXXII] XXXI. h. || procedat h. 20 XXXIII] XXXII. h. 21 XXXIIII] XXXIII. h. *et addit:* XXXIIII. Tria genera esse, quae circa artem musicam versantur. 22 *Inscriptionem om.* g, l. || Prohemium i. Proemium Musicae f. || esse coniunctam] insitam h, k. 23 vel *ante* honestare *om.* h, k. || vertere h, i. 24. Omnium . . . sponte ac *om.* g. || percoeptio g, h.

non possit intellegi. Sed non aeque eorundem cognitio ac firma perceptio animi investigatione colligitur. Inlaboratum est enim quod sensum percipiendis sensibilibus rebus adhibemus; quae vero sit ipsorum sensuum, secundum quos agimus, natura, quae rerum sensibilium proprietas, id non obvium neque cuilibet explicabile esse potest, nisi quem conveniens investigatio veritatis contemplatione direxerit. Adest enim cunctis mortalibus visus, qui utrum venientibus ad visum figuris, an ad sensibilia radiis emissis efficiatur, inter doctos quidem dubitabile est, vulgum vero ipsa quoque dubitatio praeterit. Rursus cum quis triangulum respicit vel quadratum, facile id quod oculis intuetur agnoscit, sed quaenam quadrati vel trianguli sit natura, a mathematico necesse est petat. Idem quoque de ceteris sensibilibus dici potest, maximeque de arbitrio aurium, quarum vis ita sonos captat, ut non modo de his iudicium capiat differentiasque cognoscat, verum etiam delectetur saepius, si dulces coaptatique modi sint, angatur vero, si dissipati atque incohaerentes feriant sensum. Unde fit ut, cum sint quattuor matheseos disciplinae, ceterae quidem in investigatione veritatis laborent, musica vero non modo speculationi verum etiam moralitati coniuncta sit. Nihil est enim tam proprium humanitatis, quam remitti dulcibus modis, adstringi contrariis, idque non sese in singulis vel studiis vel aetatibus tenet, verum per cuncta diffunditur studia et infantes ac iuvenes nec non etiam senes ita naturaliter

1 eorum agnitia h, k; *supra versum* al eorundem cognitio h, al eorundem k. 3 quod] ut *et supra versum* al quod g. || sensilibus i; sensibibus l. || rebus *om.* h, k. 4 adhibentur l. 5 agimus *et supra* i ta g; agitamus l. || quaeque h, k. 11 quoque *om.* i, o. || dubitatio quoque k. 13 quaenam sit quadrati vel trianguli natura l. 15 dici potest sensibilibus k. 16 sonus g. 18 saepius *om.* h, k. 19 modo l. 21 in *om.* f, g, h, i, l, o. || investigationem h, i. 23 Nichil g. || est *om.* g, h. || enim *om.* l. 24 humanitati l; humanitati, s *in fine deleto*, g, k. || dulcibus] duobus l. || modis *supra versum sec. manu.* k. 25 ideoque k. || non modo f, g, l, o. || sese] se h, k.

affectu quodam spontaneo modis musicis adiunguntur, ut nulla omnino sit aetas, quae a cantilenae dulcis delectatione seiuncta sit. Hinc etiam internosci potest, quod non frustra a Platone dictum sit, mundi animam musica convenientia fuisse coniunctam. Cum enim eo, quod in nobis est iunctum convenienterque coaptatum, illud excipimus, quod in senis apte convenienterque coniunctum est, eoque delectamur, nos quoque ipsos eadem similitudine compactos esse cognoscimus. Amica est enim similitudo, dissimilitudo odiosa atque contraria. Hinc etiam morum quoque maximae permutationes fiunt. Lascivus quippe animus vel ipse lascivioribus delectatur modis vel saepe eosdem audiens emollitur ac frangitur. Rursus asperior mens vel incitatioribus gaudet vel incitatioribus asperatur. Hinc est quod modi etiam musici gentium vocabulo designati sunt, ut lydius modus et phrygius. Quo enim quasi una quaeque gens gaudet, eodem modus ipse vocabulo nuncupatur. Gaudet vero gens modis morum similitudine; neque enim fieri potest, ut mollia duris, dura mollioribus adnectantur aut gaudeant, sed amorem delectationemque, ut dictum est, similitudo conciliat. Unde Plato etiam maxime cavendum existimat, ne de bene morata musica aliquid permutetur. Negat enim esse ullam tantam morum in re publica labem quam paulatim de pudenti ac modesta musica invertere. Statim enim idem quoque audientium animos pati paulatimque discedere nullumque honesti ac recti retinere vestigium, si vel per lasciviores modos inverecundum aliquid, vel per asperiores ferox atque immane mentibus illabatur.

2 sit omnino k. || a *om.* i. 6 est *om.* f. 8 eoque] eo l; eo quod o. 9 similitudine compactos .... multiplicem musicam reddens *desunt in i, folio uno deperdito.* || comparatos *et supra versum* compactos f. 10 contraria atque odiosa h, k. 11 quoque *om.* l. || maxime f, g, h, i, l, o. 12 ipse *et supra versum* al ipsis h, k. 13 modis delectatur l. || sepe f. 14 *alterum* incitatioribus *om.* f, l. 15 Hinc etiam quod modi musici h, k. 16 frygius l. 17 gaudeat f. l. 18 modis *om.* l. 22 etiam Plato l. 23 musica *om.* l. 28 si] sive l. || modos] mores f.

Nulla enim magis ad animum disciplinis via quam auribus patet. Cum ergo per eas rythmi modique ad animum usque descenderint, dubitari non potest, quin aequo modo mentem atque ipsa sunt afficiant atque conforment. Id vero etiam intellegi in gentibus potest. Nam quae asperiores sunt, Getarum durioribus delectantur modis, quae vero mansuetae, mediocribus; quanquam id hoc tempore paene nullum est. Quod vero lascivum ac molle est genus humanum, id totum scenicis ac theatralibus modis tenetur. Fuit vero pudens ac modesta musica, dum simplicioribus organis ageretur. Ubi vero varie permixteque tractata est, amisit gravitatis atque virtutis modum et paene in turpitudinem prolapsa minimum antiquam speciem servat. Unde Plato praecipit minime oportere pueros ad omnes modos erudiri sed potius ad valentes ac simplices. Atque hic maxime retinendum est illud, quod si quo modo per parvissimas mutationes hinc aliquid permutaretur, recens quidem minime sentiri, post vero magnam facere differentiam et per aures ad animum usque delabi. Idcirco magnam esse custodiam rei publicae Plato arbitratur musicam optime moratam pudenterque coniunctam, ita ut sit modesta ac simplex et mascula nec effeminata nec fera nec varia. Quod Lacedaemonii maxima ope servavere, dum apud eos Thaletas Cretensis Gortynius magno pretio adcitus pueros disciplina musicae artis imbueret. Fuit enim id antiquis in more diu-

2 eas] has f. || usque *om.* h, k. 4 atque] *supra versum* al ad quae g. || ipsae f. (*Fortasse:* ipsi). 7 *Supra* quanquam *additum est in* g: interpositum. 8 lascivium g, o. 9 scaenicis g, o. 11 ageretur *om.* l. 12 tracta g, l, o. || ac k, acque g, o. 13 pene h. 16 hinc h, k, l. || illud est f. 17 quo] aliquo l. || *Post* hinc *interserit* o *scholion, quod in* f, k, h *in margine legitur:* Nove adverbialiter . . . percipitur donec. || permutaretur] *Coniicias* permutetur. 19 *Post* differentiam *addit* g liquet, *quod in* h *supra versum sec. manus addidit. Verisimilius videtur aut ante* post *excidisse* possit *aut post* delabi: necesse sit *vel simile quid.* || usque ad animum h, k. 20 custodiam esse l. 25 Gortinus g, h, k, l, o. (*Fortasse:* Gortyne.) || precio l. || ascitus g, h, o; asscitus k. || disciplinae f. 26 imbuerit f, g, h, k, o. || in morem g, h,

que permansit. Quoniam vero eis Timotheus Milesius super eas, quas ante reppererat, unum addidit nervum ac multipliciorem musicam fecit, exigere de Laconica consultum de eo factum est, quod, quoniam insigne est Spartiatarum lingua, ·C· litteram in ·P· vertentium, ipsum de eo consultum isdem verbis Graecis apposui:

ΕΠΕΙΔΗ ΤΙΜΟΘΕΟΡ Ο ΜΙΛΗϹΙΟΡ ΠΑΡΑΓΙΝΟΜΕΝΟΡ ΕΝ ΤΑΝ ΑΜΕΤΕΡΑΝ ΠΟΛΙΝ ΤΑΜ ΠΑΛΑΙΑΝ ΜΩΑΝ ΑΤΙΜΑϹΔΕ ΚΑΙ ΤΑΝ ΔΙΑ ΤΑΝ ΕΠΤΑ ΧΟΡΔΑΝ ΚΙΘΑΡΙΖΙΝ ΑΠΟϹΤΡΕΦΟΜΕΝΟΡ ΠΟΛΥΦΩΝΙΑΝ ΕΙϹΑΓΩΝ ΛΥΜΑΙΝΕΤΑΙ ΤΑΡ ΑΚΟΑΡ ΤΩΝ ΝΕΩΝ ΔΙΑ ΤΕ ΤΑΡ ΠΟΛΥΧΟΡΔΙΑΡ ΚΑΙ ΤΑΡ ΚΕΝΟΤΑΤΟΡ ΤΩ ΜΕΛΕΟΡ ΑΓΕΝΝΗ ΚΑΙ ΠΟΙΚΙΛΑΝ ΑΝΤΙ ΑΠΛΟΑΡ ΚΑΙ ΤΕΤΑΓΜΕΝΑΡ ΑΜΦΙΕΝΝΥΤΑΙ ΤΑΝ ΜΩΑΝ ΕΠΙ ΧΡΩΜΑΤΟΡ ϹΥΝΕΙϹΤΑΜΕΝΟΡ ΤΑΝ ΤΩ ΜΕΛΕΟΡ ΔΙΑϹΚΕΥΑΝ ΑΝΤΙ ΤΑΡ ΕΝΑΡΜΟΝΙΩ ΠΟΤ ΤΑΝ ΑΝΤΙϹΤΡΟΦΟΝ ΑΜΟΙΒΑΝ ΠΑΡΑΚΛΗΘΕΙϹ ΔΕ ΚΑΙ ΕΝ ΤΟΝ

k, l, o. 3 multiplicem k. || exegere f, l; 4 consultumque f, l, o. 5 litteram *om.* || ϱ] l g. 6 hisdem g, h, k, o; in isdem f. 7 *Verba graeca pessime scripta leguntur in* f, h, k, l, o; g *tantum quattuor prima vocabula graeca habet, deinde interpretationem dat latinam, quae in* f, h, k, l *intra lineas repperitur. Ex ineptissimis scripturae mendis, quae maxime veri similia erant, restitui.* 7 *επειδη om.* o. *επτανα* P_3 || *τιμοοϱ μιλησιοϱ* P_2 || *παϱαγινομενοϱ om.* o; *παϱαγηνομενοϱ* f; *παϱατιμενοϱ* h, k, P_2 P_3; *παϱατινομενοϱ* P_1; *παϱαθυμηνοϱ* l; *παϱγιμενοϱ* C. || *ετ* h, k, C, P_1 P_2 P_3; *ει* l; *ειϱ* f; *ενι* o. 8 *ταμ*] *ταν* l; *τεν* f; *τα* P_1 *ταν* P_2 P_3. || *παλιαν* h, C. || *πωαν* P_1 P_2. || *ατιμας δη* h, k, o; *αθυμας δε* l; *ατιμας δε* f; *ατιμας αε* C; *ατιμασδε* P_1 P_2 P_3. 10 *Ante πολυφωνιαν addit* f *επει.* || *πολιφον* C. || *εις αταν* P_1. || *ελιμινατα* f. 11 *τω νεον* P_1. || *τε om.* f. 12 *και ταϱ*] *και θαϱ* l. || *κανοτατοϱ* C. || *τω*] *θο* l; *om.* f; *το* h, k. || *αγεννε* h, k, l; *δε* (?) *αγεννε* o; *εγεννεσεν* f; *αϱεν* P_8. 13 *απλην* f; *ανασαϱ* o; *απασαϱ* P_1. 14 *επι om.* P_2; *εττι* P_3. || *κϱωματοϱ* P_1. || *σινεκταμενοϱ* o. 14—15 *συνεισταμενοϱ ταν τω μελεοϱ*] *γενος καταστισταε ο εστιν απαλοτεϱον* f. || *το μελιοϱ* h, k, l; *τονελιωϱ* o, *τω μελιοϱ* P_1 P_2 P_3. 15 *διασκειν* h, k, l, o, P_2 P_3; *διαστοληv* f. || *ταϱ om.* f. || *ποτ ταν*] *ποιταν* h, k, P_2; *ποιεισας* f, *ποταν* P_1; *πον ταν* l; *in* o *priores tres litteras explicare non potui, nec Laubmannus* in P_3. 16 *αποστϱοφοη* C. || *παϱακλιθεις* h, k; *παϱακλθηις* f; *τιαπαλανθεις* l; *παϱακαντεις* o; *παϱακλετεις* C. || *εν*] *εις* f.

ΑΓΩΝΑ ΤΑΡ ΕΛΕΥϹΙΝΙΑΡ ΔΑΜΑΤΡΟΡ ΑΠΡΕΠΗ ΔΙΕϹΚΕΥΑϹΑΤΟ ΤΑΝ ΤΩ ΜΥΘΩ ΔΙΑϹΚΕΥΑΝ ΤΑΝ ΤΑΡ ϹΕΜΕΛΑΡ ΟΔΥΝΑΡ ΟΥΚ ΕΝΔΙΚΑ ΤΩΡ ΝΕΩΡ ΔΙΔΑΚΚΗ ΔΕΔΟΧΘΑΙ ΦΑ ΠΕΡΙ ΤΟΥΤΟΙΝ ΤΩΡ ΒΑϹΙΛΕΑΡ ΚΑΙ ΤΩΡ ΕΦΟΡΩΡ ΜΕΜΨΑΤΤΑΙ ΤΙΜΟΘΕΟΝ ΕΠΑΝΑΓΚΑΞΑΙ ΔΕ ΚΑΙ ΤΑΝ ΕΝΔΕΚΑ ΧΟΡΔΑΝ ΕΚΤΑΜΟΝΤΑΡ ΤΑΡ ΠΕΡΙΤΤΑΡ ΥΠΟΛΙΠΟΜΕΝΩΡ ΤΑΡ ΕΠΤΑ ΟΠΩΡ ΕΚΑϹΤΟΡ ΤΟ ΤΑΡ ΠΟΛΙΟΡ ΒΑΡΟΡ ΟΡΩΝ ΕΥΛΑΒΗΤΑΙ ΕΝ ΤΑΝ ϹΠΑΡΤΑΝ ΕΠΙΦΕΡΕΝ ΤΙ ΤΩΝ ΜΗ ΚΑΛΩΝ ΕΟΝΤΩΝ ΜΗ ΠΟΤΕ ΤΑΡΑΡΡΕΤΑΙ ΚΛΕΟΡ ΑΓΩΝΩΝ.

Quod consultum id scilicet continet, idcirco Timotheo

1—3 *απρεπη . . . . διασκευαν*] *τεν αισχυνιν απηκαλιψεν τω μιτω διασπορα* f. || *δαματρορ*] *δα om.* f. || *διεσκεισατο* h, k, l, o, C, P_2, P_3. 2 *ταν ταρ*] *γαρ τις* f. 3 *ουκ*] *Fortasse scribendum ουδε.* || *ενδεκα τορ* l; *ενδηκα, omisso τορ,* f; *εναικατορ* C. || *νηος* f. || *διδακκη*] *διδαχι* f; *διδασκαλε* l; *διδακη* P_2. || *δεδοχθαι φα*] *εδηδαζεν* f; *δοχθαιφα* l; *δεδοχταιφα* o, P_1. 4 *φα*] *Supplendum videtur ὁ δᾶμος.* | *τωυν* h; *τοιν* k; *θουθουν* l; *τοιτον* f; *τουτοιν* o, C, P_1 P_2 P_3. || *τωρ utroque loco om.* f. || *βασιλεις* f. || *το ρεθορωρ* h; *το ρεθορασωρ* k; *το ρεθοραρ* l; *ρετορες* f; *τορετερωρ* C; *τωρεφοπορ* P_1, *τορ εφοραρ* P_2. 5 *εμεμφοντω* f. || *επαναγκαξαι*] *προσηθηκην* f; *επελνατκαιζαι* h, k; *επανακαται* C; *altera pars huius verbi obscurior est in* o. || *δε om.* P_1. || *ενδηκατην* f. 6 *χορδιαν* C. || *εκτεναρ ταρ* f. *Coniecerim scriptum fuisse εκταμην omisso altero ταρ, quod deest in* f *et* k. || *υπολιπομενωρ*] *ινολιπομενω* h; *νολιπομενο* k; *υρπολιπομενορ* f; *ιπολιπομενω* l; . . . *διπομενο* o; *υπολιπομενω* P_1, P_2, P_3. Fortasse scribendum *υπολιπομενον.* 7 *επταωνορε* h, k; *επταχορδαν* f, l; *εντα* o. || *ωπωρ* P_2. || *καστορ* h, k, l; *κιταριζι* f; *ωνορεκαστορ* o; *ωπορ σκαστορ* C. || *επτα οπωρ om.* P_1 || *το ταρ πολιορ*] *τουτο ορ μονορ πολιτις* f. 8 *οπον* f, h, k, P_2; *ορον* l; *οπων* o; *οριον* C; *ορον* P_1. || *ευλαβηται*] *εφωβεθη* f; *ειδεται* l; *νειλαβηεται* o. || *ιρ τεν σπαρτην επιφερην τι νοτε τα σιμφηροντα των θισιον ικτενορ με ποτε εοριβισι κλεωρ των αγωνουν των* f. || *επαν* h, k; *ιρ τεν* f; *ει ταν* l; *εν ταν* o; *ετ ταν* C, P_1, P_2, P_3. || *επιφερην* f, h, k, o, P_1, P_2, P_3. 9 *νετον* h, k, l, o; *νετων* C, P_2, P_3; *ητον* P_1. || *ταρα·ρεταρ* h, k, l; *ταρα* o; *τα·ραρεταρ* C; *τα παπεταρ* P_1; *ταραρετ* P_2; *ταραρεταρ* P_3. 10 *αγοντον* h, k, l, o, P_2, P_3; *ατονων* C; *αροντων* P_1. 11 *Verbis graecis subiungit* f *hanc interpretationem, cui lectionum varietatem interpono, quam praebent intra lineas*

Milesio Spartiatas succensuisse, quod multiplicem musicam reddens puerorum animis, quos acceperat erudiendos, officeret et a virtutis modestia praepediret, et quod armoniam, quam modestam susceperat, in genus chromaticum, quod mollius est, invertisset. Tanta igitur apud eos fuit musicae diligentia, ut eam animos quoque obtinere arbitrarentur. Vulgatum quippe est, quam saepe iracundias cantilena represserit, quam multa vel in corporum vel in animorum affectionibus miranda perfecerit. Cui enim est illud ignotum, quod Pythagoras ebrium

f, h, k, l *et interpretatio codicis* g *(Quae quadratis uncis inclusi additamenta sunt, quae rotundis, variae lectiones).* Haec est autem interpretatio illorum. Quoniam Timotheus [art. f] Milesius adveniens (veniens l) in [art. f. hanc l] nostram civitatem [art. f] antiquam, propriam civitatem (MOAN g *i. e. musam*) spernens [autem g, h, k (et f, l), eam g, h, k (art. f) propter g, h, k (art. f)], septem (VII g) chordarum cytharam subvertit, modulationem multarum (multas g, k, l) vocum (voces g, k, l) introducens [ac g] demollivit [art. f] auditus [art. f] iuvenum [per f, g, h, k, l; art f], multas chordas et (etenim f, g, h, k, l) novam (art. VIIII h, k) modulationem genuit et variam propriam (pro g, h, k, l) simpla et ordinata (ordinatam h, k) circumvenit [art. f. MOAN g (pro f; p. n. civitatis h)] in (*om.* l) cromaticum genus constituens, quod est (*om.* l.) mollius, divisionem (divisum l) pro (*om.* l) enarmonico (-nio g, h, k; *om.* l) faciens conversionem [que g] mutuam, vocatus (vocatos g) autem (*om.* l) [et f, g, h, k, l, in art. h, k, f] in (*om.* f) agonem [art. f] eleusinae (eleusiniae g, h, k) matris [art. f] turpitudinem (*om.* l) divulgavit [art. f. fabulosa f, g, h, k, l], dispersione enim (etenim g) [art. f. simele g, semele h, k, l; semeles f] partus (fuit l) non undecies (XI g) novus (novis g, novas h, k) doctrina (doctrine l) edocuit (edocui h, k): de talibus reges et rhetores accusabant [art. f] Timotheum. Addidit autem et [art. f] undecimam (undecim l) chordam (chordas l), extendens enim (*om.* g, h, k, l) superfluas relicta [art. f] ·VII· chordarum cythara. Hoc (*om.* h, k, l) ut singularis civis gravis videns timuit in [art. f] Spartam indicare (iudicare f; inducere l) aliquid (*om.* l) inconvenientium [art. f victimarum f; ultimarum g, h, k, l] extentarum (ex tantarum h, k) ne forte perturbaret (perturbaretur g, h, k, l) gloriam (gloria g, h, k, l) [art. f] certantium (certaminum g, h, k) [art. f]. 2 animos f. 5 est mollius f. 8 cantilena *in margine* k. 9 perfecerit *om.* i. 10 illud est l.

adulescentem Tauromenitanum subphrygii modi sono incitatum spondeo succinente reddiderit mitiorem et sui compotem? Nam cum scortum in rivalis domo esset clausum atque ille furens domum vellet amburere, cumque Pythagoras stellarum cursus, ut ei mos, nocturnus inspiceret, ubi intellexit, sono phrygii modi incitatum multis amicorum monitionibus a facinore noluisse desistere, mutari modum praecepit atque ita furentis animum adulescentis ad statum mentis pacatissimae temperavit. Quod scilicet Marcus Tullius commemorat in eo libro, quem de consiliis suis composuit, aliter quidem, sed hoc modo: „Sed ut aliqua similitudine adductus maximis minima conferam, ut cum vinolenti adulescentes tibiarum etiam cantu, ut fit, instincti mulieris pudicae fores frangerent, admonuisse tibicinam ut spondeum caneret Pythagoras dicitur. Quod cum illa fecisset, tarditate modorum et gravitate canentis illorum furentem petulantiam consedisse." Sed ut similia breviter exempla conquiram, Terpander atque Arion Methymneus Lesbios atque Iones gravissimis morbis cantus eripuere praesidio. Ismenias vero Thebanus Boetiorum pluribus, quos ischiadici doloris tormenta vexabant, modis fertur cunctas abstersisse molestias. Sed et Empedocles, cum eius hospitem quidam gladio furibundus invaderet, quod eius ille patrem accusatione damnasset, inflexisse modum dicitur canendi itaque adulescentis iracundiam temperasse. In tantum vero priscae philosophiae studiis vis musicae artis innotuit, ut Pythagorici, cum diurnas in somno resolverent curas, quibusdam cantilenis uterentur, ut eis lenis et quietus sopor ir-

1 adolescentem h, k, f, l, o. || Taurominitanum k, f, l, o. 2 spondeo modo f. || mitiorem reddiderit k. 4 amburere vellet k. 5 ei *om.* i. 9 pacatissime k, f. 13 *prius* ut *om.* f. 14 ammonuisse k. 17 canentis] cantus *Klotz, fragm. Cic. p. 303.* || petulentiam f. || consedasse o; resedisse *Klotz l. c.* 19 Lesbios] Lybios i. 20 praesedio f. 21 isciatici g; sciatici l. 22 cunctis g. 23 et *om.* i, o. 24 ille patrem eius i. 25 dampnasset f, g, h, k, l, o. || dicitur modum l. || canendi dicitur f. || atque ita h, k. 27 studiis *om.* l; studiosis f. 28 diuturnas h. || in somno] insomnos f. 29 lenis et] lenisset o. || et quietus *om.* k.

reperet. Itaque experrecti aliis quibusdam modis stuporem somni confusionemque purgabant, id nimirum scientes quod tota nostrae animae corporisque compago musica coaptatione coniuncta sit. Nam ut sese corporis affectus habet, ita etiam pulsus cordis motibus incitantur, quod scilicet Democritus Hippocrati medico tradidisse fertur, cum eum quasi ut insanum cunctis Democriti civibus id opinantibus in custodia medendi causa viseret. Sed quorsum istaec? Quia non potest dubitari, quin nostrae animae et corporis status eisdem quodammodo proportionibus videatur esse compositus, quibus armonicas modulationes posterior disputatio coniungi copularique monstrabit. Inde est enim, quod infantes quoque cantilena dulcis oblectat, aliquid vero asperum atque inmite ab audiendi voluptate suspendit. Nimirum id etiam omnis aetas patitur omnisque sexus; quae licet suis actibus distributa sint, una tamen musicae delectatione coniuncta sunt. Quid enim fit, cum in fletibus luctus ipsos modulantur dolentes? quod maxime muliebre est, ut cum cantico quodam dulcior fiat causa deflendi. Id vero etiam fuit antiquis in more, ut cantus tibiae luctibus praeiret. Testis est Papinius Statius hoc versu:

„Cornu grave mugit adunco
Tibia, cui teneros suetum producere manes.“

Et qui suaviter canere non potest, sibi tamen aliquid canit, non quod eum aliqua voluptate id quod canit afficiat, sed quod quandam insitam dulcedinem ex animo proferentes, quoquo modo proferant, delectantur. Nonne illud etiam manifestum est, in bellum pugnantium animos tubarum carmine accendi? Quod si verisimile est, ab animi pacato statu quemquam ad furorem atque iracun-

5 motibus] modis o. || incitatur g. 6 videlicet et k; scilicet et g, h, l. 7 ut *om.* g, h, k. 9 ista g, h, k, l, o. 10 status *om.* l. 13 enim est l. 15 etiam *om.* k. 16 patitur *om.* k. 20 fit i. || vero *om.* o. etiam *om.* l. 21 in morem g, h, k, l, o. || lucti *cum litura* f. 22 Tatius f, g, h, i, k, o. 24 suetum teneros k. 26 afficiat id quod canit g, h, k, l. 28 proferentis i, f. || proferat, delectatur f. 29 bello l. 31 quempiam h, k. || ad iracundiam f.

diam posse proferri, non est dubium quod conturbatae mentis iracundiam vel nimiam cupiditatem modestior modus possit adstringere. Quid? quod, cum aliquis cantilenam libentius auribus atque animo capit, ad illud etiam non sponte convertitur, ut motum quoque aliquem similem auditae cantilenae corpus effingat; et quod omnino aliquod melos auditum sibi memor animus ipse decerpat? ut ex his omnibus perspicue nec dubitanter appareat, ita nobis musicam naturaliter esse coniunctam, ut ea ne si velimus quidem carere possimus. Quocirca intendenda vis mentis est, ut id, quod natura est insitum, scientia quoque possit conprehensum teneri. Sicut enim in visu quoque non sufficit eruditis colores formasque conspicere, nisi etiam quae sit horum proprietas investigaverint, sic non sufficit cantilenis musicis delectari, nisi etiam quali inter se coniunctae sint vocum proportione discatur.

Tres esse musicas; in quo de vi musicae.

II. Principio igitur de musica disserenti illud interim dicendum videtur, quot musicae genera ab eius studiosis conprehensa esse noverimus. Sunt autem tria. Et prima quidem mundana est, secunda vero humana, tertia, quae in quibusdam constituta est instrumentis, ut in cithara vel tibiis ceterisque, quae cantilenae famulantur. Et primum ea, quae est mundana, in his maxime perspicienda est, quae in ipso caelo vel compage elementorum vel temporum varietate visuntur. Qui enim fieri potest, ut tam velox caeli machina tacito silentique cursu moveatur? Etsi ad nostras aures sonus ille non pervenit, quod multis fieri de causis necesse est, non poterit tamen motus tam velocissimus ita magnorum corporum nullos omnino sonos

1 quod *et supra versum* quin g. 3 abstringere f. || Quic o. 6 quid est quod h, k; quid *et supra* i o g. 9 naturaliter musicam f. 10 intenda l. 11 id *om.* h, k. || naturae g, h, k, l, o. 17 de vi musicae narratur h, k, l. 18 de musica *om.* f. || disserendi k, o; disserendi *corr. sec. manu in* disserenti h. || interim *om.* l. 20 noverimus esse comprehensa f || esse *om.* l. || Et *om.* k. 21 quae mundana k. 22 citharis h, k. 25 celo l.

ciere, cum praesertim tanta sint stellarum cursus coaptatione coniuncti, ut nihil aeque compaginatum, nihil ita commissum possit intellegi. Namque alii excelsiores alii inferiores feruntur, atque ita omnes aequali incitatione volvuntur, ut per dispares inaequalitates ratus cursuum ordo ducatur. Unde non potest ab hac caelesti vertigine ratus ordo modulationis absistere. Iam vero quattuor elementorum diversitates contrariasque potentias nisi quaedam armonia coniungeret, qui fieri posset, ut in unum corpus ac machinam convenirent? Sed haec omnis diversitas ita et temporum varietatem parit et fructuum, ut tamen unum anni corpus efficiat. Unde si quid horum, quae tantam varietatem rebus ministrant, animo et cogitatione decerpas, cuncta pereant nec ut ita dicam quicquam consonum servent. Et sicut in gravibus chordis is vocis est modus, ut non ad taciturnitatem gravitas usque descendat, atque in acutis ille custoditur acuminis modus, ne nervi nimium tensi vocis tenuitate rumpantur, sed totum sibi sit consentaneum atque conveniens: ita etiam in mundi musica pervidemus nihil ita esse nimium posse, ut alterum propria nimietate dissolvat. Verum quicquid illud est, aut suos affert fructus aut aliis auxiliatur ut afferant. Nam quod constringit hiems, ver laxat, torret aestas, maturat autumnus, temporaque vicissim vel ipsa suos afferunt fructus vel aliis ut afferant subministrant; de quibus posterius studiosius disputandum est. Humanam vero musicam quisquis in sese ipsum descendit intellegit. Quid est enim quod illam incorpoream rationis vivacitatem corpori misceat, nisi quaedam coaptatio et veluti gravium leviumque vocum quasi unam consonantiam efficiens tem-

1 sunt f; sit, n *correctione addito,* i. || coaptione f. 2 nichil o; nihilque h, k. || ita . . . feruntur atque *om.* o. 3 commixtum g, l; coniunctum h, k. 4 etiam ita o. 6 de *supra* ducatur g. 10 convenire, *cui secunda manus* nt, *tertia* tur *addidit,* i. || omnium h, k. 11 ut tamen *bis* l. 15 sicut] ut l. || is *om.* k, l. 19 consentiens f. 21 quidquid k. 23 hiemps f, g. || relaxet k. 24 afferant fructus l. 26 studiosius *om.* f. 27 sese] se h, k, l. 28 enim *om.* l. || corporei l.

peratio? Quid est aliud quod ipsius inter se partes animae coniungat, quae, ut Aristoteli placet, ex rationabili inrationabilique coniuncta est? Quid vero, quod corporis elementa permiscet, aut partes sibimet rata coaptatione contineat? Sed de hac quoque posterius dicam. Tertia est musica, quae in quibusdam consistere dicitur instrumentis. Haec vero administratur aut intentione ut nervis, aut spiritu ut tibiis, vel his, quae ad aquam moventur, aut percussione quadam, ut in his, quae in concava quaedam aerea feriuntur, atque inde diversi efficiuntur soni. De hac igitur instrumentorum musica primo hoc opere disputandum videtur. Sed proemii satis est. Nunc de ipsis musicae elementis est disserendum.

De vocibus ac de musicae elementis.

III. Consonantia, quae omnem musicae modulationem regit, praeter sonum fieri non potest, sonus vero praeter quendam pulsum percussionemque non redditur, pulsus vero atque percussio nullo modo esse potest, nisi praecesserit motus. Si enim cuncta sint inmobilia, non poterit alterum alteri concurrere, ut alterum inpellatur ab altero, sed cunctis stantibus motuque carentibus nullum fieri necesse est sonum. Idcirco definitur sonus percussio aëris indissoluta usque ad auditum. Motuum vero alii sunt velociores, alii tardiores, eorundemque motuum alii rariores sunt alii spissiores. Nam si quis in continuum motum respiciat, ibi aut velocitatem aut tarditatem necesse est conprehendat, sin vero quis moveat manum aut frequenti eam motu movebit aut raro. Et si tardus quidem fuerit ac rarior motus, graves necesse est sonos effici

1 est autem aliud g, h, k. || animae inter se partes h, k. || animi iungat i. 4 rata *om.* f. 5 posterius quoque h, k. 7 amministratur k. || intensione f. 8 aquas l. 9 a percussione l. || quae in] ubi f. 10 aera f, l. || inde *om.* f; ita o. 11 musicce f. || prima f. 12 videntur l. || prohemii f, l. 14 *Inscript. om.* g. || de *om.* f, h, k, l. 15 regit musicae modulationem k. 16 non potest] nequit f. 22 diffinitur f, l, o. 24 sunt alii f. 28 tardior *et supra versum* ł us f. 29 ac] aut g, h, k.

ipsa tarditate et raritate pellendi. Sin vero sint motus celeres ac spissi, acutos necesse est reddi sonos. Idcirco enim idem nervus, si intendatur amplius, acutum sonat, si remittatur, grave. Quando enim tensior est, velociorem pulsum reddit celeriusque revertitur et frequentius ac spissius aërem ferit. Qui vero laxior est, solutos ac tardos pulsus effert rarosque ipsa inbecillitate feriendi, nec diutius tremit. Neque enim quotiens chorda pellitur, unus edi tantum putandus est sonus aut unam in his esse percussionem, sed totiens aer feritur, quotiens eum chorda tremebunda percusserit. Sed quoniam iunctae sunt velocitates sonorum, nulla intercapedo sentitur auribus et unus sonus sensum pellit vel gravis vel acutus, quamvis uterque ex pluribus constet, gravis quidem ex tardioribus et rarioribus acutus vero ex celeribus ac spissis: velut si conum, quem turbinem vocant, quis diligenter extornet eique unam virgulam coloris rubri vel alterius ducat, et eum qua potest celeritate convertat, tunc totus conus rubro colore videtur infectus, non quo totus ita sit, sed quod partes puras rubrae virgae velocitas conprehendat et apparere non sinat. Sed de his posterius. Igitur quoniam acutae voces spissioribus et velocioribus motibus incitantur, graves vero tardioribus ac raris, liquet additione quadam motuum ex gravitate acumen intendi, detractione vero motuum laxari ex acumine gravitatem. Ex pluribus enim motibus acumen quam gravitas constat. In quibus autem pluralitas differentiam facit, ea necesse est in quadam numerositate consistere. Omnis vero paucitas ad pluralitatem ita sese habet, ut numerus ad numerum comparatus. Eorum vero, quae secundum numerum conferuntur, partim sibi sunt aequalia partim inaequalia. Quocirca soni quoque partim sunt aequales, partim vero

3 idēst f. 4 Quanto h, i, k, o. 7 rarusque f, o. || ipsa *om.* l. 9 sonus putandus est l. 15 et gravioribus, *in margine autem* vel rarioribus g. || ac] et g, h, k, o. || velud k. 16 turbonem f, g, h, k, l, o. 20 quo f. 22 acutae quoniam l. || motibus cordae g, h, k. 27 autem] enim k. 30 comparatur f. 31 sibi sunt] subsistunt l. || sint g, h, k. 32 sunt partim l.

sunt inaequalitate distantes. Sed in his vocibus, quae nulla inaequalitate discordant, nulla omnino consonantia est. Est enim consonantia dissimilium inter se vocum in unum redacta concordia.

De speciebus inaequalitatis.

IIII. Quae vero sunt inaequalia, quinque inter se modis inaequalitatis momenta custodiunt. Aut enim alterum ab altero multiplicitate transcenditur, aut singulis partibus aut pluribus aut multiplicitate et parte aut multiplicitate et partibus. Et primum quidem inaequalitatis genus multiplex appellatur. Est vero multiplex, ubi maior numerus minorem numerum habet in se totum vel bis vel ter vel quater ac deinceps, nihilque deest, nihil exuberat. Appellaturque vel duplum vel triplum vel quadruplum atque ad hunc ordinem in infinita progreditur. Secundum vero inaequalitatis genus est, quod appellatur superparticulare, id est cum maior numerus minorem numerum habet in se totum et unam eius aliquam partem eamque vel dimidiam, ut tres duorum, et vocatur sesqualtera proportio, vel tertiam, ut quattuor ad tres, et vocatur sesquitertia, atque ad hunc modum etiam posterioribus numeris pars aliqua a maioribus super minores numeros continetur. Tertium vero genus inaequalitatis est, quotiens maior numerus totum intra se minorem continet et eius aliquantas insuper partes. Et si duas quidem supra continet, vocabitur proportio superbipartiens, ut sunt quinque ad tres, sin vero tres super continet, vocabitur supertripartiens, ut sunt septem ad quattuor, et in ceteris quidem eadem esse similitudo potest. Quartum vero est inaequalitatis genus, quod ex multiplici et superparti-

1 sunt *om.* h, k; sint g. 3 Est enim consonantia *om.* l; Etenim consonantia est g, h, k. 5 *Inscript. om.* g. De quatuor speciebus. l. 6 ·V·que l. 9 parte .... partibus *om.* f. 12 habet numerum i. 13 et nihil h, k; nihilque f, l. || exuperat h, i. 15 ad] in l. 22 numeros *om.* h, k. 23 inaequalitatis genus l. 24 intra se *om.* h, k. 26 vocatur k. || sint k. 28 supratripartiens i, f, o. 29 similitudo esse h, k, l, o. 30 genus inaequalitatis est h, k, l; genus est inaequa-

culari coniungitur, cum scilicet maior numerus habet in se minorem numerum vel bis vel ter vel quotienslibet atque eius unam aliquam partem, et si eum bis habet et eius dimidiam partem, vocabitur duplex supersesqualter, ut sunt quinque ad duo; sin vero bis minor continebitur et eius tertia pars, vocabitur duplex supersesquitertius, ut sunt septem ad tres. Sin vero tertio continebitur et eius dimidia pars, vocabitur triplex supersesqualter, ut sunt septem ad duo, atque ad eundem modum in ceteris et multiplicitatis et superparticularitatis vocabula variantur. Quintum est genus inaequalitatis, quod appellatur multiplex superpartiens, quando maior numerus minorem numerum habet in se totum plus quam semel et eius plus quam unam aliquam partem. Et si bis maior numerus minorem numerum continebit, duasque eius insuper partes, vocabitur duplex superbipartiens, ut sunt tres ad octo, et rursus triplex superbipartiens, ut sunt tres et ·XI· Ac de his idcirco nunc strictim ac breviter explicamus, quoniam in libris, quos de arithmetica institutione conscripsimus, diligentius enodavimus.

Quae inaequalitatis species consonantiis deputentur.

V. Ex his igitur inaequalitatis generibus postrema duo, quoniam ex superioribus sunt mixta, relinquantur, de tribus vero prioribus speculatio facienda est. Obtinere igitur maiorem ad consonantias potestatem videtur multiplex, consequentem autem superparticularis. Superpar-

litatis f. 3 eam i. 4 vocatur h, k. || sesqualter h, k, l, o. 6 duplex sesquitertius vocabitur h, k. || sesquitertius f, l, o. 8 vocatur k. || sesqualter h, k, f, l, o. 9 motum o. 12 maior *om.* i. || minorem *om.* i. 13 in se totum habet g; in se habet totum h, k. 14 unam *om.* l. || maior numerus *bis* l. 15 continebit] habet l. 16 ut sunt tres et ·XI· *om.* o; *supra versum* i. || sint k. 17 et] ad f. 18 iccirco k, f, l. 21 *Inscript. om.* g. aptentur consonantiis k. || abtentur h; aptentur f, l. 23 sunt mixtae g, l. || relinquantur *et supra versum* mus g. 24 superioribus h, k. 26 consequenter i, f.

tiens vero ab armoniae concinentia separatur, ut quibusdam praeter Ptolemaeum videtur.

Cur multiplicitas et superparticularitas consonantiis deputentur.

VI. Ea namque probantur coaptationi consentanea, quae sunt natura simplicia. Et quoniam gravitas et acumen in quantitate consistunt, ea maxime videbuntur servare naturam concinentiae, quae discretae proprietatem quantitatis poterunt custodire. Nam cum sit alia quidem discreta quantitas, alia vero continua, ea quae discreta est in minimo quidem finita est, sed in infinitum per maiora procedit. Namque in ea minima unitas eademque finita est, in infinitum vero modus pluralitatis augetur, ut numerus, qui, cum a finita incipiat unitate, crescendi non habet finem. Rursus quae est continua, tota quidem finita est, sed per infinita minuitur. Linea enim, quae continua est, in infinita semper partitione dividitur, cum sit eius summa vel pedalis vel quaecunque alia definita mensura. Quocirca numerus semper in infinita crescit, continua vero quantitas in infinita minuitur. Multiplicitas igitur, quoniam finem crescendi non habet, numeri maxime servat naturam. Superparticularitas autem, quoniam in infinitum minorem minuit, proprietatem servat continuae quantitatis. Minuit autem minorem, cum semper eum continet et eius vel dimidiam partem vel tertiam vel quartam vel quintam. Nam semper pars a maiore numero denominata ipsa decrescit. Nam cum tertia a tribus deno-

1 continentia g, i, l. || quib· i. 2 tholomeum h. 3 *Inscript. om.* g. || particularitas k. || aptentur f, k. 5 probentur l. || comparationi h, k; comparatione, i *supra* e, g. 7 conservare h, k. 9 poterint i; poterint, u *supra* i, g. || quidem *om.* h, k. 10 vero *om.* h, k. || ea vero f. 11 finita] discreta l. || sed et h, k. 13 modus vero i. || augebitur g, h, k. 14 crescit l. 17 minuitur g, k, o; munuitur h. || eius summa sit f. 18 mensura definita h, k. 19 concrescit f, g, h, k, l, o. 20 Multiplicatas i. 21 crescendi finem g, h, k, l, o. 26 minore l.

minata sit, quarta vero a quattuor, cum quattuor tres superent, quarta potius quam tertia minutior invenitur. Superpartiens vero iam quodam modo a simplicitate discedit; duas enim vel tres vel quattuor habet insuper partes et a simplicitate discedens exuberat ad quandam partium pluralitatem. Rursus multiplicitas omnis in integritate se continet. Nam duplum bis habet totum minorem, triplum item tertio continet totum minorem atque ad eundem modum cetera. Superparticularitas vero nihil integrum servat, sed vel dimidio superat, vel tertia vel quarta vel quinta; sed tamen divisionem singulis ac simplicibus partibus operatur. Superpartiens autem inaequalitas nec servat integrum nec singulas adimit partes, atque idcirco secundum Pythagoricos minime musicis consonantiis adhibetur. Ptolemaeus tamen etiam hanc proportionem inter consonantias ponit, ut posterius ostendam.

Quae proportiones quibus consonantiis musicis aptentur.

VII. Illud tamen esse cognitum debet, quod omnis musicae consonantiae aut in duplici aut in triplici aut in quadrupla aut in sesqualtera aut in sesquitertia proportione consistant; et vocabitur quidem, quae in numeris sesquitertia, diatessaron in sonis, quae in numeris sesqualtera, diapente appellatur in vocibus, quae vero in proportionibus dupla est, diapason in consonantiis, tripla vero diapente ac diapason, quadrupla autem bis diapason. Et nunc quidem universaliter atque indiscrete dictum sit, posterius vero omnis ratio proportionum lucebit.

3 quodam modo *om.* f. 4 insuper partes *post* enim *ponit* k. 5 exuperat h. 6 multiplicatas i. 8 item *om.* l. 10 dimidia f. 11 vel quinta *om.* h, k. 15 Ptholomeus g. 18 *Inscript. om.* g. 20 in *ante* triplici *om.* i. 21 in *ante* sesquitertia *om.* g, h, k. 22 consistunt f. 23 sesquitertia est f, l, o. || *δυαϑησσηρον* l. || in sonis *om.* l. 24 *δυαπηνϑη* l. 25 est *om.* l. || *δυαπασων* l. 27 indiscretae i. 28 ratio omnis f.

Quid sit sonus, quid intervallum, quid consonantia.

VIII. Sonus igitur est vocis casus emmeles, id est aptus melo, in unam intensionem. Sonum vero non generalem nunc volumus definire, sed eum, qui graece dicitur phthongos, dictus a similitudine loquendi, id est φθεγγεσθαι. Intervallum vero est soni acuti gravisque distantia. Consonantia est acuti soni gravisque mixtura suaviter uniformiterque auribus accidens. Dissonantia vero est duorum sonorum sibimet permixtorum ad aurem veniens aspera atque iniucunda percussio. Nam dum sibimet misceri nolunt et quodammodo integer uterque nititur pervenire, cumque alter alteri officit, ad sensum insuaviter uterque transmittitur.

Non omne iudicium dandum esse sensibus sed amplius rationi esse credendum; in quo de sensuum fallacia.

VIIII. Sed de his ita proponimus, ut non omne iudicium sensibus demus, quamquam a sensu aurium huiusce artis sumatur omne principium. Nam si nullus esset auditus, nulla omnino disputatio de vocibus extitisset. Sed principium quodam modo et quasi admonitionis vicem tenet auditus, postrema vero perfectio agnitionisque vis in ratione consistit, quae certis regulis sese tenens nunquam ullo errore prolabitur. Nam quid diutius dicendum est de errore sensuum, quando nec omnibus eadem sentiendi vis nec eidem homini semper aequalis est? Frustra autem vario iudicio quisquam committet, quod veraciter affectet inquirere. Idcirco Pythagorici medio quodam

1 *Inscript. om.* g. || sonus sit h, l. || concinentia f, h, k. 2 Tonus o. || est igitur l. || enmeles l. 6 soni est h, k. || acuti soni l. 8 accedens f. || duorum est k. 9 asperata aut l. 10 iniocunda f, g, h, i, o. 12 uterque insuaviter h, k. 14 *Inscript. om.* g. 14—15 dandum .... fallacia *om.* k *maximam partem; addit enim solum:* sensibus dandum. Sed rationi. 15 esse *om.* h, l. 17 huiuscae g, h, k. 19 exstitisset f, l. 20 ammonitionis k. 21 vero] autem k. 23 nullo unquam g, h, k, l. 25 est *om.* l. 27 affectat g, h, k, l.

feruntur itinere. Nam nec omne iudicium dedunt auribus et quaedam tamen ab eis non nisi auribus explorantur. Ipsas enim consonantias aure metiuntur, quibus vero inter se distantiis consonantiae differant, id iam non auribus, quarum sunt obtusa iudicia, sed regulis rationique permittunt, ut quasi oboediens quidam famulusque sit sensus, iudex vero atque imperans ratio. Nam licet omnium paene artium atque ipsius vitae momenta sensuum occasione producta sint, nullum tamen in his iudicium certum, nulla veri est conprehensio, si arbitrium rationis abscedat. Ipse enim sensus aeque maximis minimisque corrumpitur. Nam neque minima sentire propter ipsorum sensibilium parvitatem potest, et maioribus saepe confunditur, ut in vocibus, quas si minimae sint, difficilius captat auditus, si sint maximae, ipsius sonitus intentione surdescit.

Quemadmodum Pythagoras proportiones consonantiarum investigaverit.

X. Haec igitur maxime causa fuit, cur relicto aurium iudicio Pythagoras ad regularum momenta migraverit, qui nullis humanis auribus credens, quae partim natura, partim etiam extrinsecus accidentibus permutantur, partim ipsis variantur aetatibus, nullis etiam deditus instrumentis, penes quae saepe multa varietas atque inconstantia nasceretur, dum nunc quidem si nervos velis aspicere vel aer umidior pulsus obtunderet vel siccior excitaret vel magnitudo chordae graviorem redderet sonum vel acumen subtilior tenuaret vel alio quodam modo statum prioris constantiae permutaret, et cum idem esset in ceteris instrumentis, omnia haec in-

2 his l. 3 etenim l. || metiuntur aure f. || distantiis inter se k. 6 quidam *om.* f. 7 sit ratio l. || pene h, i, f. 9 iudicii f. 14 minime f, k. 15 maxime f, o. || surdescunt h, k. 16 *Inscript. om.* g. || proportionem i. 18 quur g. 19 monumenta i. 20 naturae g. 21 etiam *om.* h, k. 22 paenes h. 23 inconsonantia l. 24 aer *om.* l, o. || humidior f, h, k, l, o. 26 subtilior magnitudo chordae g, h, k; subtilior *et supra versum* magnitudo chordae f. 27 alium g, h, k. 28 instrumentis in ceteris h, k.

consulta minimaeque aestimans fidei diuque aestuans inquirebat, quanam ratione firmiter et constanter consonantiarum momenta perdisceret. Cum interea divino quodam nutu praeteriens fabrorum officinas pulsos malleos exaudit ex diversis sonis unam quodam modo concinentiam personare. Ita igitur ad id, quod diu inquirebat, adtonitus accessit ad opus diuque considerans arbitratus est diversitatem sonorum ferientium vires efficere, atque ut id apertius conliqueret, mutare inter se malleos imperavit. Sed sonorum proprietas non in hominum lacertis haerebat, sed mutatos malleos comitabatur. Ubi id igitur animadvertit, malleorum pondus examinat, et cum quinque essent forte mallei, dupli reperti sunt pondere, qui sibi secundum diapason consonantiam respondebant. Eundem etiam, qui duplus esset alio, sesquitertium alterius conprehendit, ad quem scilicet diatessaron sonabat. Ad alium vero quendam, qui eidem diapente consonantia iungebatur, eundem superioris duplum repperit esse sesqualterum. Duo vero hi, ad quos superior duplex sesquitertius et sesqualter esse probatus est, ad se invicem sesquioctavam proportionem perpensi sunt custodire. Quintus vero est reiectus, qui cunctis erat inconsonans. Cum igitur ante Pythagoram consonantiae musicae partim diapason partim diapente partim diatessaron, quae est consonantia minima, vocarentur, primus Pythagoras hoc modo repperit, qua proportione sibimet haec sonorum concordia iungeretur. Et ut sit clarius quod dictum est, sint verbi gratia malleorum quattuor pondera, quae subter scriptis numeris contineantur: XII. VIIII. VIII. VI. Hi igitur mallei, qui ·XII·

1 minimeque f, l. || estuans l. 2 qua ratione nam i. 6 observare *et supra versum* ł personare l. 9 colligeret, qu *supra* g, k. || mutari f. 10 herebat f. 16 resonabat g, h, k, l. || At k. 17 eidem duplo h, k. || in consonantia h, k. 19 hii f. 21 est *om.* i, f. 29 *In* f *et* l *addita*

XII. VIIII.

est haec figura [figura] *cuius numeris consonantiarum no-*

VI. VIII.

mina adscripta sunt; o *similem habet figuram omissis lineis et numero* ·VI·

et ·VI· ponderibus vergebant, diapason in duplo concinentiam personabant. Malleus vero ·XII· ponderum ad malleum ·VIIII· et malleus ·VIII· ponderum ad malleum ·VI· ponderum secundum epitritam proportionem diatessaron consonantia iungebatur. ·VIIII· vero ponderum ad ·VI· et ·XII· ad ·VIII· diapente consonantiam permiscebant. ·VIIII· vero ad ·VIII· in sesquioctava proportione resonabant tonum.

Quibus modis variae a Pythagora proportiones consonantiarum perpensae sint.

XI. Hinc igitur domum reversus varia examinatione perpendit, an in his proportionibus ratio symphoniarum tota consisteret. Nunc quidem aequa pondera nervis aptans eorumque consonantias aure diiudicans, nunc vero in longitudine calamorum duplicitatem medietatemque restituens ceterasque proportiones aptans integerrimam fidem diversa experientia capiebat. Saepe etiam pro mensurarum modo cyathos aequorum ponderum acetabulis inmittens; saepe ipsa quoque acetabula diversis formata ponderibus virga vel aerea ferreave percutiens nihil sese diversum invenisse laetatus est. Hinc etiam ductus longitudinem crassitudinemque chordarum ut examinaret adgressus est. Itaque invenit regulam, de qua posterius loquemur, quae ex re vocabulum sumpsit, non quod regula sit lignea, per quam magnitudines chordarum sonumque metimur, sed quod regula quaedam sit huiusmodi inspectio fixa firmaque, ut nullum inquirentem dubio fallat indicio.

2 qui ·XII· f, g, h, k, l. 5 consonantia *om.* h. k. ‖ coniungebatur h, k. 8 tonum *om.* l. 9 *Inscript. om.* g, l. ‖ consonantium f. 10 sunt f. 14 audire i. 17 fidem *om.* l. 18 cyatos f, h, l, o. 19 quoque ipsa acitabula f. 20 percuciens g. 21 diversum sese laetatus est invenisse k. ‖ invenire, r *sec. manu in* ss *mutato* f. ‖ testatus est o. 25 lignea sit regula f. 26 sonorumque i. ‖ sit quaedam k. 27 inspeccio g.

De divisione vocum earumque explanatione.

XII. Sed de his hactenus. Nunc vocum differentias colligamus. Omnis vox aut συνεχης est, quae continua, aut διαστηματικη, quae dicitur cum intervallo suspensa. Et continua quidem est, qua loquentes vel prosam orationem legentes verba percurrimus. Festinat enim tunc vox non haerere in acutis et gravibus sonis, sed quam velocissime verba percurrere, expediendisque sensibus exprimendisque sermonibus continuae vocis impetus operatur. Διαστηματικη autem est ea, quam canendo suspendimus, in qua non potius sermonibus sed modulis inservimus, estque vox ipsa tardior et per modulandas varietates quoddam faciens intervallum, non taciturnitatis sed suspensae ac tardae potius cantilenae. His, ut Albinus autumat, additur tertia differentia, quae medias voces possit includere, cum scilicet heroum poema legimus neque continuo cursu, ut prosam, neque suspenso segniorique modo vocis, ut canticum.

Quod infinitatem vocum humana natura finiverit.

XIII. Sed quae continua vox est et ea rursus, qua decurrimus cantilenam, naturaliter quidem infinitae sunt. Consideratione enim accepta nullus modus vel evolvendis sermonibus fit vel acuminibus adtollendis gravitatibusque laxandis, sed utrisque natura humana fecit proprium finem. Continuae enim voci terminum humanus spiritus facit, ultra quem nulla ratione valet excedere. Tantum enim unusquisque loquitur continue, quantum naturalis

1 *Inscript. om.* g. || earumque explanatione *om.* l. 3 est quae *supra versum* f. 6 Festinet h, k; Festinet, at *supra* et, g. 10 *Post* suspendimus *addunt* g, h, k, l: et ideo non sunt ibi accentus observandi, *quae supra versum scripta sunt* in f. 16 poemata, g, h, k, l, o. 18 can *omisso* ticum l. 19 Quod *om.* k. || unitatem i. 21 quidem *om.* h, k. || infinita est i. 22 acceptae h, k; acceptae, a *supra* ae, g, l. || modis l. 24 humana natura k. 26 fecit *codd.* 27 continuae g. || natura h, k.

spiritus sinat. Rursus διαστηματικῃ voci natura hominum terminum facit, quae acutam eorum vocem gravemque determinat. Tantum enim unusquisque vel acumen valet extollere, vel deprimere gravitatem, quantum vocis eius naturalis patitur modus.

Quis modus sit audiendi.

XIIII. Nunc quis modus audiendi sit, disseramus. Tale enim quiddam fieri consuevit in vocibus, quale cum [in] paludibus vel quietis aquis iactum eminus mergitur saxum. Prius enim in parvissimum orbem undam colligit, deinde maioribus orbibus undarum globos spargit, atque eo usque dum defatigatus motus ab eliciendis fluctibus conquiescat. Semperque posterior et maior undula pulsu debiliore diffunditur. Quod si quid sit, quod crescentes undas possit offendere, statim motus ille revertitur et quasi ad centrum, unde profectus fuerat, eisdem undulis rotundatur. Ita igitur cum aër pulsus fecerit sonum, pellit alium proximum et quodammodo rotundum fluctum aeris ciet, itaque diffunditur et omnium circum stantium simul ferit auditum. Atque illi est obscurior vox, qui longius steterit, quoniam ad eum debilior pulsi aëris unda pervenit.

De ordine theorematum, id est speculationum.

XV. His igitur ita propositis dicendum videtur, quot generibus omnis cantilena texatur, de quibus armonicae inventionis disciplina considerat. Sunt autem haec: diatonum, chroma, armonia. De quibus ita demum explicandum est, si prius de tetrachordis disseremus et quemadmodum auctus nervorum numerus, quo nunc pluralitatis est, usque pervenerit. Id autem fiet, si prius com-

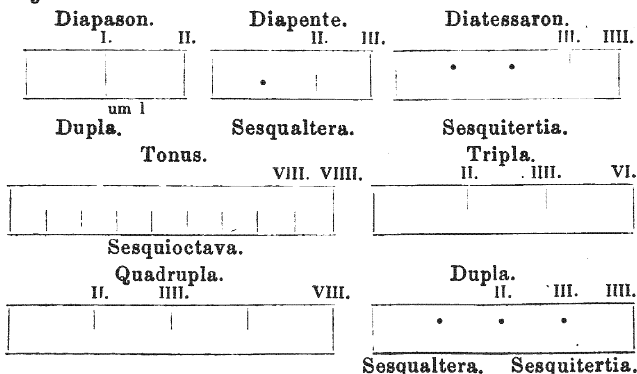
2 quae natura h, k. 5 naturaliter g, h, k, l. 6 *Inscript. om.* g. 8 [in] *om. codd.* 12 fatigatus g, h, k, l. 20 ferit simul i. 22 *Inscript. om.* g. || id est speculationum *om.* l. 23 dispositis o. 25 autem] igitur g, l. 26 oromaticum enarmonicum f. 27 disseramus g, h, k, l, o. 29 siet f.

memoremus, quibus proportionibus symphoniae musicae misceantur.

De consonantiis proportionum et tono et semitonio.

XVI. Nam si vox voce duplo sit acuta vel gravis, diapason consonantia fiet, si vox voce sesqualtera proportione

1 symphonicae f. 2 misceatur o. 3 *Inscript. om.* g. || et tono et semitonio *om.* h, k; et tono *om.* l. || *Huic capiti praemissae sunt in* i *et* f *descriptiones consonantiarum, quae in* g, h, k, l *medio capiti insertae sunt, in* o *in folio undeseptuagesimo ex parte inveniuntur. Quae cum aperta sint additamenta, satis habui et ea verba transscribere, quae in* i *et* f *descriptionibus addita sunt, quae eadem fere in* h, k, l *descriptionibus adscripta sunt, et eas figuras describere, quas maxime idoneas* g *praebet. Leguntur igitur in* i *et* f *haec:* Diapason est symphonia (symphonia est f), quae fit hoc modo (in duplo, ut est hoc f): I. II. Diapente vero (est f), quae constat his numeris II. III. Diatessaron est, quae in hac proportione fit (consistit f.) III. IIII. Tonus vero hac (*om.* f) sesquioctava proportione concluditur (in hoc VIII. VIIII. f), sed in hoc nondum est consonantia (ut f) ·VIII· (*om.* f) ·VIIII· (*om.* f). Diapason vero et diapente tripla comparatione colligitur hoc modo: II. IIII. VI. Bis diapason quadrupla collatione perficitur hoc modo II. IIII. VIII. Diapente (vero f) ac diatessaron unum perficiunt diapason hoc modo: II. III. IIII. *Figurae vero sunt hae:*



4 voci g, l.

sit vel sesquitertia vel sesquioctava acutior graviorque, diapente vel diatessaron vel tonum consonantiam reddet; item si diapason ut duo et quattuor et diapente ut sex et quattuor coniungantur, triplam, quae est diapason et diapente, efficient symphoniam; quod si bis diapason fiant, ut ·II· ad ·IIII· et ·IIII· ad ·VIII·, quadrupla fiet consonantia, quae est bis diapason; quod si sesqualtera et sesquitertia, id est diapente et diatessaron, ut ·II· ad ·III· et ·III· ad ·IIII· coniungantur, dupla, diapason nimirum, nascitur concinentia. Quattuor enim ad ·III. sesquitertiam obtinent proportionem, tres vero ad binarium sesqualtera conlatione iunguntur; et idem quaternarius ad binarium appositus dupla ei comparatione copulatur, sed sesquitertia diatessaron, sesqualtera proportio diapente consonantiam creat, dupla vero diapason efficit symphoniam. Diatessaron igitur ac diapente unam diapason concinentiam iungunt. Rursus tonus in aequa dividi non potest, cur autem, posterius liquebit; nunc hoc tantum nosse sufficiat, quod nunquam tonus in gemina aequa dividitur. Atque ut id facillime conprobetur, sit sesquioctava proportio ·VIII· et ·VIIII· Horum nullus naturaliter medius numerus incidet. Hos igitur binario multiplicemus, fiuntque bis VIII. XVI., bis VIIII. XVIII. Inter ·XVI· autem ac ·XVIII· unus numerus naturaliter intercidit, qui est scilicet ·XVII· Qui disponantur in ordinem XVI. XVII. XVIII. Igitur ·XVI. ac ·XVIII· collati sesquioctavam retinent proportionem atque idcirco tonum. Sed hanc proportionem

4 coniunguntur g, h, k, l, o. 5 symphoniam *om.* i. fiat o. 6 ·II· et ·IIII· et ·IIII· et ·VIII· g, h, k, l, o. || fiat g, h, k, l, o. 9 dupla id est diapason nimirum g, h, k, l, o. 10 continentia f. 12 conlatione *om.* f. || item h, k. 13 sed et sesquitertia f. 14 et sesqualtera f. 15 creant f. 16 igitur *om.* l. || diapente igitur ac diatessaron o. || consonantiam h, k. 17 *In* h *et* k *hinc caput initium sumit cum inscriptione:* De tono ac semitonio. 19 gemina *om.* h, k. 20 id] hoc h, k. 22 Hos igitur si f. 23 ac] et g, h, k, l. 24 incidit g, h, k, l. 25 XVI. XVII. et ·XVIII· k; ·XVI· et ·XVII· et ·XVIII· g, h, l. 26 ac] et g, h, k, l, o. || copulati i. 27 iccirco f, k. || propositionem *et supra versum recentiore manu* proportionem h.

·XVII· numerus medius non in aequalia partitur. Comparatus enim ad ·XVI· habet in se totum ·XVI· et eius sextam decimam partem, scilicet unitatem. Si vero ad eum, id est ad ·XVII·, tertius ·XVIII· numerus comparetur, habet eum totum et eius septimam decimam partem; non igitur isdem partibus et minorem superat et a maiore superatur. Et est minor pars septima decima, maior sexta decima. Sed utraque semitonia nuncupantur, non quod omnino semitonia ex aequo sint media, sed quod semum dici solet, quod ad integritatem usque non pervenit. Sed inter haec unum maius semitonium nuncupatur, aliud minus.

In quibus primis numeris semitonium constet.

XVII. Quod vero sit integrum semitonium aut quibus primis numeris constet, nunc evidentius explicabo. Id enim, quod de divisione toni dictum est, non ad hoc pertinet, ut semitoniorum modos voluerimus ostendere, sed ad id potius, quod tonum in gemina aequa diceremus non posse disiungi. Diatessaron quae est consonantia vocum quidem est quattuor, intervallorum trium; constat autem ex duobus tonis et non integro semitonio. Sit enim subiecta descriptio: CXCII. CCXVI. CCXLIII. CCLVI. Si igitur ·CXCII· numerus ·CCLVI. comparetur, sesquitertia proportio fiet ac diatessaron concinentiam resonabit. Sed si ·CCXVI· ad ·CXCII· comparemus, sesquioctava proportio est. Est enim eorum differentia ·XXIIII· quae est octava pars de centum ·XC· duobus. Est igitur tonus. Rursus ·CCXLIII· si ·CCXVI· comparetur, erit altera sesquioctava proportio. Nam eorum differentia ·XXVII. pars ducento-

2 enim] autem f. 3 Sin vero o. 4 ad *om.* f, || id est octavus decimus g, h, k, l, o. 6 hisdem g, h, i, k, l, o. | superet f. 12 *Inscript. om.* g. || constat l. 13 ·XVIII· h. 19 ·IIII·or est f. || autem] *om.* h, k; enim o. 20 non *om.* f, h, k; non *supra versum* g, i. 22 ad ·CCLVI· f. 23 consonantiam f, h. 25 enim] igitur k. 27 ad ·CCXVI· f. || comparatur g, h, i, k, l, o. 28 proportio] l *addit in latere descriptionem numerorum et differentiarum cum inscriptionibus.*

rum ·XVI· probatur octava. Restat comparatio ducentorum ·LVI· ad ·CCXLIII· quorum differentia est ·XIII· qui octies facti medietatem ducentorum ·XL· trium non videntur inplere. Non est igitur semitonium, sed minus a semitonio. Tunc enim integrum esse semitonium iure putaretur, si eorum differentia, quae est ·XIII· facta octies medietatem ducentorum ·XL· trium numerorum potuisset aequare; estque verum semitonium minus ducentorum quadraginta trium ad ·CCLVI· comparatio.

Diatessaron a diapente tono distare.

XVIII. Rursus diapente consonantia vocum quidem est quinque, intervallorum quattuor, trium tonorum et minore semitonio. Ponatur enim idem numerus ·CXCII· et eius sesqualter sumatur, qui ad eum diapente faciat consonantiam. Sit igitur numerus ·CCLXXXVIII. Igitur horum et superius deprehensorum ·CXCII· ponantur in medio numeri hi: CCXVI. CCXLIII. CCLVI. et sit hoc modo formata descriptio: CXCII. CCXVI. CCXLIII. CCLVI. CCLXXXVIII. In superiori igitur descriptione ·CXCII· et ·CCLVI· duos tonos et semitonium continere monstrati sunt. Restat igitur comparatio ducentorum ad ·CCLXXXVIII· quae est sesquioctava, id est tonus, eorumque differentia est ·XXXII· quae est octava pars ducentorum quinquaginta atque sex. Itaque monstrata est diapente consonantia ex tribus tonis semitonioque consistere. Sed dudum diatessaron consonantia a centum ·XC· duobus numeris usque ad ·CCLVI· venerat. Nunc vero diapente ab eisdem ·CXC· duobus numeris usque ad ·CCLXXXVIII· distenditur. Superatur igitur diatessaron consonantia a diapente ea

1 comparatio *om.* l. 5 semitonium esse k. 10 *Inscript. om.* g. || ab i, f. 11 ·XVIIII· h. 12 tonorum ·III· h; tonorum tres k. 13 numerus idem l. 14 qui ad eum] quia deum g. 19 superiore f. 21 comparatio *om.* l. 23 est differentia k. 24 atque *om.* f, k. || consonantia diapente f. 27 ducentorum L. VI. i. 28 ab g, h, k, l, o.

proportione, quae inter ·CCLVI· et ·CCLXXXVIII. numeros continetur, ac est hic tonus. Diatessaron igitur symphonia a diapente tono transcenditur.

Diapason quinque tonis et duobus semitoniis iungi.

XVIIII. Diapason consonantia constat ex quinque tonis et duobus semitoniis, quae tamen unum non inpleant tonum. Quoniam enim monstratum est, diapason ex diatessaron et diapente consistere, diatessaron vero probata est ex duobus tonis semitonioque constare, diapente ex tribus tonis ac semitonio, simul iuncta efficiunt quinque tonos. Sed quoniam duo illa semitonia non erant integrae medietates, eorum coniunctio ad plenum usque non pervenit, sed medietatem quidem superat, ab integritate relinquitur. Estque diapason secundum hanc rationem ex quinque tonis et duobus semitoniis, quae sicut ad integrum tonum non aspirant, ita ultra integrum semitonium prodeunt. Sed quae horum ratio sit, vel quemadmodum ipsae consonantiae musicae repperiantur, postea liquidius explanabitur. Interea praesenti disputationi sub mediocri intellegentia credulitas adhibenda est; tunc vero firma omnis fides sumenda est, cum propria unum quodque demonstratione claruerit. His igitur ita dispositis paulisper de nervis citharae ac de eorum nominibus, quoque modo sint additae disseramus, quaeque eorum causa sit nominum. His enim primitus ad notitiam venientibus facile erit scientia quae sequuntur amplecti.

De additionibus chordarum earumque nominibus.

XX. Simplicem principio fuisse musicam Nicomachus

1 numerus i. 2 ac] at h, k, f, l. || hic est k. 4 *Inscript. om.* g. || Diapason iungi tonis quinque et semitoniis duobus k. 5 ·XX· h. 6 quae] qui f, i. || non unum g, h, k, l, o. 7—8 Quoniam . . . consistere *in margine* k. 12 medietatis i. 16 adspirant i, asspirant f. 19 duputationi h. 21 est *om.* f. 24 sit causa f. 27 *Inscript. om.* g. || addicione h, l; additione f, k. 28 ·XXI. h.

refert adeo, ut quattuor nervis constaret, idque usque ad Orpheum duravit, ut primus quidem nervus et quartus diapason consonantiam resonarent, medii vero ad se invicem atque ad extremos diapente ac diatessaron, nihil vero in eis esset inconsonum, ad imitationem scilicet musicae mundanae, quae ex quattuor constat elementis. Cuius quadrichordi Mercurius dicitur inventor. Quintam vero chordam post Coroebus Atyis filius adiunxit, qui fuit Lydorum rex. Hyagnis vero Phryx sextum his apposuit nervum. Sed septimus nervus a Terpandro Lesbio adiunctus est secundum septem scilicet planetarum similitudinem. Inque his quae gravissima quidem erat, vocata est hypate quasi maior atque honorabilior, unde Iovem etiam hypaton vocant. Consulem quoque eodem nuncupant nomine propter excellentiam dignitatis. Eaque Saturno est adtributa propter tarditatem motus et gravitatem soni. Parhypate vero secunda quasi iuxta hypaten posita et collocata. Lichanos tertia idcirco, quoniam lichanos digitus dicitur, quem nos indicem vocamus. Graecus a lingendo lichanon appellat. Et quoniam in canendo ad eam chordam, quae erat tertia ab hypate index digitus, qui est lichanos, inveniebatur, idcirco ipsa quoque lichanos appellata est. Quarta dicitur mese, quoniam inter ·VII· semper est media. Quinta est paramese, quasi iuxta mediam conlocata. Septima autem dicitur nete, quasi neate id est inferior, inter quam neten et paramesen sexta quae est, vocatur paranete, quasi iuxta neten locata. Paramese vero, quoniam tertia est a nete, eodem quoque vocabulo trite nuncupatur, ut sit descriptio haec:

1 tota constaret f, g, l, o. 4 nil g, h, k, l; nichil o. 5 eis] his f. 6 mundanae musicae k. 8 post *om.* l. || Choroebus h, k; Toroebus f, g, l. || Atys g, o; Atis l; atyris f. 9 Hiagnis g, h, k, l. || vero *om.* g, h, k, l. 11 scilicet septem g, k, l, o; scilicet ·VII· h. 17 hypate f. 18 iccirco k. || dicitur digitus k. 21 hypata h, i, k, f. 24 est media] media quarta est f. || Paramese est quinta f. || paramese *supra versum* i. 25 locata l. || autem *om.* k. 27 est sexta quae g, h, k, l, o; sexta quae i. 28 a nete id est inferior g, h, k, l. 29 trite] tertia i; trite id est tertia f, o.

Hypate
Parhypate
Lichanos
Mese
Paramese vel trite
Paranete
Nete

His octavam Samius Lycaon adiunxit atque inter paramesen, quae etiam trite dicitur, et paraneten nervum medium coaptavit, ut ipse tertius esset a nete, et paramese quidem vocata est sola, quae post mediam collocabatur. Trites vero nomen perdidit postea quam inter eam atque paraneten tertius a nete locatus est nervus, qui digne trites nomen exciperet, ut sit octachordum secundum Lycaonis additionem hoc:

Hypate
Parhypate
Lichanos
Mese
Paramese
Trite
Paranete
Nete

In superioribus igitur duabus dispositionibus eptachordi et octachordi eptachordum quidem dicitur synemmenon, quod est coniunctum, octachordum vero diezeugmenon, quod est disiunctum. In eptachordo enim est unum tetrachordum: hypate, parhypate, lichanos, mese, aliud vero; mese paramese, paranete, nete, dum mesen nervum secundo numeramus. Atque ideo duo tetrachorda per mesen

9 tritae i. 11 medium g, h, k. 12 quam] quoniam h, k. || atque] ac k, o. 14 octochordum f, k, o; dum, *omisso* octacor, h. 25 quippe k. 29 mesen vero k.

coniunguntur. In octachordo vero quoniam octo sunt chordae superiores quattuor, idest hypate, parhypate, lichanos, mese unum tetrachordum explent. Ab hoc vero disiunctum atque integrum inchoat a paramese progrediturque per triten et paraneten et finitur ad neten. Et est disiunctio, quae vocatur diazeuxis, tonusque est distantia meses et parameses. Hic igitur mese tantum quidem nomen obtinuit. Non est media positione, quia in octachordo duae quidem semper mediae repperiuntur, sed una media non potest inveniri. Prophrastus autem Periotes ad graviorem partem unam addidit chordam, ut faceret totum enneachordum. Quae quoniam super hypaten est addita hyperhypate est nuncupata. Quae prius quidem, dum novem chordarum tantum esset cithara, hyperhypate vocabatur. Nunc autem lichanos hypaton dicitur aliis superadditis, in quo ordine atque instructione, quoniam ad indicem digitum venit, lichanos appellata est. Sed hoc posterius apparebit, nunc vero ordo sese enneachordi sic habet:

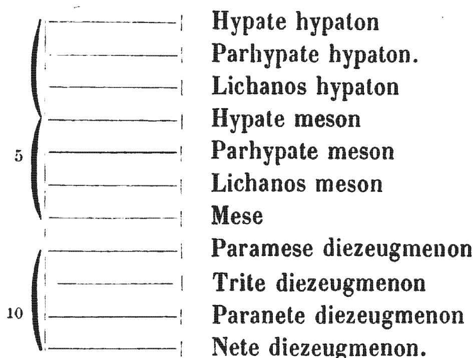
Hyperhypate
Hypate
Parhypate
Lichanos
Mese
Paramese
Trite
Paranete
Nete

Histiaeus vero Colophonius decimam in graviorem partem

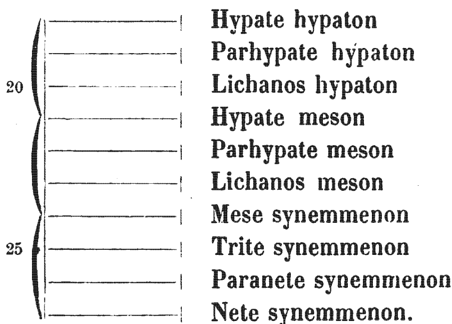
5 ad] per *et supra versum* ał ad h, k. 6 disiunctiva *et supra versum* ł disiunctio h, k. || diezeugxis l. 7 igitur] autem, id est in octochordo f. 8 Non est] non enim est g, h, l; non est enim k, o; non est autem f. 10 media *om.* h, k. || Periothes g, h, k, l. 12 hypaton l. 14 esset cithara tantum k. || hyparhypate k. 29 Estiaeus f; Estieus k; Astieus l.

coaptavit chordam, Timotheus vero Milesius undecimam, quae quoniam super hypaten atque parhypaten sunt additae, hypate quidem hypaton vocatae sunt quasi maximae magnarum aut gravissimae gravium aut excellentes excellentium. Sed vocata est prima inter ·XI· hypate hypaton, secunda vero parhypate hypaton, quoniam iuxta hypaten hypaton collocata est. Tertia quae dudum in enneachordo hyperhypate vocabatur, lichanos hypaton est nuncupata. Quarta vero hypate antiquum tenuit nomen, quinta parhypate, sexta lichanos, antiquum scilicet habens vocabulum, septima mese, octava paramese, nona trite, decima paranete, undecima nete. Est igitur unum tetrachordum: hypate hypaton, parhypate hypaton, lichanos hypaton, hypate; aliud vero: hypate, parhypate, lichanos, mese. Et haec quidem coniuncta sunt. Tertium vero est: paramese, trite, paranete, nete. Sed quoniam inter superius tetrachordum, quod est hypate hypaton, parhypate hypaton, lichanos hypaton, hypate, et inter infimum, quod est paramese, trite, paranete, fit positione medium tetrachordum, quod est hypate, parhypate, lichanos, mese, totum hoc medium tetrachordum meson vocatum est, quasi mediarum, vocaturque cum additamento hoc: hypate meson, parhypate meson, lichanos meson, mese. Quoniam vero inter hoc meson tetrachordum et inferius, quod est netarum, disiunctio est, meses scilicet et parameses, inferius omne tetrachordum disiunctarum id est diezeugmenon vocatum est cum additamento scilicet hoc: paramese diezeugmenon, trite diezeugmenon, paranete diezeugmenon, nete diezeugmenon, ut sit descriptio hoc modo:

3 hypate = hypatae? || hypaton] hypatem g, hypaten l; 6 vero *om.* f. 7 hypate l. || locata l. || Tertia vero l. 14 aliud vero est g, h, k, l. 16 est *om.* g, h, k, l, o. 17—20 Sed quoniam . . . . nete *in margine sec. manu* f. 20 in *ante* medium i, f; *et* g *sed punctis subnotatum.* 25 et inter inferius h, k. 28 hoc scilicet f.



Est igitur hic inter paramesen ac mesen disiunctio atque ideo diezeugmenon tetrachordum hoc vocatum est. Quod si paramese auferatur et sit mese, trite, paranete, nete, tunc coniuncta, id est synemmena erunt tria tetrachorda vocabiturque ultimum tetrachordum synemmenon hoc modo:



Sed quoniam in hac vel superiore endecachordi dispositione mese, quae propter mediam collocationem ita vocata

12 hic *om.* f. 13 est *om.* l. 24 Mesen g, i, l, o. 28 hac decachorda f. || endecachorda f. 29 huic mese f. || collationem g, h, k, o.

est, nete proxima accedit et longe ab hypatis ultimis distat nec proprium retinet locum, aliud unum tetrachordum adiunctum est super neten diezeugmenon, quae quoniam supervadebant acumine netas superius collocatas, omne illud tetrachordum hyperboleon vocatum est hoc modo:

Hypate hypaton
Parhypate hypaton
Lichanos hypaton
Hypate meson
Parhypate meson
Lichanos meson
Mese
Paramese
Trite diezeugmenon
Paranete diezeugmenon
Nete diezeugmenon
Trite hyperboleon
Paranete hyperboleon
Nete hyperboleon.

Sed quoniam rursus mese non erat loco media sed magis hypatis accedebat, idcirco super hypatas hypaton addita est una chorda, quae dicitur proslambanomenos — ab aliquibus autem prosmelodos dicitur — tonum integrum distans ab ea, quae est hypate hypaton. Et ipsa quidem, id est proslambanomenos a mese octava est, resonans cum ea diapason symphoniam. Eademque ad lichanon hypaton resonat diatessaron, ad quartam scilicet; quae lichanos

1 distat mese f. 2 nec] haec o. || proprium id est medium f. 7 *Descriptionem om.* h. 21 *His verbis praemissa est in* g, h, k, l. *descriptio chordarum a proslambanomeno ad neten hyperboleon cum arcubus consonantiarum nominibus inscriptis et notatione intervallorum.* 22 accidebat f. || hypatas] hypatis f. 24 dicitur *om.* g, h, k, l. || tono integro h, k, f, o. 27 lichanos g, h, i, k, l, o.

hypaton ad mesen resonat diapente symphoniam, et est ab ea quinta. Rursus mese a paramese distat tonum, quae eadem mese ad neten diezeugmenon quintam facit diapente consonantiam. Quae nete diezeugmenon ad neten hyperboleon quartam facit diatessaron consonantiam. Et proslambanomenos ad neten hyperboleon reddit bis diapason consonantiam.

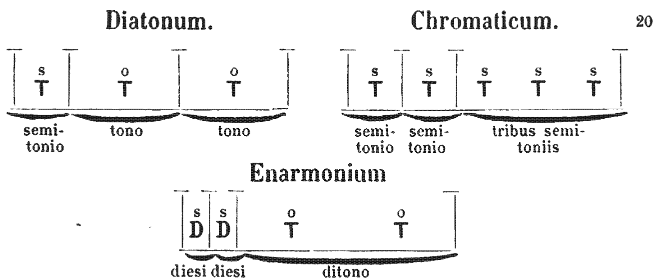
Proslambanomenos vel prosmelodos
Hypate hypaton
Parhypate hypaton
Lichanos hypaton
Hypate meson
Parhypate meson
Lichanos meson
Mese
Paramese
Trite diezeugmenon
Paranete diezeugmenon
Nete diezeugmenon
Trite hyperboleon
Paranete hyperboleon
Nete hyperboleon.

De generibus cantilenae.

XXI. His igitur expeditis dicendum de generibus melorum. Sunt autem tria: diatonum, chroma, enarmonium. Et diatonum quidem aliquanto durius et naturalius, chroma vero iam quasi ab illa naturali intentione disce-

1 mese k. 2 Et rursus k. || tono f, g, h, k, l, o. 4 *Post* consonantiam *addunt* g, h, k, l: ad neten hyperboleon diapason. 6 reddidit i. 8 vel prosmelodos *om.* g, h, k, l, o. o *addit descriptioni arcus cum inscriptionibus.* 23 *Inscriptionem om.* g, l. 24 XXII. h. 25 diatonon i, f, o. 26 aliquando h, k. 27 discendens i, descendens f.

dens et in mollius decidens, enarmonium vero optime atque apte coniunctum. Cum sint igitur quinque tetrachorda: hypaton, meson, synemmenon, diezeugmenon, hyperboleon, in his omnibus secundum diatonum cantilenae procedit vox per semitonium, tonum et tonum in uno tetrachordo, rursus in alio [per] semitonium tonum ac tonum ac deinceps; ideoque vocatur diatonum, quasi quod per tonum ac per tonum progrediatur. Chroma autem, quod dicitur color, quasi iam ab huiusmodi intentione prima mutatio, cantatur per semitonium, semitonium et tria semitonia. Tot[illegible]enim diatessaron consonantia duorum tonorum est ac semitonii, sed non pleni. Tractum est autem hoc vocabulum, ut diceretur chroma, a superficiebus, quae cum permutantur, in alium transeunt colorem. Enarmonium vero quod est, magis coaptatum est, quod cantatur in omnibus tetrachordis per diesin et diesin et ditonum — diesis autem est semitonii dimidium —; ut sit trium generum descriptio per omnia tetrachorda discurrens hoc modo·



2 Et cum k. || igitur sint f. 5—6 et tonum . . . . tonum *om.* f. 6 per, *quod uncis inclusi*, *om. codices quos contuli omnes.* || ac] et k. 9 quasi iam] qua suam f. || huiuscemodi f. 10 semitonium et semitonium g, h, k, l. 12 est *om.* i, o. || est *om.* o. || autem *om.* l. 14 colorem transeunt f. || Enarmonium . . . ditonum] *In* l *praecedunt:* Diesis autem est semitonii dimidium. 15 captatur o. 16 diatonum h, k, f; ditonum, a *rasura deleto*, g. 20 Diatonicum *et in margine* diatonum h, k. 21—22. *Intervallorum signa om.* i, f, o.

De ordine chordarum nominibusque in tribus generibus.

XXII. Nunc igitur ordo chordarum disponendus est omnium, quae per tria genera variantur vel in constanti ordine disponuntur. Prima est igitur proslambanomenos. quae eadem dicitur prosmelodos, secunda hypate hypaton, tertia parhypate hypaton. Quarta vero universaliter quidem lichanos appellatur, sed si in diatono genere aptetur, dicitur lichanos hypaton diatonos, si vero in chromate, dicitur diatonos chromatice vel lichanos hypaton chromatice, si autem in enarmonio, dicitur lichanos hypaton enarmonios vel diatonos hypaton enarmonios. Post hanc vocatur hypate meson, dehinc parhypate meson, atque hinc lichanos meson, simpliciter in diatono quidem genere diatonos meson, in chromate lichanos meson chromatice vel diatonos meson chromatice, in enarmonio diatonos meson enarmonios vel lichanos meson enarmonios. Has sequitur mese. Post hanc sunt duo tetrachorda partim synemmenon partim diezeugmenon. Et synemmenon est, quod post mesen ponitur, id est trite synemmenon; dehinc lichanos synemmenon, eadem in diatono diatonos synemmenon, in chromate vero vel diatonos synemmenon chromatice vel lichanos synemmenon chromatice, in enarmonio vero vel diatonos synemmenon enarmonios vel lichanos synemmenon enarmonios. Post has nete synem-

1 *Inscriptionem om.* g, k, f, l. 2 XXIII. h. 3 vel per f. 5 hypate] hypaten f. 6 vero *om.* i. 7 in diatono genere si h, k. 8 diatonus i. 9 chromaticae i. || vel lichanos hypaton chromatice *in* i *rec. manu inducta sunt.* 10 in armonia i, f. 11 vel diatonos hypaton enarmonios *in* i *inducta.* 15 vel diatonos meson chromatice *in* i *inducta.* || in armonio i; in armonia f. || diatonos meson enarmonios vel *om.* i. 16 meson enarmonios vel lichanos *om.* g, h, k, l. 17 sint l; duo sunt h, k. 19 est *om.* f. || mesem i. || id est *om.* h. 20 lichanos] paranete *in litura* i. || diatonos diatonos f. 21 vel diatonos *in* i *inducta.* 22 vel lichanos synemmenon chromatice, *in* i *inducta, om.* f. || in armonio i; in armonia f. 23 vero *om.* h, k. || vel diatonos *in* i *inducta.* 24 vel lichanos synemmenon enarmonios *in* i *inducta.*

menon. Si vero mese nervo non sit synemmenon tetrachordum adiunctum, sed sit diezeugmenon, est post mesen paramese; dehinc trite diezeugmenon, inde lichanos diezeugmenon, quae in diatono diatonos diezeugmenon, in chromate tum diatonos diezeugmenon chromatice tum lichanos diezeugmenon chromatice, in enarmonio vero tum diatonos diezeugmenon enarmonios, tum lichanos diezeugmenon enarmonios. Eadem vero dicitur et paranete cum additione vel diatoni vel chromatis vel enarmonii. Super has nete diezeugmenon, trite hyperboleon, et quae est paranete hyperboleon, eadem in diatono diatonos hyperboleon, in chromate vero chromatice hyperboleon, in enarmonio vero enarmonios hyperboleon. Harum ultima ea est, quae est nete hyperboleon. Et sit descriptio eiusmodi, ut trium generum contineat dispositionem. In quibus et similitudinem nominum et differentiam pernotabis; ut si nervi similes in omnibus cum eis, qui sunt dissimiles, colligantur, fiant simul omnes octo et viginti. Hoc autem monstrat subiecta descriptio.

Diatonici.	Chromatis.	Enarmonii.
Proslambanomenos	Proslambanomenos	Proslambanomenos
Hypate hypaton	Hypate hypaton	Hypate hypaton
Parhypate hypaton	Parhypate hypaton	Parhypate hypaton
Lichanos hyp. diatonos	Lichanos hyp. chromatice	Lichanos hyp. enarmonios
Hypate meson	Hypate meson	Hypate meson
Parhypate meson	Parhypate meson	Parhypate meson

3 lichanos diezeugmenon . . . Eadem vero dicitur *in* i *inducta, aut omissa.* 4 in diatono quidem genere h, k. 5 tum lichanos diezeugmenon chromatice *om.* i. o. 6 in armonia i, f. || in enarmonio vero tum diatonos diezeugmenon *om.* o. 8 et *rasura deletum* i. 9 armoniae i, f. 13 in armonia i, f. || vero *om.* f. 14 *prius* est *om.* i, f. 15 huiusmodi f, h, k, o. 18 fient i, f. 20 Diatonicum l. || Chromatici i; Chromaticum l. || Enarmonicum l. 21 *Descriptioni addita sunt in* h *et* k *intervallorum signa.* 24 diatonos] *Vocabula* diatonos, chromatice, enarmonios *om.* l *et addit supra versus* immobiles *et* mobiles.

Lichanos meson diatonos	Lichanos meson chromatice	Lichanos meson enarmonios
Mese	Mese	Mese
Trite synemmenon	Trite synemmenon	Trite synemmenon
Paranete synemmenon diatonos	Paranete synemmenon chromatice	Paranete synemmenon enarmonios
Nete synemmenon	Nete synemmenon	Nete synemmenon
Paramese	Paramese	Paramese
Trite diezeugmenon	Trite diezeugmenon	Trite diezeugmenon
Paranete diezeugmenon diatonos	Paranete diezeugmenon chromatice	Paranete diezeugmenon enarmonios
Nete diezeugmenon	Nete diezeugmenon	Nete diezeugmenon
Trite hyperboleon	Trite hyperboleon	Trite hyperboleon
Paranete hyperboleon diatonos	Paranete hyperboleon chromatice	Paranete hyperboleon enarmonios
Nete hyperboleon	Nete hyperboleon	Nete hyperboleon.

Quae sint inter voces in singulis generibus proportiones.

XXIII. Hoc igitur modo per singula tetrachorda in generum proprietates facta partitio est, ut omnia quidem diatonici generis quinque tetrachorda duobus tonis ac semitonio partiremur. Diciturque in hoc genere tonus incompositus idcirco, quoniam integer ponitur nec aliquod ei intervallum aliud iungitur, sed in singulis intervallis integri sunt toni. In chromate vero semitonio ac semitonio incompositoque triemitonio posita divisio est. Idcirco autem incompositum hoc triemitonium appellamus, quoniam in uno collocatum est intervallo. Potest enim appellari triemitonium in diatono genere semitonium ac tonus, sed non est incompositum; duobus enim id perficitur intervallis. Et in enarmonio genere idem est. Constat enim ex diesi et diesi et ditono incomposito, quod scilicet pro-

8—16 *om.* g. 17 *Inscript. om.* g, l. 18 XXIIII. h. 19 partitio facta f. 21 partirentur h, partiretur o. 22 iccirco k. 23 in *om.* f. 24 sunt] insunt h, k. || soni l. 25 Ideo k. 26 vocamus k. 31 ac diesi f. || diatono h, k, f; di tono, a *rasura deleto*, g.

pter eandem causam incompositum nuncupamus quoniam in uno conlocatum est intervallo.

Quid sit synaphe.

XXIIII. Sed in his ita dispositis constitutisque tetrachordis synaphe est, quam coniunctionem dicere Latina significatione possumus, quotiens duo tetrachorda unius medietas termini continuat atque coniungit, ut in hoc tetrachordo:

Hypate hypaton
Parhypate hypaton
Lichanos hypaton
Hypate meson
Parhypate meson
Lichanos meson
Mese.

Hic igitur est unum tetrachordum: hypate, parhypate, lichanos, hypate meson, aliud vero: hypate meson, parhypate meson, lichanos meson, mese. In utrisque igitur tetrachordis hypate meson adnumerata est, superiorisque tetrachordi ea est acutissima, posterioris vero gravissima, estque ista coniunctio una eademque chorda, ut hypate meson duo tetrachorda coniungens eadem hypaton ac meson tetrachorda in superiore descriptione iunxit. Est igitur synaphe, quae coniunctio dicitur, duorum tetrachordorum vox media, superioris quidem acutissima, posterioris vero gravissima.

3 *Inscript. om.* g. 4 ·XXV· h. || in] *om.* h, k, o; de g, l; *litura* i. || his *om.* o. || constitutisquae g. || tetracordis *bis* l. 16 *Hinc* h *initium facit capitis vicesimi sexti cum inscriptione:* Descriptio synaphe. || Hoc g, h, k, l. 19 est ea f. 20 posteriorisque l, o. || vero *om.* o. 22—23 coniungens ut eadem . . . tetracorda *in margine sec. manu* h; *linea subnotatum* l. || ut eadem f, g, h, i, k, o. 23 duo tetracorda o. || dispositione g, h, k. || coniunxit l. 24 synaphae i. 25 vox media tetracordarum f. || quidem *om.* f.

Quid sit diazeuxis.

XXV. Diazeuxis vero appellatur, quae disiunctio dici potest, quotiens duo tetrachorda toni medietate separantur, ut in his duobus tetrachordis.

Hypate meson
Parhypate meson
Lichanos meson
Mese
Paramese
Trite diezeugmenon
Paranete diezeugmenon
Nete diezeugmenon.

Duo igitur esse tetrachorda evidenter apparet, quandoquidem octo sunt chordae. Sed diazeuxis est, id est disiunctio, inter mesen ac paramesen, quae inter se pleno differunt tono. De quibus evidentius explicabitur, cum unumquodque studiosius explanandum posterior tractatus adsumpserit. Sed diligentius intuenti quinque, non amplius, tetrachorda repperiuntur: hypaton, meson, synemmenon, diezeugmenon, hyperboleon.

Quibus nominibus nervos appellaverit Albinus.

XXVI. Albinus autem earum nomina Latina oratione ita interpretatus est, ut hypatas principales vocaret, mesas medias, synemmenas coniunctas, diezeugmenas disiunctas,

1 *Inscript. om.* k, *contextui addit* g. || diezeuxis g, h, k, l. 2 ·XXVII· h. || distinctio l. 3 quoties i. 13 *Hinc* h *initium facit capitis duodetricesimi cum inscriptione:* Descriptio diezeuxis. *In* l *legitur inscriptio:* Differentia toni inter mesen ac paramesen. 19 inveniuntur k. 21 *Inscriptionem om.* g. De interpretatione Albini in tetrachordis l. 22 ·XXVIIII· h.

hyperboleas excellentes. Sed nobis in alieno opere non erit inmorandum.

Qui nervi quibus sideribus comparentur.

XXVII. Illud tantum interim de superioribus tetrachordis addendum videtur, quod ab hypate meson usque ad neten quasi quoddam ordinis distinctionisque caelestis exemplar est. Namque hypate meson Saturno est adtributa, parhypate vero Ioviali circulo consimilis est. Lichanon meson Marti tradidere. Sol mesen obtinuit. Triten synemmenon Venus habet, paraneten synemmenon Mercurius regit. Nete autem lunaris circuli tenet exemplum. Sed Marcus Tullius contrarium ordinem facit. Nam in sexto libro de re publica sic ait: Et natura fert, ut extrema ex altera parte graviter, ex altera autem acute sonent. Quam ob causam summus ille caeli stellifer cursus, cuius conversio est concitatior, acuto et excitato movetur sono, gravissimo autem hic lunaris atque infimus. Nam terra nona inmobilis manens, una sede semper haeret. Hic igitur Tullius Terram quasi silentium ponit, scilicet inmobilem. Post hanc qui proximus a silentio est, dat Lunae gravissimum sonum, ut sit Luna proslambanomenos, Mercurius hypate hypaton. Venus parhypate hypaton, Sol lichanos hypaton, Mars hypate meson, Juppiter parhypate meson, Saturnus lichanos meson, Caelum ultimum mese. Quae vero sint harum inmobiles, quae vero in totum mobiles, quae autem inter inmobiles mobilesque consistant, cum de monochordi regularis divisione tractavero, erit locus aptior explicandi.

3 *Inscript. om.* g, l. || sideribus *om.* i. 4 ·XXX· h. || o *addit septem circulos terrarum orbi ut communi centro circumscriptos inscriptionibusque ornatos.* 6 disiunctionisque g, h, k, l. 8 similis f. || Lichanos g, h, i, k, l, o. 11 exemplum tenet k. 13 sic *om.* l. 14 sonet i. 17 hic] ibit g, h, k; hic *correct. additum* o. 18 heret g, k, l, o. 26 in toto l. || autem] vero l. || inter *om.* i. 27 monocorda f.

Quae sit natura consonantiarum.

XXVIII. Consonantiam vero licet aurium quoque sensus diiudicet, tamen ratio perpendit. Quotiens enim duo nervi uno graviore intenduntur simulque pulsi reddunt permixtum quodammodo et suavem sonum, duaeque voces in unum quasi coniunctae coalescunt; tunc fit ea, quae dicitur consonantia. Cum vero simul pulsis sibi quisque ire cupit nec permiscent ad aurem suavem atque unum ex duobus compositum sonum, tunc est, quae dicitur dissonantia.

Ubi consonantiae repperiantur.

XXVIIII. In his autem comparationibus gravitatis atque acuminis has consonantias necesse est inveniri, quae sibi commensuratae sunt, id est quae notam possunt communem habere mensuram, ut in multiplicibus duplum quod est illa pars metitur, quae inter duos est terminos differentia, ut inter duo et quattuor binarius utrosque metitur; inter duos atque sex, quae tripla est, binarius utrosque metitur; inter novem atque octo eadem unitas est, quae utrosque metiatur. Rursus in superparticularibus, si sesqualtera sit proportio, ut quattuor ad sex, binarius est, qui utrosque metiatur, quae scilicet utrorumque est differentia. Quod si sesquitertia sit proportio, ut si octo senario comparentur, idem binarius utrosque metitur. Id vero non evenit in ceteris generibus inaequalitatum, quae supra retulimus, ut in superpartiente. Nam si quinarium ad ternarium comparemus, binarius, qui eorum est differentia, neutrum metitur. Nam semel ternario comparatus minor est, duplicatus excedit. Item bis quinario com-

1 *Inscript. om.* g. 2 XXXI h; XXIIII l. 3 Quoties i. 5 que *om.* i. 6 coniuncte i. || tum f, g, h, k. 7 pulsi f, g, h, k, l. 11 *Inscript. om.* g. || repperiuntur i, f, l. 12 .XXXII· h; ·XXV. l. 15 habere communem l. 17 duos f. 18 duos] ·IIII· i. 20 metitur l, o. || si sesqualtera] sesquitertia *et supra versum rec. manu* si sesqualtera h. 21 est binarius g, h, k, l, o. 22 metitur l. || qui scilicet g, h, k, l, o. 23 sit] est l. 24 metiatur h.

paratus minor est, tertio vero supergreditur. Atque idcirco hoc primum inaequalitatis genus a consonantiae natura disiungitur. Amplius: quod in his, quae consonantias formant, multa similia sunt, in illis vero minime, id probatur hoc modo: Namque duplum nihil est aliud nisi bis simplum, triplum nihil aliud nisi tertio simplum, quadruplum vero idem est quod quarto simplum, sesqualterum bis medietas, sesquitertium ter pars tertia, quod haud facile in ceteris inaequalitatum generibus invenitur.

Quemadmodum Plato dicat fieri consonantiam.

XXX. Plato autem hoc modo fieri in aure consonantiam dicit. Necesse est, inquit, velociorem quidem esse acutiorem sonum. Hic igitur cum gravem praecesserit, in aurem celer ingreditur, offensaque extrema eiusdem corporis parte quasi pulsus iterato motu revertitur. Sed iam segnior nec ita celeri ut primo impetu emissus cucurrit, quocirca gravior quoque. Cum igitur iam gravior rediens nunc primum venienti gravi sono similis occurrit, miscetur ei unamque ut ait consonantiam miscet.

Quid contra Platonem Nicomachus sentiat.

XXXI. Sed id Nicomachus non arbitratur veraciter dictum, neque enim similium esse consonantiam sed dissimilium potius in unam eandemque concordiam venientium. Gravem vero gravi si misceatur, nullam facere consonantiam, quoniam hanc canendi concordiam similitudo

2 hoc *supra versum* i. 4 illis] aliis f. 5 Nam l. 6 nihil est aliud h, k. 8 tertia est l. 9 haut g, o. 11 *Inscript. om.* g. || consonantias h, k. 12 XXXIII. h; XXVI. l. 13 quidem *om.* h, k. 18 quoque *om.* l. quoque revertitur f. 19 tunc l. 21 *Inscript. om.* g. || Platonem Nicomachus sentiat *om.* l. 22 ·XXXIIII· h; XXVII. l. || id *om.* f. || Nicomachus id h, k. 23 esse similium f. 24 eademque g. 25 si gravi h.

non efficit, sed dissimilitudo, quae, cum distet in singulis vocibus copulatur in mixtis. Sed hinc potius Nicomachus fieri consonantiam putat: Non, inquit, unus tantum pulsus est, qui simplicem modum emittat vocis, sed semel percussus nervus saepius aerem pellens multas efficit voces. Sed quia haec velocitas est percussionis, ut sonus sonum quodammodo conprehendat, distantia non sentitur et quasi una vox auribus venit. Si igitur percussiones gravium sonorum commensurabiles sint percussionibus acutorum sonorum, ut in his proportionibus, quas supra retulimus, non est dubium, quin ipsa commensuratio sibimet misceatur unamque vocum efficiat consonantiam.

Quae consonantia quam merito praecedat.

XXXII. Sed inter omnes quas retulimus consonantias habendum iudicium est, ut in aure, ita quoque in ratione, quam earum meliorem oporteat arbitrari. Eodem namque modo auris afficitur sonis vel oculus aspectu, quo animi iudicium numeris vel continua quantitate. Proposito enim numero vel linea nihil est facilius quam eius duplum oculo vel animo contueri. Item post dupli iudicium sequitur dimidii, post dimidii tripli, post tripli partis tertiae. Ideoque quoniam facilior est dupli descriptio, optimam Nicomachus putat diapason consonantiam, post hanc diapente, quae medium tenet, hinc diapente ac diapason, quae triplum, ceteraque secundum eundem modum formamque diiudicat. Non vero eodem modo hoc Ptolomaeus, cuius omnem sententiam posterius explicabo.

Quo sint modo accipienda, quae dicta sunt.

XXXIII. Omnia tamen quae dehinc diligentius expe-

4 vocis emittat f, g, h, k, l, o. 5 percursus g. || aere l. 6 haec] ea f, g, h, k, l, o. || volocitas f. || percussionis est k. 13 *Inscript. om.* g, l. || De consonantia h, k. 14 ·XXXV· h. 15 est iudicium k. 16 Eodemque i. 17 efficitur, e *in* a *mutato*, g. 19 eius *om.* h, k. 22 Quae ideo i, f, o. 26 diiudicant i. 28 *Inscript. om.* g, l. 29 XXXVI. h. || tamen] iam i.

dienda sunt, summatim nunc ac breviter adtemptamus, ut interim in superficie quadam haec animum lectoris assuefaciant, qui ad interiorem scientiam posteriore tractatione descendet. Nunc vero quod erat Pythagoricis in more, ut, cum quid a magistro Pythagora diceretur, hinc nullus rationem petere audebat, sed eis erat ratio docentis auctoritas, idque fiebat, quamdiu discentis animus firmiore doctrina roboratus ipse earundem rerum rationem nullo etiam docente repperiret: ita etiam nunc lectoris fidei quae proponimus commendamus, ut arbitretur diapason in dupla, diapente in sesqualtera, diatessaron in sesquitertia, diapente ac diapason in triplici, bis diapason in quadrupla proportione consistere. Post vero et ratio diligentius explicabitur et quibus modis aurium quoque iudicio consonantiae musicae colligantur, ceteraque omnia, quae superius dicta sunt, amplior tractatus edisseret, ut tonum sesquioctavam facere proportionem eumque in duo aequa dividi non posse, sicut nullam eiusdem generis proportionem, id est superparticularis; diatessaron etiam consonantiam duobus tonis semitonioque consistere; semitonia vero esse duo, maius ac minus; diapente autem tribus tonis ac minore semitonio contineri; diapason autem quinque tonis ac duobus minoribus semitoniis expleri, neque ad sex tonos ullo modo pervenire. Haec omnia posterius et numerorum ratione et aurium iudicio conprobabo. Atque haec hactenus.

Quid sit musicus.

XXXIIII. Nunc illud est intuendum, quod omnis ars omnisque etiam disciplina honorabiliorem naturaliter habeat rationem quam artificium, quod manu atque opere

3 faciant *litura praecedente* i. 4 discendet i. || in morem g, h, k, l, o. 6 erat eis f, g, h, k, l, o. 7 quandiu l. 11 duplum i. 12 triplicibus i. 20 consistere *om.* h, k. || semitoniaque g. 23 semitoniis minoris i. 26 actenus f, o. 27 *Inscript. om.* g, l. 28 XXXVII. h. 29 habeat naturaliter l.

exercetur artificis. Multo enim est maius atque auctius scire, quod quisque faciat, quam ipsum illud efficere, quod sciat; etenim artificium corporale quasi serviens famulatur, ratio vero quasi domina imperat. Et nisi manus secundum id, quod ratio sancit, efficiat, frustra sit. Quanto igitur praeclarior est scientia musicae in cognitione rationis quam in opere efficiendi atque actu! Tantum scilicet, quantum corpus mente superatur; quod scilicet rationis expers servitio degit. Illa vero imperat atque ad rectum deducit. Quod nisi eius pareatur imperio, expers opus rationis titubabit. Unde fit, ut speculatio rationis operandi actu non egeat, manuum vero opera nulla sint, nisi ratione ducantur. Iam vero quanta sit gloria meritumque rationis, hinc intellegi potest, quod ceteri ut ita dicam corporales artifices non ex disciplina sed ex ipsis potius instrumentis cepere vocabula. Nam citharoedus ex cithara, auloedus ex tibia, ceterique suorum instrumentorum vocabulis nuncupantur. Is vero est musicus, qui ratione perpensa canendi scientiam non servitio operis sed imperio speculationis adsumpsit. Quod scilicet in aedificiorum bellorumque opere videmus, in contraria scilicet nuncupatione vocabuli. Eorum namque nominibus vel aedificia inscribuntur vel ducuntur triumphi, quorum imperio ac ratione instituta sunt, non quorum opere servitioque perfecta. Tria igitur genera sunt, quae circa artem musicam versantur. Unum genus est, quod instrumentis agitur, aliud fingit carmina, tertium, quod instrumentorum opus carmenque diiudicat. Sed illud quidem, quod in instrumentis positum est ibique totam operam consumit, ut sunt citharoedi quique organo ceterisque musicae instrumentis artificium probant, a musicae scien-

1 artificis exercetur i, f. 6 Et quanto l. 9—10 servitio . . . . imperio, expers *in margine inferiore* g. || deget g, l. 9 vero] ut g, l. 10 paretur l. || expers *om.* g, l. 11 ratione i, f. 13 sunt f. 16 coepere g, l; caepere f. || citharedus f, g, h, k, l, o. 17 auloedus] tibicen g *in litura*, l. 20 assumit g, h, k, l. 21 edificiorum g, l. || opera f, g, h, k, l, o. 22 Eorumque h, k. 23 dicuntur g, h, k, l, o. 24 opera f, g, h, k, l. 29 instrumentis, *omisso* in, h, k, o; in *correct. additum* g, l.

tiae intellectu seiuncti sunt, quoniam famulantur, ut dictum est: nec quicquam afferunt rationis, sed sunt totius speculationis expertes. Secundum vero musicam agentium genus poetarum est, quod non potius speculatione ac ratione, quam naturali quodam instinctu fertur ad carmen. Atque idcirco hoc quoque genus a musica segregandum est. Tertium est, quod iudicandi peritiam sumit, ut rythmos cantilenasque totumque carmen possit perpendere. Quod scilicet quoniam totum in ratione ac speculatione positum est, hoc proprie musicae deputabitur, isque est musicus, cui adest facultas secundum speculationem rationemve propositam ac musicae convenientem de modis ac rythmis deque generibus cantilenarum ac de permixtionibus ac de omnibus, de quibus posterius explicandum est, ac de poetarum carminibus iudicandi.

Explicit de musica id est armonica institutione liber primus.
Incipiunt capitula libri secundi.

1 intellectu scientiae l. || seiuncta f. 2 nec *om.* h. 3 exsortes l. || Secundam i. 4 est *om.* k; *supra versum rec. manu* h. 5 instructu g, l. 10 propriae f, g, i, o. 15 diiudicandi f. 16 *Inscript. om.* g, o; Liber primus boetij de Musica explicit *rec. manu* l. || armanicae h, i; armoniae f, k. || institutionis h, i, institutionibus f, k. 17 Incipiunt . . . secundi] Incipit liber secundus i; Incipit liber secundus id est Proemium f. 18 *Capitum indicem om.* f, o; *numeros om.* g, l. || Prohemium i, l. *In* l *rec. manu additum est:* secundum cod. 22 relative i, k. 23 Quur i. || multiplicatas i. 25 ex qualitate h. || procedere ex aequalitate i.

1 quodlibet g, h, k. 2 inveni l. 3 numerum g. 4 quae g, h, i, k, l. 6 superparticularis i. 9 Quur g, i. ‖ superius digestae g, h, i, k, l. 10 *Titulum quintum decimum om.* g, h, k, l; *quare sequentes numeri in* h *et* k *uno sunt minores.* 12 deque ea] de quo ea g, l; de qua h, i, k. 14 locentur *om.* l; lucentur i. 15 consonentiarum g. 18 hypassi l. 23—29 XXII. Demonstratio per inpossibile . . . . XXV. Diapente in sesqualtera] XXI. Demonstratio diapente *omissis tribus titulis fere integris* g, h, k, l; *quare sequentes numeri in* h *et* k *quaternario sunt minores.* 27 et *om.* i.

Expliciunt capitula. Incipit liber secundus.

Proemium.

I. Superius volumen cuncta digessit, quae nunc diligentius demonstranda esse proposui. Itaque priusquam ad ea veniam, quae propriis rationibus perdocenda sunt, pauca praemittam, quibus elucubratior animus auditoris ad ea quae dicenda sunt accipienda perveniat.

Quid Pythagoras esse philosophiam constituerit.

II. Primus omnium Pythagoras sapientiae studium philosophiam nuncupavit, quam scilicet eius rei notitiam ac disciplinam ponebat, quae proprie vereque esse diceretur. Esse autem illa putabat, quae nec intentione crescerent, nec deminutione decrescerent nec ullis accidentibus mutarentur. Haec autem esse formas magnitudines qualitates habitudines ceteraque quae per se speculata inmu-

1 Diapasos i. || ac] hoc g, h, k. 4 consonantias *om.* l. 6 Demonstrationis i. 11 constat g, h, i, k, l. 12 Expliciunt . . . . secundus *om.* f, g, l, i, o. 13 Proemium *om.* f, g, l, o. Prohemium i. 18 sunt dicenda h, k. 19 *Inscript. om.* g, l. || philosophiam esse f. || philosophia h, k. 22 propriae i, o. || veraeque i. 23 intentione *et supra versum manu multo recentiore* intensione h. 25 motarentur h, k. 26 immotabilia h; inmotabilia k; immutabilia g.

tabilia sunt, iuncta vero corporibus permutantur et multimodis variationibus mutabilis rei cognatione vertuntur.

De differentiis quantitatis et quae cui sit disciplinae deputata.

III. Omnis vero quantitas secundum Pythagoram vel continua vel discreta est. Sed quae continua est, magnitudo appellatur, quae discreta est, multitudo. Quorum haec est diversa et contraria paene proprietas. Multitudo enim a finita inchoans quantitate crescens in infinita progreditur, ut nullus crescendi finis occurrat; estque ad minimum terminata, interminabilis ad maius, eiusque principium unitas est, qua minus nihil est. Crescit vero per numeros atque in infinita protenditur nec ullus numerus, quominus crescat, terminum facit. Sed magnitudo finitam rursus suae mensurae recipit quantitatem, sed in infinita decrescit. Nam si sit pedalis linea vel cuiuslibet alterius modi, potest in duo aequa dividi, eiusque medietas in medietatem secari eiusque rursus medietas in aliam medietatem, ut nunquam ullus secandi magnitudinem terminus fiat. Ita magnitudo, quantum ad maiorem modum, terminata est, fit vero, cum decrescere coeperit, infinita. At contra numerus quantum ad minorem modum finitus est, infinitus autem incipit esse, cum crescit. Cum igitur haec ita sint infinita, tamen quasi de rebus finitis philosophia pertractat, inque rebus infinitis repperit aliquid terminatum, de quo iure posset acumen propriae speculationis adhibere. Namque magnitudinis alia sunt inmobilia, ut quadratum vel triangulum vel circulus, alia vero

3 *Inscript. om.* g, l. || quae sit cui f. || disciplinae sit h. 8 paene *om.* l; pene h, k, f, o; poene i; paene *in litura* g. 9 quantitate id est unitate f. 11 interminalis i. 12 nihil minus h, k. 13 in *om.* i, *in quo* ad *correctione est additum;* ad f. || progreditur h, k. 15 recepit g, l. 18 eiusque medietas in *ultima sunt verba codicis* l. 21 decressere k. || ceperit h, k, o; caeperit f. 25 infinitis] finitis g, k. 26 possit f. 28 quadratum .... circulus] terra f, o. || vero *om.* f, o.

mobilia, ut sphera mundi et quicquid in eo rata celeritate convertitur. Discretae vero quantitatis alia sunt per se, ut tres vel quattuor vel ceteri numeri, alia vero ad aliquid, ut duplum, triplum aliaque quae ex comparatione nascuntur. Sed inmobilis magnitudinis geometria speculationem tenet, mobilis vero scientiam astronomia persequitur, per se vero discretae quantitatis arithmetica auctor est, ad aliquid vero relatae musica probatur obtinere peritiam.

De relativae quantitatis differentiis.

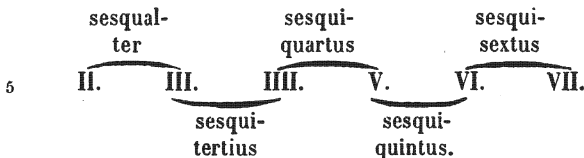
IIII. Ac de ea quidem quantitate discreta, quae per se est, in arithmeticis sufficienter diximus. Relatae vero ad aliquid quantitatis simplicia quidem genera sunt tria, unum quidem multiplex, aliud vero superparticulare, tertium superpartiens. Cum vero multiplex superparticulari superpartientique miscetur, fiunt aliae ex his duae, id est multiplex superparticularis et multiplex superpartiens. Horum igitur omnium talis est regula: Si unitatem cunctis in naturali numero volueris comparare, ratus multiplicis ordo texetur. Duo enim ad unum duplus est, tres ad eundem triplus, quattuor quadruplus et in ceteris eodem modo, ut subiecta descriptio docet.

I.	I.	I.	I.	I.	I.
II.	III.	IIII.	V.	VI.	VII.

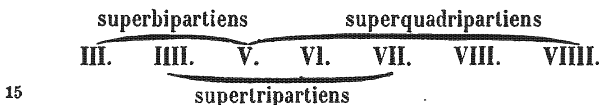
Si vero superparticularem proportionem quaeras, naturalem sibi compara numerum detracta scilicet unitatè, ut tres duobus — sesqualter est enim — quattuor tribus, qui sesquitertius est, quinarium quaternario, qui sesqui-

1 mobilia sunt h, k. || spera h, i, k, o. 4 alia, *omisso* que, f. 5 geometrica g, h, k, o. 8 est auctor f. 10 *Inscript. om.* g, h. 11 Ac de ea .... diximus *adiungunt superiori capiti* g, h, k, o. 12 Relativae h, k; Relatae *in litura* g. || vero *om.* h, k. 13 tria sunt f. 22 monet o. 23 f *septiens ponit* ·I· 24 f *addit* ·VIII· 26 sibi *om.* f, g, h, k. 27 sesqualter est enim *om.* o; enim *om.* f.

quartus est, et in ceteris eodem modo, quod monstrat subiecta descriptio.



Superpartientes autem tali modo repperies. Disponas naturalem numerum a ternario scilicet inchoantem. Si unum igitur intermiseris, superbipartientem effici pernotabis; quod si duo, supertripartientem; quod si tres, superquadripartientem, idemque in ceteris.



Ad hunc vero ordinem spectans et compositas ex multiplici et superparticulari vel multiplici et superpartienti proportiones lector diligens speculabitur. Sed de his tamen omnibus in arithmeticis expeditius dictum est.

Cur multiplicitas ceteris antecellat.

V. Sed in his illud est considerandum, quod multiplex inaequalitatis genus longe duobus reliquis videtur antiquius. Naturalis enim numeri dispositio in multiplicibus unitati, quae prima est comparatur, superparticularis vero non unitatis comparatione perficitur, sed ipsorum, qui post unitatem sunt dispositi, numerorum, ut ternarii ad binarium, quaternarii ad ternarium et in ceteris ad hunc modum. Superpartientium vero longe retro forma-

3 sesquisextus *om.* o. 5 VII. *om.* o; VIII *addunt* g, h. 8 reperias i. || Disponas autem f. 10 igitur *om.* h, k. || superpartientem h, k. 13—15 *om.* o. 20 *Inscript. om.* g. 21 considerandum est illud h, k. 28 hunc] eundem h, k.

tio est, quae nec continuis numeris comparatur, sed intermissis, nec semper aequali intermissione, sed nunc quidem una, nunc vero duabus, nunc vero tribus, nunc quattuor, atque ita in infinita succrescit. Amplius: multiplicitas ab unitate incipit, superparticularitas a binario, superpartiens proportio a ternario initium capit. Sed de his hactenus. Nunc quaedam, quae quasi axiomata Graeci vocant, praemittere oportebit, quae tunc demum, quo spectare videantur, intellegemus, cum de uniuscuiusque rei demonstratione tractabimus.

Quid sint quadrati numeri, deque his speculatio.

VI. Quadratus numerus est, qui gemina demensione in aequa concreverit, ut bis duo, ter tres, quater quattuor, quinquies ·V·, sexiens ·VI·, quorum est ista descriptio:

II.	III.	IIII.	V.	VI.	VII.	VIII.	VIIII.	X.
IIII.	VIIII.	XVI.	XXV.	XXXVI.	XLVIIII.	LXIIII.	LXXXI.	C.

Superius igitur dispositus numerus naturalis est latus quadratorum inferius descriptorum. Continui enim naturaliter sunt quadrati, qui sese in subiecto ordine consequuntur, ut IIII. VIIII. XVI. et ceteri. Si igitur continuum quadratum minorem a continuo quadrato maiore sustulero, quod relinquitur, tantum erit, quantum est, quod ab utrorumque quadratorum lateribus iungitur. Ut si quattuor auferam novenario, ·V· sunt reliqui, qui ex duobus et tribus, qui sunt utrorumque quadratorum latera, coniunguntur. Item novenarium aufero de eo, qui sedecim numeris adscriptus est, septem sunt reliqui, qui scili-

3 vero *om.* f, h, k. 6 portio h, k. 7 actenus i, f, o. || quae] *om.* h. que g, k, o. || quasi demonstrationes axiomata g; quasi demonstrationes quae axiomata h, k. 11 *Inscript. om.* g. 13 concrevit f. || ter tria f. 14 sexies f, g, h, k, o. || descriptio ista g, h, k. 16 VIIII. X. *om.* g, o. 17 LXXXI. C. *om.* g, o. 18 latus est f, g, h, k, o. 20 consecuntur g, h, k. 21 ·VIIII· et ·XVI· g. 22 quadrato *om.* g, h, k, o.

cet ex ternario quaternarioque coniunctus est, qui praedictorum quadratorum latera sunt; idemque est in ceteris. Quod si non sint continui quadrati, sed unus inter eos transmissus sit, fit eius quod relinquitur medietas id, quod ex utriusque lateribus efficitur. Ut si quaternarium de sedecim quadrato auferam ·XII· relinquuntur. Quorum ·XII· medietas est is numerus, qui ex utrorumque lateribus convenit. Sunt autem utrorumque latera duo et quattuor, quae senarium iuncta perficiunt. Atque in ceteris idem modus est. Sin vero duo intermittantur, tertia pars erit eius quod relinquitur id, quod utrorumque latera coniungunt. Ut si quattuor de ·XXV· auferam intermissis duobus quadratis, reliqui ·XXI· sunt. Eorum vero latera sunt duo et quinque, qui efficiunt septem, qui sunt pars tertia numeri ·XXI· Atque haec est regula, ut, si tres intermissi sint, pars quarta sit id, quod ex utrorumque lateribus efficitur, eius, quod subtracto minore a maiore relinquitur; sin quattuor transmittantur, quinta, atque uno plus vocabulo numeri partes venient, quam fit intermissio numerorum.

Omnem inaequalitatem ex aequalitate procedere eiusque demonstratio.

VII. Est autem, quemadmodum unitas pluralitatis numerique principium, ita aequalitas proportionum. Tribus enim praeceptis, ut in arithmetica dictum est, multiplices proportiones ex aequalitate producimus, ex conversis vero multiplicibus superparticulares habitudines procreamus. Item ex conversis superparticularibus superpartientes comparationes efficimus. Ponantur enim tres unitates vel tres binarii vel tres ternarii vel quilibet aequi termini et sit primus primo aequus in sequenti scilicet

2 est *om.* h, k. 5 utrisque h, k. 8 autem *om.* h, k. 14 sunt latera g. 21 *Inscript. om.* g. 26 proportiones *om.* k. 30 quitlibet o; quotlibet f; quodlibet g, i; quorumlibet h; quorumlibet *et supra versum* al quot k. || aequi numeri vel termini o. 31 terminis i.

ordine constitutus, secundus vero primo ac secundo, tertius primo, duobus secundis ac tertio. Ita enim numero progresso fit duplex, multiplicitatis prima proportio, ut descriptio monet:

I.	I.	I.
I.	II.	IIII.

Nam unitas in secundo ordine constituta aequa est primae unitati in superiore loco dispositae. Item binarius aequus est primae unitati ac secundae unitati; item quaternarius aequus est unitati primae ac duabus unitatibus secundis atque unitati tertiae, et est I. II. IIII. dupla proportio. Quod si de his idem feceris, tripla comparatio procreabitur, ac de tripla quadrupla; de quadrupla quincupla, ac deinceps talis currit habitudinum procreatio. Rursus isdem tribus praeceptis superparticulares fient, ut uno probemus exemplo. Convertamus nunc et priorem maiorem numerum disponamus IIII. II. I. Ponatur igitur primus primo aequus, id est ·IIII·, secundus primo scilicet et secundo, id est ·VI·, tertius primo, duobus secundis et tertio, id est ·VIIII·, quibus dispositis sesqualtera notatur esse proportio.

IIII.	II.	I.
IIII.	VI.	VIIII.

Atque id si de triplis fiat, sesquitertia, si de quadruplis, sesquiquarta, consimilibusque in alterutra parte vocabulis proportionalitas ex multiplicitate nascetur. Ex superparticularitate vero conversa ducitur superpartiens habitudo. Disponatur enim conversim sesqualtera comparatio VIIII. VI. IIII. Ponatur igitur primus primo aequus, id est ·VIIII·,

8 superiori g, h, k, o. 9 unitati primae g, h, k, o. || unitati *post* secundae *om.* g, h, k. 10 aequus est *om.* g, h, k. 12 comparabitur g, k; comparabitur *et supra versum* al. procreabitur h. 13 de triplo i, f, o. || de quadruplo o. || quinquupla i, f. 14 hisdem f, k, o; idem g, h. 15 fiunt g, h, k. 18 primus scilicet i. || et] ac g, h, k. 24 Adque i. 25 consimilibusve h, k. 26 nascitur h, k. 27 dicitur g.

secundus primo ac secundo, id est ·XV·, tertius primo, duobus secundis et tertio, id est ·XXV· Ac disponantur in ordinem hoc modo:

VIIII.	VI.	IIII.
VIIII.	XV.	XXV.

Superbipartiens igitur ex conversis sesqualteris habitudo producta est. Quod si quis ad hanc speculationem diligens scrutator accedat, ex sesquitertiis conversis supertripartientem producit ceterisque similibus vocabulis adaequatis cunctas ex superparticularitate superpartientes species procreari mirabitur. Ex non conversis autem superparticularibus, sed ita, ut ex multiplici procreati sunt, manentibus necesse est multiplices superparticulares creari. Ex manentibus vero superpartientibus ita, ut ex superparticularibus prodierunt, non alii nisi multiplices superpartientes procreabuntur. Ac de his quidem hactenus; diligentius enim in arithmeticis libris de hac comparatione est disputatum.

Regulae quotlibet continuas proportiones superparticulares inveniendi.

VIII. Saepe autem accidit, ut tres vel quattuor vel quotlibet aequas superparticularium proportiones de musica disputator inquirat. Sed ne id casu atque inscitia facientes error ullus difficultatis inpediat, hac regula quotlibet aequas proportiones ex multiplicitate ducemus. Unusquisque multiplex ab unitate scilicet computatus tot superparticulares habitudines praecedit suae scilicet in contrariam partem denominationis, quotus ipse ab unitate discesserit, hoc modo ut duplex sesqualteras antecedat, triplex sesquitertias, quadruplex sesquiquartas, ac dein-

1—2 tertius . . . ·XXV· *om.* f. 9 vocabulis *om.* f. g. 19 *Inscript. om.* g. || quodlibet g, k; quolibet f, o. 22 proportiones superparticularium f. 23 inscientia g; insciencia o. 29 decesserit i, f.

ceps in hunc modum. Sit igitur duplorum terminorum subiecta descriptio.

I.	II.	IIII.	VIII.	XVI.
	III.	VI.	XII.	XXIIII.
		VIIII.	XVIII.	XXXVI.
			XXVII.	LIIII.
				LXXXI.

In superiore igitur descriptione binarius primus multiplex unum ad se ternarium habet, qui possit facere sesqualteram proportionem. Ternarius vero non habet, qui ei possit esse sesqualter, quoniam medietate deficit. Rursus quaternarius secundus est duplex. Hic duos sesqualteros antecedit, senarium et novenarium, qui medietate caret; atque idcirco nullus ei in habitudine sesqualtera comparatur. Et in ceteris idem est. Tripli vero eodem modo sesquitertios creant. Sit enim similis in triplo descriptio:

I.	III.	VIIII.	XXVII.	LXXXI.
	IIII.	XII.	XXXVI.	CVIII.
		XVI.	XLVIII.	CXLIIII.
			LXIIII.	CXCII.
				CCLVI.

In superiore igitur descriptione sesquitertias proportiones ita natas videmus, ut primus triplex unum sesquitertium antecedat, secundus duos, tertius tres, semperque pars tertia in ultimo numero naturali quodam fine claudatur. Quod si quadruplum statueris, eodem modo sesquiquartos invenies, si quincuplum sesquiquintos ac deinceps. Singuli denominatione multiplices tot superparticulares praecedunt, quoto loco ipsi ab unitate discesserint. Unam vero tantum quadrupli dispositionem ponemus, ut in ea, sicut in ceteris, lector diligens acumen mentis exerceat.

10 non habet vero i. 11 deficit medietate i. 24 tres tertius i. 27 sin o. || quinquuplus i, f. 27—28 Multiplices singuli denominatione h. 29 decesserint i, f.

I.	IIII.	XVI.	LXIIII.	CCLVI.
	V.	XX.	LXXX.	CCCXX.
		XXV.	C.	CCCC.
			CXXV.	D.
				DCXXV.

Haec igitur speculatio ad hanc utilitatem videtur inventa, ut, quotienscunque quattuor vel ·V· vel quotlibet sesqualteros vel sesquitertios vel sesquioctavos vel quotlibet alias proportiones quis investigare voluerit, nullo errore labatur; utque non ei numero primo tales proportiones quaerat aptare, qui, quanti sunt propositi, tot praecedere et post se habere non possit, sed disponat potius multiplices videatque quantos superparticulares requirit, eumque multiplicem respiciat, qui eo loco ab unitate recesserit; ut in superioribus descriptionibus si tres sesqualteros fortasse quaesierit, ut non a quaternario ingrediatur investigationem — hic enim, quoniam secundus est duplus, duos tantum praecedit, tertiumque ei aptare non poterit — sed ut ab octonario medietates temptet apponere. Hic enim, quoniam tertius est, tres, quas quaerit, sesqualteras proportiones efficiet. Et in ceteris eodem modo. Est etiam alia augendi proportiones via hoc modo. Radices proportionum dicuntur in eisdem comparationibus minimae proportiones. Disponatur enim numerus naturalis unitate mulctatus: II. III. IIII. V. VI. VII. Minimae igitur proportiones sunt sesqualtera ·III· ad ·II·, sesquitertia ·IIII· ad ·III·, sesquiquarta ·V· ad ·IIII·, et deinceps in infinitum, et quaecunque se proportiones unitate praecesserint. Propositum igitur sit, duas sesqualteras proportiones con-

16 quesierit g, o. || ut *om.* g, h, k. 19 sesqualteras medietates h, k; sesqualteras *corr. add.* f. 20 quaeret i, f, o. 22 etiam] enim g, h, k. || proportionis i, f. 25 multatus k, o; multatus *et supra versum* i. privatus f, h; multiplicatus g. 26 ut in sesqualtera g, h, k, o; ut in *corr. add.* f. || in sesquitertia . . . in sesquiquarta g, h, k, o. 28 propositiones h. || se *om.* o. || proportiones unitate se g, h, k. || praecesserint] *supra versum:* minimae sunt h, k. 29 igitur *om.* h. || propositiones g.

tinua comparatione producere. Sumo radicem sesqualteram eamque dispono: ·II· et ·III· Multiplico igitur binarium per binarium, fiunt ·IIII· Item ternarius per binarium crescat; erunt ·VI· Rursus ternarium in semet ipsum ducemus; fiunt ·VIIII· Qui disponantur hoc modo:

II. III.
IIII. VI. VIIII.

Inveniemus igitur duas propositas sesqualteras proportiones ·VI· ad ·IIII· et ·VIIII· ad ·VI· Sit nunc propositum tres invenire. Dispono eosdem numeros, quos supra in exquirendis duabus sesqualteris habitudinibus proposueram, ipsasque sesqualteras proportiones. Multiplico binario quaternarium, fiunt ·VIII·, rursus senarium binario, fiunt ·XII·, rursus novenarium binario, fiunt ·XVIII., rursus novenarium ternario, fiunt ·XXVII· Disponantur igitur hoc modo:

II. III.
IIII. VI. VIIII.
VIII. XII. XVIII. XXVII.

Atque hic modus erit in ceteris. Ut si sesquitertias proportiones velis extendere, ponas sesquitertiorum radices, quae sunt quaternarius atque ternarius ad se invicem comparati. Atque ad hunc modum multiplices. Quodsi sesquiquartas sesquiquartorum dispones radices, eademque multiplicatione sesquiquartos quotlibet extendas. Quantum autem nobis hae considerationes prosint, sequens ordo monstrabit.

De proportione numerorum, qui ab aliis metiuntur.

VIIII. Si duos numeros eorum differentia integre fue-

2 et *om.* o; ad f. 8 Invenies f; Inveniuntur o. 15 novenario ternarium g, o. || igitur *om.* o. 21 pones h, k. 25 sesquiquartas f. || quodlibet f. || extendes g, h, k, o. 26 autem *om.* i. || prosint hae considerationes k. 27 demonstrabit o. 28 *Inscript. om.* g. || metuntur h, k. 29 integra i, f.

rit permensa, in eadem sunt proportione numeri, quos sua differentia mensa est, in qua erunt proportione etiam hi numeri, secundum quos eos sua mensa est differentia. Sint enim numeri ·L·LV· Hi igitur ad se invicem sesquidecima habitudine comparantur, et est eorum differentia quinarius, qui scilicet est pars decima numeri ·L· Hic igitur metietur quidem ·L· numerum decies ·LV· vero undecies. Secundum ·X· igitur atque ·XI· numeros ·LV· et ·L· propria differentia, id est quinarius permetietur, et sunt ·XI· ad ·X· sesquidecima comparatione compositi. In eadem igitur sunt proportione numeri, quos propria differentia integre permensa est, in qua sunt hi, secundum quos eos propria differentia permensa est. Quod si qua differentia numerorum ita eos numeros, quorum est differentia, metiatur, ut eandem mensuram numerorum pluralitas excedat idemque in utrisque sit excessus et sit deminutior differentiae mensura, quam est pluralitas numerorum, maiorem obtinebunt proportionem ad se invicem numeri, si eis illud, quod relinquitur post mensionem, retractum sit, quam fuerunt integri, cum eos propria differentia metiebatur. Sint enim numeri duo ·LIII· et ·LVIII. Hos igitur quinarius, qui est eorum differentia, metiatur. Metitur igitur ·LIII· numerum quinarius decies usque ad ·L· relinquit vero ternarium. Rursus ·LVIII· numerum metitur idem undecies usque ad ·LV· atque in eo iterum ternarium derelinquit. Auferatur igitur ex utrisque ternarius, fiunt ·L· et ·LV·, qui disponantur hoc modo:

LIII.	LVIII.
L.	LV.

In hoc igitur manifestum est, maioris esse proportionis inter se ·L· et ·LV· quam ·LIII· ad ·LVIII· In minoribus

2 etiam] et g, h, k. 5 eorum differentia est g, h, k. 7 metitur f. 9 permetitur f, g, h, k; metitur o. 11 proportione sunt h, k. 12 integre *corr. add.* f; integra i. 12—13 in qua sunt .... permensa est *in margine rec. manu additum in* f. 14 differentia est g, h, k. 25 idem] id est g. 32 ad] et g, h, k.

enim numeris maior semper proportio repperitur; quod paulo posterius demonstrabimus. Sin vero illa differentiae permensio numerorum multitudinem supervadat eademque utrosque numeri pluralitate praetereat, minore erunt proportione numeri superius mensi cum additione eius summae, qua utrosque metiens supervadit, quam fuerunt ante, cum eos propria differentia metiebatur. Sint enim numeri ·XLVIII· et ·LIII· Horum quinarius differentia est. Metiatur igitur ·XLVIII· numerum quinarius decies, fiunt ·L· Supervadit igitur ·L· numerus ·XLVIII· numerum binario. Idem ·LIII· undecies metiatur, fiunt ·LV· qui eisdem rursus duobus ·LIII· numerum supervadit. Addatur utrisque binarius et disponantur hoc modo:

XLVIII.	LIII.
L.	LV.

Minore igitur sunt proportione ·L· ad ·LV· comparati cum additione scilicet binarii, quo differentia eos metiens supervadit, quam ·XLVIII· et ·LIII· numeri, quos eadem quinarii differentia mensa est. Maiores vero et minores proportiones hoc modo intelleguntur. Dimidia pars maior est quam tertia, tertia pars maior est quam quarta, quarta pars maior est quam quinta, ac deinceps eodem modo. Unde fit, ut sesqualtera proportio maior sit sesquitertia et sesquitertia sesquiquartam vincat. Atque idem in ceteris. Hinc evenit, ut in numeris minoribus maior semper videatur proportio superparticularium numerorum. Quod apparet in numero naturali. Disponatur enim numerus naturalis I. II. III. IIII. V. Binarius igitur ad unitatem duplus est, ternarius ad binarium sesqualter est, quaternarius

2 demonstramus i. 4 minores f, g, h, i, k, o. || proportiones i, o; proportiones, s *puncto subnotato,* f. 6 qua] quam i. 10 igitur *om.* i. 11 Idem] Id est g. || Idem quinarius g, h, k; quinarius *supra versum* i. || isdem i. 16 Minores g, h, k, o. || sunt igitur o. || proportiones g, h, k. 17 qua *et supra versum* ł quo binario i. 19 differentia quinarii g, h, k, o. 22 quam *ante* quinta *om.* f, g, h, k. 25 maioribus minor i. 27 naturalis numerus h. 28 ·V· *om.* g, h, k. || duplex g.

vero ad ternarium sesquitertius. Maiores vero sunt numeri ternarius et quaternarius, minores ternarius et binarius et unitas. In maioribus igitur minor et in minoribus maior proportio continetur. Hinc apparet, quodsi aliquibus numeris proportionem continentibus superparticularem aequa pluralitas addatur, maiorem esse proportionem ante aequae pluralitatis augmentum, quam postea quam eis pluralitas aequa sit addita.

Qui ex multiplicibus et superparticularibus multiplicatis fiant.

X. Illud etiam praemittendum videtur, quod paulo post demonstrabitur, si multiplex intervallum binario fuerit multiplicatum, id etiam, quod ex illa multiplicatione nascetur, multiplex esse; quodsi id, quod ex tali multiplicatione procreatum sit, non fuerit multiplex, tunc illud non esse multiplex, quod binario fuerit multiplicatum. Item si superparticularis proportio binario multiplicetur, id quod fit, neque superparticulare esse neque multiplex. Quod si id, quod ex tali multiplicatione nascetur, neque multiplex est neque superparticulare, tunc illud, quod binario multiplicatum est, vel superparticularis vel alterius generis, non vero multiplicis.

Qui superparticulares quos multiplices efficiant.

XI. His illud addendum est, duos primos superparticulares primam efficere multiplicem proportionem. Ut si

3 et *ante* unitas *om.* i. || igitur *om.* f. 4 Hic f. 7 aeque f, g, o. || quam fiat f. 9 *Inscript. om.* g. || Qui] Quae k; an i, f. || ex] e h, k. || superticularibus h, k. || multiplicites g; multiplicitates i, f. 14 esse constat o. 15 sit *om.* o. 16 esse non f. || esse] fuerit i. 18 *prius* neque *videtur esse omittendum.* 20 est *om.* f. || superparticulare est neque multiplex i; superparticulare est f, o. 21 superparticularis] particularis i, f; *fortasse scribendum* superpartientis. || superparticularis est h, k. 22 generis est o. || non vero multiplicis *om.* h; *addendum videtur* neque superparticularis esse. 23 *Inscript. om.* g. 24 duo primi i, f.

sesqualter et sesquitertius coniungantur, duplicem creant. Sint enim numeri II. III. IIII. Ternarius ad binarium sesqualter, ·IIII· ad ·III· sesquitertius, ·IIII· ad ·II· duplus. Rursus primus multiplex primo additus superparticulari secundum multiplicem creat. Sint enim numeri II. IIII. VI. Quattuor namque ad ·II· duplex est, primus scilicet multiplex, sex ad ·IIII· sesqualter est, qui est primus superparticularis, ·VI· ad ·II· triplus, qui secundus est multiplex. Quodsi triplum sesquitertio addas, quadruplus efficietur, si quadruplum sesquiquarto quincuplus, atque in hunc modum iunctis proportionibus multiplicium ac superparticularium in infinitum multiplices procreantur.

De arithmetica geometrica armonica medietate.

XII. Quoniam vero de proportionibus quae erant interim tractanda praediximus, nunc de medietatibus est dicendum. Proportio enim est duorum terminorum ad se quaedam comparatio. Terminos autem voco numerorum summas. Proportionalitas est aequarum proportionum collectio. Proportionalitas vero in tribus terminis minimis constat. Cum enim primus ad secundum terminum eandem retinet proportionem, quam secundus ad tertium, dicitur haec proportionalitas, estque inter ·III· terminos medius, qui secundus. Has igitur proportiones medii termini coniungentis trina partitio est. Aut enim aequa est differentia minoris termini ad medium et medii ad maximum, sed non aequa proportio, ut in his numeris I. II. III. Inter ·I· quippe ac ·II· et inter ·II· ac ·III· tantum unitas differentiam tenet; non est autem aequa pro-

4 primus *om.* k; *in* h *corr. add.* 5 creant f. 7 est *post* sesqualter *om.* f, g, h, k. 9 efficitur g, h, k. 10 quinquuplus i, f. 13 *Inscript. om.* g. De medietate ar. geom. et arm. h, k. o *addit supra descriptiones has:*

Arithmetica	Geometrica	Armonica
I. II. III.	I. II. IIII.	III. IIII. VI.

16 enim *om.* k. || ad se terminorum f. 23 His *et supra versum* ł as f. 24 coniungentis proportiones medii termini f. 27 ·I·] primos i. || ac ·III·] et ·III· i; et tres o.

portio; ·II· quippe ad ·I· dupli sunt, ·III· ad ·II· sesqualter. Aut est aequa in utrisque proportio non vero aequalibus differentiis constituta, ut in his numeris I. II. IIII. Nam ·II· ad ·I· ita sunt dupli, quemadmodum quaternarius ad binarium. Sed inter quaternarium binariumque binarius, inter binarium atque unitatem unitas differentiam facit. Est vero tertium medietatis genus, quod neque eisdem proportionibus neque eisdem differentiis constat, sed quemadmodum se habet maximus terminus ad minimum, ita sese habet maiorum terminorum differentia ad minorum differentiam terminorum, ut in his numeris III. IIII. VI. Nam ·VI· ad ·III· duplus est, inter ·VI· vero et ·IIII· binarius interest, inter quaternarium vero ac ternarium unitas. Sed binarius comparatus ad unitatem rursus duplus est. Ergo ut est maximus terminus ad minimum, ita maiorum differentia ad minorum differentiam terminorum. Vocatur igitur illa medietas, in qua aequae sunt differentiae, arithmetica, illa vero, in qua aequae proportiones, geometrica, illa autem, quam tertiam descripsimus, armonica. Quarum haec subiciamus exempla:

Arithmetica.			Geometrica.			Armonica.		
I.	II.	III.	I.	II.	IIII.	III.	IIII.	VI.

Non vero ignoramus esse alias quoque proportionum medietates, quas quidem in arithmeticis diximus. Sed ad praesentem tractatum hae sunt interim necessariae. Sed inter has tres medietates proportionalitas quidem proprie et maxime geometrica nuncupatur idcirco, quoniam aequis proportionibus tota contexitur. Sed tamen eodem utemur promiscue vocabulo proportionalitates etiam ceteras nuncupantes.

1 sunt dupli f. || sesqualtera i; sesqualteri f. 12 est *om.* k. 14 vero ac] autem et k. 16 ad minorum differentiam *om.* f; *sed in margine est additum:* ad minorum terminorum differentiam. 17 igitur *om.* k. 20 describimus g, h, k. 22 *Inscriptiones om.* f. 24 quoque alias i. || quoque *om.* k. 26 haec f. 27 propriae i, f. 30 proportionalitatis i.

De continuis medietatibus et disiunctis.

XIII. Sed in his alia continua est proportionalitas alia disiuncta. Continua quidem ut superius disposuimus; unus enim idemque numerus medius nunc quidem maiori subponitur, nunc vero minori praeponitur. Quotiens vero duo sunt medii, tunc disiuncta proportionalitas nuncupatur, ut in geometrica hoc modo: I. II. III. VI. Nam ut est binarius ad unitatem, ita senarius ad ternarium; et vocatur haec disiuncta proportionalitas. Unde intellegi potest, continuam quidem proportionalitatem in tribus minimam terminis inveniri, disiunctam vero in quattuor. Potest autem in quattuor et in pluribus continua esse proportionalitas, si quidem hoc modo sit: I. II. IIII. VIII. XVI. Sed hic non erunt duae proportiones, sed plures, semperque una minus, quam sunt termini constituti.

Cur ita appellatae sint digestae superius medietates.

XIIII. Idcirco autem una earum medietas arithmetica nuncupatur, quod inter terminos secundum numerum aequa est differentia. Geometrica vero secunda dicitur, quod similis est qualitas proportionis. Armonica autem vocatur, quoniam est ita coaptata, ut in differentiis ac terminis aequalitas proportionum consideretur. Ac de his quidem diligentius in arithmeticis disputatum est, nunc vero, ut commemoremus tantum, ista percurrimus.

Quemadmodum ab aequalitate supradictae processerint medietates.

XV. Sed paulisper quemadmodum istae proportionali-

1 *Inscript. om.* g. || et [ac h] disiunctis medietatibus h, k. 4 enim] quidem k. || medius numerus h. || quidem] enim k. 11 et minimam f, g, h, i, k, o; minimis *correctione rec. manus* i. 16 *Inscript. om.* g. || sint *om.* k. || superius digestae h. 24 commemorem, em *mutato* in emus, f. 25 *Inscript. om.* g. || supradictae . . . medietates] medietates istae procreentur h; medietates istae processerint k.

tates ab aequalitate procreentur dicendum est. Praedictum est enim, quod in numero valet unitas, idem in proportionibus aequalitatem valere, et sicut numeri caput est unitas, ita proportionum aequalitatem esse principium. Quocirca hoc modo arithmetica medietas ab aequalitate nascetur. Positis enim tribus aequis terminis hi duo modi sunt, quibus haec proportionalitas producatur. Ponatur enim primus primo aequus, secundus primo ac secundo, tertius primo secundo ac tertio. Quod hoc monstratur exemplo. Sint unitates tres. Ponatur igitur primus primo aequus, id est unus, secundus primo ac secundo, id est ·II., tertius primo secundo ac tertio, id est ·III· eritque dispositio haec:

I.	I.	I.
I.	II.	III.

Rursus sint ·III· binarii in aequalitate constituti II. II. II. Ponatur primus primo aequus, id est ·II·, secundus primo et secundo, id est ·IIII·, tertius primo secundo et tertio, id est ·VI·; et erit dispositio haec:

II.	II.	II.
II.	IIII.	VI.

Rursus idem de ternario:

III.	III.	III.
III.	VI.	VIIII.

Sed in his hoc speculandum est, quod si unitas fuerit ad aequalitatis principium constituta, unitas etiam erit in differentiis numerorum, ipsi vero numeri inter se nullum intermittunt. Sin vero binarius teneat aequalitatem, binarius est differentia et unus inter terminos semper numerus intermittitur. Sin vero ternarius, idem differentia est, inter numeros vero duo naturaliter constituti intermittuntur, ac deinceps ad hunc modum. Est etiam alia propor-

1 ab] cum f. 7 proportionalitas haec i. 12 ac *corr. add.* i. 16 binarii tres k. || aequitate i. 25 his] hic *in litura* i. 29 semper] super, *mutatum in* semper, f. 32 etiam] enim g, h, k.

tionalitatem arithmeticam procreandi via. Ponantur enim tres aequi termini, constituanturque primus primo ac secundo aequus, secundus primo ac duobus secundis, tertius primo, duobus secundis et tertio. Ut si sint tres unitates. Sit primus primo ac secundo aequus, id est ·II·, secundus vero primo ac duobus secundis, id est ·III·, tertius autem primo, duobus secundis et tertio, id est ·IIII·

I.	I.	I.
II.	III.	IIII.

Hic igitur terminorum differentiam unitas tenet. Inter binarium enim et unitatem atque inter ternarium ac binarium unitas interest. Nullus vero naturalis numerus intermittitur. Post unitatem enim mox binarius est, ac post binarium ternarius naturaliter constitutus. Idem rursus in binario fiat, sintque tres binarii et sit primus primo ac secundo aequus, id est quaternarius, secundus vero primo et duobus secundis, id est senarius, tertius autem primo, duobus secundis et tertio, id est octonarius.

II.	II.	II.
IIII.	VI.	VIII.

Hic quoque binarius tenet differentiam terminorum uno inter eos naturaliter intermisso. Nam inter ·IIII· ac ·VI· quinarius naturaliter, inter ·VI· atque ·VIII· septenarius collocatur. Quod si ternarius aequalitatis principium sit, fiet ternarius differentia uno minus semper numeris intermissis. Atque idem et in quaternario quinarioque perspicitur. Et quae nos propter brevitatem tacemus, isdem regulis ex semet ipso diligens lector inveniet.

1 arithmeticam proportionalitatem h. 2 constituaturque g, h, k, o. 10 Hic] Sic k. || teneat k; tenet, a *rasura deleto*, h. 10—14 *Quae hic dicuntur apta sunt proportionalitati* I. II. III. *cum praecedat* II. III. IIII. *Boetium in hunc errorem incidisse vix credideris.* 11 inter] in f. || ac] et g, h, k. 14 constitutus est o. || Idem] Id est g. 15 ut sit f. 21 Hic] Sic. k. 22 ac] et f. 23 naturaliter inmittitur f. 26 quaternario in k. || perficitur o; conspicitur g, h, k. 27 hisdem f, g, h, k, o.

Geometrica vero proportionalitas tunc quemadmodum inveniri ab aequalitate possit ostendimus, quando, quemadmodum ab aequalitate omnis inaequalitas profluat, monstrabamus. Nisi tamen fastidium est, nunc quoque breviter repetendum est. Constitutis enim tribus aequis terminis ponatur primus primo aequus, secundus primo ac secundo, tertius primo, duobus secundis et tertio. Idemque fiat continue. Atque ita ex aequalitate geometrica proportionalitas principium sumat. Sed de harum proportionum proprietatibus perquam diligentissime in arithmeticis diximus. Quod si ad haec illis instructus lector accedet, nullo dubitationis errore turbabitur.

Armonica vero medietas, de qua nunc paulo latius tractandum est, hac ratione procreatur. Constituatur enim, si quidem duplices curamus effingere tribus aequis terminis positis primus primo ac duobus secundis aequalis, secundus duobus primis et duobus secundis, tertius semel primo, bis secundo et ter tertio. Atque hoc modo sint unitates:

I. I. I.

Constituatur igitur primus primo ac duobus secundis aequalis, id est ternarius, secundus vero duobus primis et duobus secundis, id est ·IIII·, tertius vero primo, duobus secundis et tribus tertiis, id est ·VI· Et si in binariis aequalitas constituatur vel in ternariis eadem ratio medietatis apparet, duplo a se terminis differentiisque distantibus, ut subiectae descriptiones monent.

I.	I.	I.	II.	II.	II.	III.	III.	III.
III.	IIII.	VI.	VI.	VIII.	XII.	VIIII.	XII.	XVIII.

Quodsi facienda est in extremitatibus tripla proportio tribus aequis terminis constitutis primus quidem faciendus est ex primo ac secundo, secundus vero ex primo ac duo-

2 invenire f. 9 sumet f. 10 perquam] quam g, h, k. 11 instructus illis k. 13 lacius g, k. 15 si curamus quidem duplices effringere o. || duplices proportiones h; proportiones *supra versum* k. 18 et *om.* f. || ter *om.* i, o. 20 *Unitates om.* f. 29 VIIII. XII. XVIII.] VI. VIIII. XVIII. o.

bus secundis, tertius autem ex primo, duobus secundis ac tribus tertiis, ut est subiecta descriptio:

I.	I.	I.	II.	II.	II.	III.	III.	III.
II.	III.	VI.	IIII.	VI.	XII.	VI.	VIIII.	XVIII.

De armonica medietate et de ea uberior speculatio.

XVI. Sed ingressi armonicam disputationem, quae de ea diligentius dici possunt, tacite praetereunda esse non arbitror. Conlocetur igitur armonica proportionalitas inque ea descriptione superiore ordine terminorum inter se differentiae disponantur.

differentiae
I. II.
III. IIII. VI.
termini.

Videsne igitur, ut ·IIII· ad ·III· diatessaron consonantiam prodant, ·VI· ad ·IIII· diapente concordent, ·VI· vero ad ·III· diapason misceant symphoniam ipsaeque earum differentiae rursus eandem statuant consonantiam? Binarius enim ad unitatem duplus est, in diapason consonantia constitutus. Quodsi se extremitates multiplicent itemque medius sui multiplicitate succrescat, comparati numeri toni habitudinem concordiamque servabunt. Ter enim ·VI· efficiunt ·XVIII·, quater ·IIII· fiunt ·XVI· Sed ·XVIII· numerus ·XVI· minoris parte octava transcendit. Rursus minimus terminus, si se ipse multiplicet, efficiet ·VIIII· Quod si maior terminus sui multiplicatione concrescat, efficiet ·XXXVI·, qui sibimet comparati quadruplam, id est bis diapason concinentiam servant. Quod si haec diligentius inspiciamus, haec erit omnis vel differentiarum vel

5 *Inscript. om.* g, h, k. 6 XVI. *om.* g, h, k. 8 in quae ea i. 9 superiori h. 11 differentia h. 16 producant f. || concordant i, k. 17 misceat i, f, o. || ipseque i, f, o. 18 consonantiam.] *Descriptionem harum consonantiarum addunt* h *et* k. 20 se *om.* g, k. 21 concrescat o. 23 fient i. 24 ·XVI· numerum f. || octava minoris parte f. || octava *om.* i. 26 numerus h. 28 continentiam g, i.

terminorum in se invicem multiplicatio. Minimus enim terminus medio multiplicetur, fient igitur ·XII· Item minimus terminus maximo multiplicetur, fient ·XVIII· Medius vero terminus maximi numerositate augeatur, fient ·XXIIII· Rursus minimus terminus se ipso concrescat, fient ·VIIII· ; eodemque modo medius, fient ·XVI· Senarius vero, qui est maximus, si se ipse multiplicet, ·XXXVI· reddet. Haec igitur in ordinem disponantur:

XXXVI. XXIIII. XVIII. XVI. XII. VIIII.

Sunt igitur diatessaron consonantiam resonantes ·XXIIII· ad ·XVIII· et ·XII· ad ·VIIII·, diapente vero ·XVIII· ad ·XII· et ·XXIIII· ad ·XVI· et ·XXXVI· ad ·XXIIII·, tripla autem, quae est diapason et diapente ·XXXVI· ad ·XII·, quadrupla vero, quae est bis diapason ·XXXVI· ad ·VIIII·, epogdous vero, qui tonus est, ·XVIII· ad ·XVI· comparatione servatur.

Quemadmodum inter duos terminos supradictae medietates vicissim locentur.

XVII. Solent autem duo termini dari proponique, ut inter eos nunc quidem arithmeticam, nunc vero geometricam, nunc armonicam medietatem ponamus. De quibus in arithmeticis quoque diximus. Id tamen ipsum nunc etiam breviter explicemus. Si arithmetica medietas quaeritur, datorum terminorum videnda est differentia eaque dividenda ac minori termino adicienda. Sint enim ·X· et ·XL· altrinsecus termini constituti horumque medietas secundum arithmeticam proportionalitatem quaeratur. Differentiam prius utrorumque respicio, quae est ·XXX· Hanc divido, fiunt ·XV· Hanc minori termino, id est denario, appono, fiunt ·XXV· Si igitur hic inter ·XL· ac ·X· medius conlocetur, fit arithmetica proportionalitas hoc

2 si medio multiplicetur f, g, h, k. || fiunt f, h, i, k. || igitur *om.* g, h, k, o. || Item minimus terminus] et si g, h, k, o. 3 fiunt h, k. 5 fiunt f. 6 quae i. 7 si *om.* i, f, o. 8 disponentur g, h, k. 16 *Inscript. om.* g. 18 ·XVI· h. || Volent o. 21 Id tamen] Adtamen g; Attamen h, k. 24 Sunt i. 25 termino i. || medietates i. 29 appone f.

modo: X. XXV. XL. Item inter eosdem terminos medietatem geometricam conlocemus. Extremos propria numerositate multiplico, ut ·X· in ·XL·, fiunt ·CCCC· Horum tetragonale latus adsumo, fiunt ·XX· Vicies enim ·XX· efficiunt ·CCCC· Hos igitur ·XX· medios inter ·X· ac ·XL· si conlocem, fit geometrica medietas subiecta descriptione formata: X. XX. XL.

Si vero armonicam medietatem quaeramus, sibimet ipsis copulamus extremos, ut ·X· et ·XL·; fiunt ·L· Eorum differentiam, quae est ·XXX· in minorem terminum multiplicamus, scilicet in denarium, ut fiant decies ·XXX· qui sunt ·CCC· Hos secundum ·L· partimur; fiunt ·VI· Quos cum minori termino addiderimus, redduntur ·XVI· Hunc igitur numerum si inter ·X· ac ·XL· medium conlocemus armonica proportionalitas expeditur: X. XVI. XL.

De consonantiarum merito vel modo secundum Nicomachum.

XVIII. Sed de his hactenus. Nunc illud videtur addendum, quemadmodum Pythagorici probent consonantias musicas in praedictis proportionibus inveniri. In qua re scilicet eis Ptolomaeus non videtur adsensus, de quo paulo posterius dicemus. Haec enim ponenda est maxime esse prima suavisque consonantia, cuius proprietatem sensus apertior conprehendit. Quale est enim unumquodque per semet ipsum, tale etiam deprehenditur sensu. Si igitur cunctis notior est ea consonantia, quae in duplicitate consistit, non est dubium, primam esse omnium diapason consonantiam meritoque excellere, quoniam cognitione praecedat. Reliquae vero hunc necessario secundum Pythagoricos ordinem tenent, quem dederint multiplicita-

9 fient i, f, o. 12 *Supra* hos si *rec. manu* h. || fiunt *om.* g. 14 si inter *om.* h. 15 et armonica i. 16 *Inscript. om.* g. 18 XVII. h. || actenus o. || Tunc f. || addendum videtur g, h, k, o; videtur addendum videtur i. 19 probant g, h, k. 20 supradictis k. 21 videntur i, o. 22 maxima f; maximae o. 23 primam esse o. 29 relique i. 30 dederunt g, h, k.

tis augmenta et superparticularis habitudinis detrimenta. Monstratum quippe est, quod multiplex inaequalitas superparticulares proportiones meriti antiquitate transcendat. Quocirca naturalis numerus ab unitate usque ad quaternarium disponatur: I. II. III. IIII. Igitur uni binarius comparatus proportionem duplicem facit et reddit diapason consonantiam eam, quae est maxima et simplicitate notissima. Si vero unitati ternarius comparetur, diapason ac diapente concordiam personabit. Quaternarius vero unitati comparatus quadruplam tenet bis scilicet diapason efficiens symphoniam. Quod si ternarius binario comparetur, diapente, si vero quaternarius ternario, diatessaron concinentiam supplet. Isque est horum ordo cunctis ad se invicem comparatis. Namque comparatio restat. Si quaternarium binario comparemus, cadet in duplicem proportionem, quam tenebat ad unitatem binarius comparatus. Itaque maxime distant soni in bis diapason, cum a se quadrupla intervalli demensione discedunt. Minimum vero inter se esse consonantes videntur soni, cum acutior graviorem tertia gravioris parte transcendit. Ac stat deinceps concinentiarum modus, qui neque ultra quadruplam possit extendi, neque intra partem tertiam coartari. Et secundum Nicomachum quidem hic consonantiarum est ordo, ut sit prima diapason, secunda diapason et diapente, tertia bis diapason, quarta diapente, quinta diatessaron.

De ordine consonantiarum sententia Eubulidis et Hippasi.

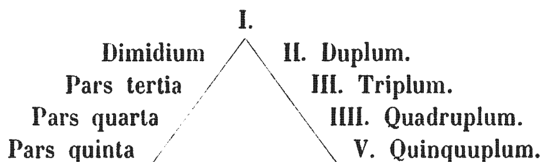
XVIIII. Sed Eubulides atque Hippasus alium consonantiarum ordinem ponunt. Aiunt enim multiplicitatis augmenta superparticularitatis deminutione rato ordine respondere. Itaque non posse esse duplum praeter dimidium, nec triplum praeter tertiam partem. Quoniam igitur

7 ea i. 10 quadruplum f. || tenet *om.* h, k. || scilicet bis f. 11 efficiet i. || symphoniam efficiens k. 13 consonantiam g, h, k, o. 14 Nam quae f, h, k, o. 18 Maximum g. 24 ordo est k. 26 *Inscript. om.* g. 27 ·XVIII· h.

sit duplum, ex eo diapason consonantiam reddi, quoniam vero sit dimidium, ex eo quasi contrariam divisionem sesqualteram, id est diapente, effici proportionem. Quibus mixtis, scilicet diapason ac diapente, triplicem procreari, quae utramque contineat symphoniam. Sed rursus triplici partem tertiam contraria divisione partiri, ex qua rursus diatessaron symphonia nascetur. Triplicem vero atque sesquitertium iunctos quadruplam comparationem proportionis efficere. Unde fit, ut ex diapason ac diapente, quae est una consonantia, et diatessaron una concinentia coniungatur, quae in quadruplo consistens bis diapason nomen accepit. Secundum hos quoque hic ordo est: diapason, diapente, diapason ac diapente, diatessaron, bis diapason.

Sententia Nicomachi, quae quibus consonantiis opponantur.

XX. Sed Nicomachus non eandem esse eis arbitratur contrariam positionem, sed potius ut unitas in arithmeticis crementi erat deminutionisque principium, ita etiam diapason symphoniam reliquarum esse principium, illas vero sibi in contraria divisione posse constitui. Id vero facilius erit cognitu, si prius pervideatur in numeris. Constituatur igitur unitas, duaeque ab ea partes fluant, una multiplicis alia divisionis, sitque haec formula:

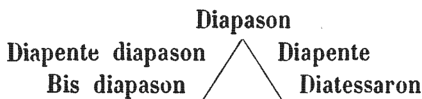


1 duplum sit i. 2 contrarium i. 5 quae] que f, g. || utramque] veramque o. || triplicis f, g, h, k; triplicem o. 9 ac] et g, h, k. 10 consonantia f. 13 ac] ke h. 15 *Inscript. om.* g. 16 ·XVIIII· h. 18 erat *om.* h, k. 21 cognitus i. 22 partes ab ea h, k. || unam i. 23 sicque g. 25 Duplum *et sequentia vocabula om.* h. 28 *In* g *addita sunt:* Pars sexta. VI. Sexcuplum. Pars septima. VII. Septuplum.

Et ad hunc modum ad infinita progressio est. Binarius enim unitatis duplus est; contraria vero eius pars eiusdem dimidium unitatis ostendit; tres triplus et contraria pars tertia; quattuor quadruplus parsque contraria quarta; atque ita crescendi et decrescendi in simplici est unitate principium. Idem igitur nunc ad consonantias convertamus. Erit igitur diapason quidem, quae dupla est, supremi loco principii, quae vero reliquae sunt, in contraria divisione hoc modo: sesqualter quidem triplo, sesquitertius vero quadruplo; quod tali argumentatione probabitur. Idem enim primus est sesqualter, qui primus triplus, scilicet principalis unitatis. Nam ternarius idem primus triplus est, si unitati, idem primus sesqualter, si binario comparetur. Rursus idem ternarius eius differentiae, quam ad binarium facit, cuius naturaliter positus probatur esse sesqualter, triplus est. Cum igitur iure sesqualter triplici opponatur, diapente consonantia diapente ac diapason consonantiae rationabiliter putatur opponi. Rursus quadruplus sesquitertii contrariam divisionem tenet. Nam qui est primus quadruplus idem rursus primus sesquitertius invenitur hoc modo. Quaternarius quippe primus est quadruplus, si unitati, primus sesquitertius, si ternario comparetur. Rursus eius differentiae, quam inter se ac ternarium tenet, ipse fit quadruplus. Unde fit, ut sesquitertia proportio, quae est diatessaron, quadruplae proportioni, quae est bis diapason, in contrarium dividatur. Dupla vero quoniam nullam habet oppositam proportionem nec ullius ipsa sesqualtera est, aut exstat numerus, cui possit binarius, qui primus est duplus, superparticulari proportione coniungi, talem formam contrariae proportionis excedit. Atque id-

2 duplex g, h, k. 7 quidem *om.* h. 8 supraemi i. 10 quadruplos i. 12 triplus est h. || principalis scilicet f. 13 est triplus k. 17 consonantiam f, h, o. 19 putat h, o; putat, ur *corr. addito,* i, f. 21 idem] id est g. || hoc modo] k *addit.* I. III. IIII. / II. I.

circo secundum Nicomachum diapason consonantiarum principium teneat hoc modo:



Sed quamvis ita sese habeat, inquit, melius tamen omnes multiplices proportiones consonantiarum praecedere, superparticularitates sequi, sicut paulo ante descripsimus. Cum igitur sit consonantia duarum vocum rata permixtio, sonus vero modulatae vocis casus una intentione productus, sitque idem minima particula modulationis, omnis vero sonus constet in pulsu, pulsus vero omnis ex motu sit cumque motuum alii sint aequales, alii vero inaequales, inaequalium vero alii sint multo inaequales, alii vero minus, alii vero mediocriter inaequales: ex aequalitate quidem nascitur sonorum aequalitas, ex inaequalitate vero ea, qua secundum mediocritatem distantiae inaequales sunt, manifestae primaeque ac simpliciores eveniunt proportiones, quae sunt scilicet multiplicis ac superparticularis, dupli, tripli, quadrupli, sesqualteri atque sesquitertii consonantiae. Ex his vero quae in reliquis proportionibus vel multimodis vel non ita claris vel longe omnino a se distantibus inaequalitates fiunt, dissonantiae existunt, nulla autem sonorum concordia procreatur.

Quid oporteat praemitti ut diapason in multiplici genere demonstretur.

XXI. Hoc igitur ita distincto demonstrabitur diapason consonantia, quae cunctarum optima est, in multiplici inaequalitatis genere et in duplicitatis habitudine repperiri.

3 o *addit numeros consonantias continentes.* 6 omnis i. 8 paulo *om.* i. 9 consonantia sit g, h, k. 13 fit g. || aliqui sint g, k. || aliqui vero k. 14 sunt i. 17 ea] hae o. || qua] quae g, h, i, o. 18 manifeste i. 19 multiplices ac superparticulares h, i, o. 20 atque] ac k. 23 inaequales h. 26 *Inscript. om.* g. || Quod i, k. 28 ·XX· h.

Ac primum quidem illud demonstrandum, quemadmodum in multiplicitatis genere diapason consonantia possit agnosci. Praecurrendum est igitur ad breve quiddam, quo prius cognito facilior demonstratio fiat. Ab omni superparticulari si continuam ei superparticularem quis auferat proportionem, quae est scilicet minor, id quod relinquitur minus est eius medietate, quae detracta est, proportionis. Ut in sesqualtera ac sesquitertia. Quoniam sesqualtera maior est, sesquitertiam de sēsqualtera detrahamus; relinquitur sesquioctava proportio, quae duplicata non efficit integram sesquitertiam proportionem, sed ea distantia minor est, quae in semitonio repperitur. Quodsi duplicata sesquioctava comparatio non est integra sesquitertia, simplex sesquioctava non est sesquitertiae proportionis plena medietas. Quodsi sesquiquartum sesquitertio auferas, id, quod relinquitur, medietatem sesquiquarti non efficit. Idemque in ceteris.

Demonstratio per inpossibile diapason in multiplici genere esse.

XXII. Age nunc ad diapason consonantiam redeamus. Quod si ea non est in multiplici genere inaequalitatis, cadet in superparticulare inaequalitatis genus. Sit igitur superparticularis proportio diapason consonantia. Auferatur ab ea continua consonantia, id est diapente, relinquitur diatessaron. Bis igitur diatessaron minus est uno diapente et ipsum diatessaron non inplet diapente consonantiae medietatem, quod est inpossibile. Monstrabitur enim bis diatessaron tono ac semitonio consonantiam diapente transcendere. Quocirca ne diapason quidem in superparticulari inaequalitatis genere poni potest.

5 eis f. 11 sesquitertiam integram f. 18 *Inscript. om.* g. 19 non esse i. 20 ·XXI· h. 22 inaequalitate i. 25 est *om.* g, h, k. 30 non potest g.

Demonstratio diapente, diatessaron et tonum in superparticulari esse.

XXIII. Restat igitur, ut diapente ac diatessaron et tonum in superparticularitate ponenda esse monstremus. Nam etsi id in prima quoque probatione ea, qua diapason in superparticulari genere non esse ponendam monstravimus, id quoque quodam rationis modo perclaruit, singillatim tamen de eo ac diligentius pertractemus. Nam si in superparticulari quis has habitudines ponendas esse non dixerit, in multiplici genere fatebitur conlocandas. Nam in superpartienti vel ceteris mixtis cur poni non possint, superius ut arbitror explanatum est. Ponantur igitur, si fieri potest, in multiplici genere. Et quoniam diatessaron consonantia minor est, diapente maior, diatessaron duplici diapente vero triplici proportioni multiplicitatis aptetur. Verisimile enim est, ut est consonantia diatessaron consonantiae diapente continua, ita si diatessaron in duplici statuatur, diapente in continua duplicis poni, id est triplici. Tonus autem, quoniam in habitudinibus musicis post diatessaron locatur, nimirum in ea proportione ponatur, quae est minor duplici. Haec autem in multiplicitatis genere non potest inveniri. Restat igitur, ut in superparticularitatis habitudinem cadat. Sit igitur prima id est sesqualtera toni proportio. Nam si duplicem auferamus triplici, quod relinquitur sesqualter est. Quodsi diatessaron quidem duplex est, diapente vero triplum sublatoque diatessaron a diapente tonus fit reliquus, nullo modo dubitari potest, quin tonus in sesqualtera debeat proportione constitui. Sed duae sesqualterae proportiones duplicem vincunt, quemadmodum ex arithmeticis instructus sibi potest quisque colligere. Duo igitur toni diatessaron superabunt, quod est inconveniens. Diatessaron enim duos tonos semitonii

3 ·XXII· h. *Totum caput deest in* g, *ex quo duo folia sunt resecta.* 6 ponenda i, f. 8 si *om.* i. 9 quis] qui i. || quis has . . . Nam in superpartienti *bis* o. 16 est enim h, k, o. 18 *alterum* in *om.* i. 21 ponetur f. 27 sublatumque f, h, i, k. || a *corr. additum in* f; ac i.

spatio transcendit. Non igitur fieri potest, ut diapente ac diatessaron in superparticulari inaequalitatis genere non conlocentur. Quod si quis tonum quoque in multiplici genere esse perscribat, quoniam quidem tonus minor quam diatessaron, diatessaron vero minus est quam diapente, diapente quidem ponatur in quadrupla, diatessaron in tripla, tonus in duplici. Sed diapente constat ex diatessaron et tono, quadruplum igitur secundum hanc rationem constabit ex triplo ac duplo, quod fieri nequit. Rursus statuatur diatessaron quidem in triplici et diapente in quadruplo. Si igitur auferamus triplum a quadruplo sesquitertius relinquetur. Rursus si diatessaron diapente consonantiae subtrahas, fit reliquus tonus. Tonus igitur secundum hanc rationem in sesquitertia proportione constabit. Sed tres sesquitertii uno triplici fiunt minores, tres igitur toni unum diatessaron nulla ratione supplebunt, quod est falsissimum. Duo enim toni ac semitonium minus diatessaron consonantiam supplent. Ex his igitur demonstratur diatessaron consonantiam non esse multiplicem. Dico autem quoniam nec diapente consonantia in multiplici genere poterit collocari. Nam si in eo statuatur, quoniam est ei minor continua, id est diatessaron, non locabitur diapente in multiplici minimo, id est in duplici, scilicet ut sit locus, quo diatessaron consonantia possit aptari. Sed diatessaron consonantia multiplicis generis non est, quocirca nec diapente in maiore habitudine multiplicis quam est dupla, quae minima est, aptari potest. Sit igitur diapente in minima, scilicet dupla. Diatessaron vero, quae minor est, in multiplici quidem aptari non potest — non est enim quicquam minus a duplici — sit igitur sesqualtera, tonus vero sesquitertia; in continua

1 ut non h, k; non *corr. additum in* f. 2 inaequalitate i. || non *om.* f, h, i, k. 3 collocetur i, f, o. 4 perscribat] *Videtur legendum:* praescribat. 5 vero *om.* i. 7 triplo i. 9 ac] et k, o. 12 si *om.* i. 15 fiunt] sunt i. 16 uno k. || nulla ratione supplebunt *om.* k. 18 minus *om.* h, k. 22 quoniam] quod i. || continua] consonantia i. 23 minimo multiplici f. || in *om.* h, k, o. 28 Sit] Si f, h, i. 29 quae] qui i.

enim proportione locabitur. Sed duo sesquitertii ampliores sunt uno sesqualtero. Duo igitur toni unam diatessaron consonantiam vincent, quod nulla ratione continget. Ex his igitur approbatur, diapente ac diatessaron in multiplici genere collocari non posse. Quocirca in superparticulari inaequalitatis genere iure ponentur.

Demonstratio diapente et diatessaron in maximis superparticularibus esse.

XXIIII. Illud quoque addendum est necessario, quoniam si diapente ac diatessaron superparticulares proportiones tenent, in maximis superparticularibus proportionibus collocantur. Sunt autem maximae sesqualtera et sesquitertia. Hoc vero approbatur hoc modo. Nam si in minoribus proportionibus quam sesqualtera vel sesquitertia diapente ac diatessaron consonantiae collocentur, non est dubium, quin, sicut aliae quaelibet proportiones superparticulares praeter sesqualteram ac sesquitertiam iunctae non efficiunt unum duplum, ita diapente ac diatessaron unum diapason nulla ratione concludent. Quoniam enim diapason in duplici proportione esse monstratum est, duplex vero proportio ex sesqualtero sesquitertioque componitur, diapason vero ex diatessaron ac diapente copulatur, non est dubium, quin, si totum diapason in duplici statuamus, diapente et diatessaron in sesqualtera sesquitertiaque proportione sint locandae. Aliter enim non poterunt diapason iunctae perficere, quae consonantia in duplici proportione consistit, nisi in his duabus proportionibus steterint, sesqualtera scilicet ac sesquitertia. Aliae enim proportiones superparticulares hanc nulla ratione coniungent.

6 genere inaequalitatis h, k, o. 7 *Inscript. om.* g. || diatessaron] diapason h, k. 9 ·XXIII· h. || necessario est g, h, i, k. 12 autem] aut i. || maxime i. 22 collocatur g, h, k. 24 statuatur g, h, k, o. || et] ac k, o. 29 hanc] duplicem i; duplicem *corr. additum in* f.

Diapente in sesqualtera, diatessaron in sesquitertia esse, tonum in sesquioctava.

XXV. Dico autem, quoniam proprie diapente in sesqualtera, diatessaron in sesquitertia proportione consistit. Quoniam enim inter utrasque proportiones, sesqualteram scilicet et sesquitertiam, sesqualtera maior est et sesquitertia minor, quoniamque in consonantiis diapente maior, diatessaron minor, apparet maiorem proportionem maiori, minorem vero minori esse consonantiae aptandum. Erit igitur diapente quidem in sesqualtera, diatessaron vero in proportione sesquitertia collocanda. Quod si diatessaron a diapente consonantia subtrahamus, relinquitur spatium, quod dicitur tonus. Sesquitertium vero si proportioni sesqualterae minuamus, relinquitur sesquioctava proportio. Quo fit, ut tonus in sesquioctava debeat comparatione constitui.

Diapason ac diapente in tripla proportione esse, in quadrupla bis diapason.

XXVI. Sed quoniam demonstratum est, diapason quidem duplam, diapente vero sesqualteram, iunctas vero duplam ac sesqualteram triplicem proportionem creare, ex his etiam illud apparet, diapente ac diapason in triplici proportione constitui. Sed si quis triplici proportioni sesquitertiam habitudinem iungat, quadruplam facit. Igitur si diapente ac diapason consonantiis diatessaron symphonia iungatur, fit quadruplum spatium vocum, quod bis diapason supra esse monstravimus.

1 *Inscript. om.* g. || Demonstratio diapente *cet.* h. 2 tonum esse h. 3 ·XXV· *om.* h. || propriae i, f, o; propria g. 5 sesqualtera scilicet et sesquitertia f, g, h, i. 7 quoniam quae i, o. 8 apparet minor i. || maiori minorem vero *om.* f, g, i; vero *om.* h. 9 minorem vero minori *om.* o. 12 consonantiam g. 15 Quae o || sit i. || ratione g, h, k. 17 *Inscript. om.* g. || esse *om.* k. 18 bis diapason in quadrupla h, k. 19 ·XXII· h. 23 tripli i. 24 habitudine i. || quadruplum g, h, k, o. 25 symphoniam i. 26 fit *om.* i.

Diatessaron ac diapason non esse secundum Pythagoricos consonantias.

XXVII. Sed in his illud diligens lector agnoscat, quod consonantiae consonantiis superpositae alias quasdam consonantias effecerunt. Nam diapente ac diatessaron iunctae diapason, ut dictum est, creant. Huic vero, id est diapason, rursus si diapente symphonia iungatur, fit consonantia, quae ex utrisque vocabulis nuncupatur, diapason scilicet ac diapente. Cui si diatessaron addatur, fit bis diapason, quae quadruplam proportionem tenet. Quid igitur, si diatessaron ac diapason consonantias iungamus, ullamne secundum Pythagoricos efficient consonantiam? Minime. Mox enim in superpartiens inaequalitatis genus cadit, nec servat vel multiplicitatis ordinem vel superparticularitatis simplicitatem. Age enim, statuantur numeri, quibus id facilius approbemus. Sit enim ternarius, cuius sit senarius duplus, scilicet in diapason consistens proportione. Huic aptetur sesquitertia, quam diatessaron esse praediximus, ut octonarius. Is enim ad senarium diatessaron proportionem tenet. Qui octonarius ad ternarium comparatus habet eum bis, sed, ne sit multiplex, habet etiam eius aliquas partes neque eas simplices. Duabus enim eum supervenit unitatibus, quae sunt duae tertiae partes ternarii, quem primum terminum minimumque locavimus. Sint igitur termini hi III, VI. VIII. Illud quoque, quod inter duas sibi continuas consonantias cadit. Etenim neque duplum est integrum, ut diapason consonantiam prodat, neque triplum, ut diapason ac diapente efficiat symphoniam. Cui si tonus addatur, mox triplum modum proportionis efficiet. Quoniam enim diapason ac

1 *Inscript. om.* g. || Diapason ac diatessaron h, k. || non *om.* i, f. non esse *om.* h, k. || non esse consonantias h; consonantias non esse k. 3 ·XXIII· h. 6 hunc i. 8 nuncupantur i. || diapente scilicet ac diapason k. 11 si *om.* i. 12 efficiant i; efficiunt o. 13 Minimae i. 17 sit *om.* k. || proportione consistens f. 19—20 esse .... ad senarium diatessaron *om.* i. 21 eum] enim i. 27—28 consonantiam prodat .... ut diapason *om.* i. 28 prodat] reddat o.

diapente sibimet iunctae efficiunt triplum, diatessaron vero et tonus diapente consonantiam iungunt, si diapason consonantiae addatur diatessaron, inconsonum fit, quoniam inter duplicem ac triplicem nulla potest naturaliter proportio multiplicitatis intellegi. Quod si ei adicio tonumt fiet diapason diatessaron et tonus, quod nihil distabit, utrum diapason ac diapente sit. Diatessaron enim e, tonus diapente constituunt. Sit enim diapason quidem ·III· et ·VI·, diatessaron ·VI· et ·VIII· tonus ·VIII· et ·VIIII· diapente ·VI· et ·VIIII· diapason ac diapente ·III· ad ·VIIII. Erit igitur sic tripla proportio: III. VI. VIII. VIIII. Sed quamquam de his multa Nicomachus, nos tamen, qua potuimus brevitate partim ea ipsa, quae Pythagorici affirmant, promentes, partim ex isdem quaedam consequentia argumentantes probavimus, si diatessaron consonantiae diapason addatur, consonantiam ex his coniungi non posse. Quid vero de his sentiat Ptolomaeus, posterius apponam. Sed de his hactenus. Nunc de semitoniis considerandum est.

De semitonio, in quibus minimis numeris constet.

XXVIII. Videntur enim semitonia nuncupata, non quod vere tonorum sint medietates, sed quod sint non integri toni, huiusque spatii, quod nunc quidem semitonium nuncupamus, apud antiquiores autem limma vel diesis vocabatur, hic modus est. Cum enim ex sesquitertia proportione, quae diatessaron est, duae sesquioctavae habitudines, quae toni sunt, auferuntur, relinquitur spatium, quod semitonium nuncupatur. Quaeramus igitur duos tonos continua dispositione descriptos. Sed quoniam hi, ut dictum est, in sesquioctava proportione consistunt, duasque sesquioctavas proportiones continuas adhibere non

1 iuncte i. 2—3 consonantia g, h, i. 6 fiat g, h, k. 8 Sint i; Sunt f; Sin o. 14 hisdem g, h, i, k. 17 Quod i. 20 *Inscript. om.* g. || semitoniis h, k. || constet numeris f. || consistant h, k. 21 ·XXIIII· h. 24 limna g, h; limina i, o. 26 duas sesquioctavas i.

possumus, nisi multiplex ille, a quo hae derivari possint, repperiatur, sit unitas prima eiusque octonarius octuplus primus. Ab hoc igitur unum sesquioctavum potero derivare. Sed quia duos quaerimus, fiant octies octo atque ex eo ·LXIIII· explicentur. Erit igitur hic secundus octuplus, a quo possumus duas sesquioctavas proportiones educere. Namque octo, quae est octava pars ·LXIIII· unitatum, eisdem additi totam summam ·LXXII· perficiunt. His vero si sua octava similiter apponatur, qui est novenarius, ·LXXXI· reddunt. Eruntque duo hi toni continui principali dispositione conscripti: LXIIII. LXXII. LXXXI. Nunc igitur ·LXIIII· unitatum sesquitertium conquiramus. Sed quoniam ·LXIIII· probantur partem tertiam non habere, si omnes hi numeri ternario multiplicentur, mox eis pars tertia contingit et omnes in eadem proportione durabunt, qua fuerunt, antequam his ternarius multiplicator accederet. Fiant igitur ter ·LXIIII·, id est ·CXCII· Horum tertia ·LXIIII· eisdem addita ·CCLVI· reddet. Erit igitur haec sesquitertia proportio, diatessaron consonantiam tenens. Nunc igitur duas sesquioctavas proportiones ad ·CXCII·, duobus se numeris continentes, rato ordine collocemus. Fiant igitur ter ·LXXII·, id est ·CCXVI.; rursus ter ·LXXXI·, qui sunt ·CCXLIII· Qui inter duos suprascriptos terminos collocentur hoc modo: CXCII. CCXVI. CCXLIII. CCLVI. In hac igitur dispositione proportionum primus numerus ad postremum diatessaron constituit consonantiam, idem vero primus ad secundum et secundus ad tertium geminos continuant tonos. Constat igitur spatium, quod relinquitur, ex ·CCXLIII· ad ·CCLVI·, in quibus minimis semitonii forma consistit.

1 hae duae g, h, k; duae *corr. add.* f. || dirivari g, k. 2 octoplus f. 4 fient g, h, i, k, o. 5 hic *om.* o; hinc i; hinc f. 8 summae unitatum g. || unitatem i. 13 tertiam partem k. 16 multiplicatus i. 17 Fient g, h, k. 23 intra k. 25 igitur *om.* g, h, k. 28 ad tertium] adiatessaron *et supra versum* ad tertium f. || constituunt g, h, k, o; constituant i; continuant *et supra versum* ł constituant f. 30 minimi f, g.

Demonstrationes non esse ·CCXLIII· ad ·CCLVI· toni medietatem.

XXVIIII. Approbo igitur ·CCXLIII· ad ·CCLVI· distantiam non esse integram toni medii demensionem. Etenim ducentorum ·XL· trium et ducentorum ·LVI· differentia ·XIII· tantum unitatibus continetur, qui ·XIII· minus quidem quam minoris octavam decimam, plus vero quam nonam decimam obtinent partem. Si enim octies decies ·XIII· ducas, efficies ·CCXXXIIII·, qui ·CCXLIII· nullo modo aequabunt, si decies novies multiplices, supervadent, cum oporteat omne semitonium, si tamen integrum toni dimidium tenet, inter sextam decimam partem ac septimam decimam collocari, quod posterius demonstrabitur, Nunc illud liquebit, talem semitonii distantiam sibimet geminatam unum toni spatium non posse conplere. Age enim, ut sese ·CCLVI· ad ·CCXLIII· habent, tales duas sibimet continuas proportiones secundum superius descriptam regulam disponamus. ·CC· enim et ·L· et ·VI· in semet ipsos multiplicemus et sit maximus terminus $\overline{\text{LXV}}$. DXXXVI. Item ·CCXLIII· propria numerositate concrescant et sit minimus terminus $\overline{\text{LVIIII}}$. XLVIIII. Rursus ·CCLVI· ad ·CCXLIII· multitudine concrescant. Erit igitur numerus $\overline{\text{LXII}}$. CCVIII. Hic igitur medius collocetur hoc modo:

$\overline{\text{LXV}}$. DXXXVI. $\overline{\text{LXII}}$. CCVIII. $\overline{\text{LVIIII}}$. XLVIIII.

In eadem igitur sunt proportione ·CCLVI· et ·CCXLIII·, in qua $\overline{\text{LXV}}$. DXXXVI. ad $\overline{\text{LXII}}$. CCVIII. Et item $\overline{\text{LXII}}$. CCVIII. ad $\overline{\text{LVIIII}}$. XLVIIII. Sed maximus eorum terminus, qui est $\overline{\text{LXV}}$. DXXXVI., ad minimum, qui est $\overline{\text{LVIIII}}$. XLVIIII., unum integrum non efficiet tonum. Quodsi primi ad secundum proportio, quae est aequa secundi ad tertium

1 *Inscript. om.* g. 3 ·XXV· h. 6 *alterum* ·XIII·] ·CCXLIII· i; ·CCXLIII· *et supra* ·XIII· f; scilicet o. 9 qui] quam *et supra rec. manu* qui f. 12 partem *om.* h, k. 13 quid i. 18 et *ante* L *om.* g, h, k. o. || et *ante* ·VI· *om.* f, o. 28 est *om.* i. 29 efficient f, g, h, k. || Quo si i. || prima o.

proportioni, integri esse semitonii probaretur, duo dimidia iuncta unum necessario efficerent tonum. Nunc autem cum non sit extremorum terminorum sesquioctava proportio, manifestum est haec duo spatia proprie tonorum dimidia non videri. Quicquid enim cuiuscunque est dimidium, id si duplicetur, illud efficit, cuius dicitur esse dimidium. Si vero illud inplere non possit, geminata particula minus est parte dimidia, si vero superfluat ac supervadat, plus est parte dimidia. Praeterea probabuntur autem $\overline{\text{LXV}}$. DXXXVI. non facere sesquioctavam proportionem, si $\overline{\text{LVIIII}}$. XLVIIII. unitatibus comparentur, si octava pars $\overline{\text{LVIIII}}$. XLVIIII. eisdem secundum eas, quae in arithmeticis dictae sunt regulas aggeratur. Quae quoniam in integris numeris non consistit, idcirco eandem octavam partem relinquimus lectorum diligentiae computandam. Liquet igitur eam proportionem, quae in ·CCLVI· et ·CCXLIII· est constituta, non esse integrum dimidium toni. Quocirca id, quod vere semitonium nuncupatur, pars toni minor est quam dimidia.

De maiore parte toni, in quibus minimis numeris constet.

XXX. Reliqua igitur pars, quae maior est, apotome nuncupatur a Graecis, a nobis vero potest vocari decisio. Id enim natura fert, ut, quotiens aliquid secatur, ita ut non aequis partibus dividatur, quanto minor pars dimidio minor est, tanto maior pars eademque auctior dimidium vincat. Quantum igitur semitonium minus integro dimidio toni minus est, tantum apotome toni integrum superat dimidium. Et quoniam docuimus semitonium in ·CCLVI·

1 duo *om.* i. || dimidia] semitonia o. 3 sit] sint f. 11 unitatibus *om.* g, k. 17 est] sit f. 18 toni *om.* g, k. 20 In quibus numeris maior pars toni sit. h, k. 21 ·XXVI· h. || apotomae g, h; apotoma i, k. 23 quoties g, k. 24 pars *om.* o. 25 eademque auctior] eadem quae est auctior o; eadem auctior est f, i, k; eadem auctior g, h. 26 minus est integro i. 27 minus *om.* g. || integram i; integri *et supra versum* ł um o. 28 dimidium vincit i; dimidium et vincit o.

et ·CCXLIII· principaliter stare, nunc ea, quae apotome dicitur, in quibus possit minimis constare numeris approbemus. Si igitur ·CCXLIII· partem recipere octavam possent, cum ad eum sesquioctavus numerus compararetur, tunc ·CCLVI· habitudo ad sesquioctavam summam minimi numeri comparata apotomen necessaria ratione monstraret. Nunc vero quoniam ei pars octava deesse monstratur, utrique numeri octies fiant. Et ex ·CCXLIII· quidem octies multiplicatis fit numerus $\overline{\mathrm{M}}$.DCCCCXLIIII. Quibus si propria conferatur octava, qui sunt ·CCXLIII·, fient $\overline{\mathrm{II}}$.CLXXXVII. Rursus ·CCLVI· per octonarium crescant; fient igitur $\overline{\mathrm{II}}$.XLVIII. Atque hic suprascriptorum terminorum in medio collocetur:

$\overline{\mathrm{M}}$.DCCCCXLIIII. $\overline{\mathrm{II}}$.XLVIII. $\overline{\mathrm{II}}$.CLXXXVII.

Tertius igitur terminus ad primum toni retinet proportionem, secundus vero ad primum semitonii minoris, apotomes vero tertius ad secundum. Atque in eisdem primis apotomes videtur constare proportio, cum semitonii in ·CCLVI· et ·CCXLIII· minimis numeris spatium contineatur. Idcirco autem $\overline{\mathrm{M}}$.DCCCCXLIIII. et $\overline{\mathrm{II}}$.XLVIII. in eadem proportione sunt, qua ·CCXLIII· ad ·CCLVI., quoniam ·CCLVI· et ·CCXLIII· octonario multiplicati sunt. Si enim unus numerus duos quoslibet numeros multiplicet, qui ex ea multiplicatione nascuntur in eadem erunt proportione, qua fuerint hi numeri, quos prior numerus multiplicavit.

Quibus proportionibus diapente ac diapason constent et quoniam diapason sex tonis non constet.

XXXI. Sed quoniam de diatessaron consonantia latius

4 comparetur i, k. 6 comparatam i, f. 8 octiens i. 9 ·$\overline{\mathrm{M}}$·] ·$\overline{\mathrm{CC}}$· i. 14 *Numeros iterum arcubus et inscriptionibus ornatos* h, k. 15 pertinet g. 16 apotome o; *cum litura in fine* g. 17 isdem i. 21 proportionem i. || qua] quia i. 24 nascantur k; nascantur, u *supra a scripto,* h. 27 *Inscript. om.* g. || ac *om.* f; et i. || constat h, constent f. 29 ·XXVII· h.

diximus, brevius et paene puris numeris de diapason ac diapente consonantiis disseramus. Diapente enim constat ex tribus tonis ac semitonio, id est ex diatessaron et tono. Disponantur enim numeri, quos superior descriptio conprehendit: CXCII. CCXVI. CCXLIII. CCLVI. In hac igitur dispositione primus terminus ad secundum et secundus ad tertium tonorum retinent proportiones, sed tertius ad quartum semitonii minoris, ut supra monstratum est. Si igitur ·CCLVI· octava eisdem, quorum octava est, apponatur, fient ·CCLXXXVIII· qui ·CXCII· comparati sesqualterum spatium proportionis efficiunt. Quocirca tres quidem toni sunt, si primus ad secundum, secundus ad tertium, quintus conferatur ad quartum. Semitonium vero minus tertii ad quartum terminum comparatio tenet. Quodsi diatessaron quidem duorum tonorum est ac semitonii minoris, diapente vero trium tonorum ac semitonii minoris, iunctae vero diatessaron ac diapente unum diapason videntur efficere: erunt ·V· toni et duo spatia semitoniorum minora, quae unum tonum non videantur inplere. Non est igitur diapason consonantia constans sex tonis, ut Aristoxenus arbitratur. Quod in numeris quoque dispositum evidenter apparet. Sex enim toni in ordinem disponantur, scilicet in sesquioctavis proportionibus constituti. Sex vero sesquioctavae proportiones a sexto octuplo procreantur. Disponantur igitur sex octupli hoc modo:

I. VIII. LXIIII. DXII. $\overline{\text{IIII}}$.XCVI. $\overline{\text{XXXII}}$.DCCLXVIII. $\overline{\text{CCLXII}}$.CXLIIII.

Ab hoc igitur ultimo numero sex toni in sesquioctava proportione constituti locentur hoc modo, dispositis primum octuplis terminis, ut octavae terminorum partes ipsorum terminorum lateribus adiungantur. Sit autem descriptio talis:

1 pene f, g, h, k, o; bene i. 7 retinet k. 10 qui ·CXCII· . . . . efficiunt *om.* g. || qui] quibus o. 11 toni quidem g, h, k. 16 tonorum est ac f. 21 appositum g, h, k. 24 proportionis i. || a] ad i. 25 igitur *om.* g, h, k. || sex] sexto i. 26 *Hanc dispositionem om.* o. 27 Ab] Ob h.

Octupli.

I. VIII. LXIIII. DXII. $\overline{\mathrm{IIII}}$. XCVI. $\overline{\mathrm{XXXII}}$. DCCLXVIII. $\overline{\mathrm{CCLXII}}$. CXLIIII.

Sesquioctavae.	Partes octavae.
$\overline{\mathrm{CCLXII}}$. CXLIIII.	$\overline{\mathrm{XXXII}}$. DCCLXVIII.
$\overline{\mathrm{CCXCIIII}}$. DCCCCXII.	$\overline{\mathrm{XXXVI}}$. DCCC. LXIIII.
$\overline{\mathrm{CCCXXXI}}$. DCCLXXVI.	$\overline{\mathrm{XLI}}$. CCCCLXXII.
$\overline{\mathrm{CCCLXXIII}}$. CCXLVIII.	$\overline{\mathrm{XLVI}}$. DCLVI.
$\overline{\mathrm{CCCCXVIIII}}$. DCCCCIIII.	$\overline{\mathrm{LII}}$. CCCCLXXXVIII.
$\overline{\mathrm{CCCCLXXII}}$. CCCXCII.	$\overline{\mathrm{LVIIII}}$. XLVIIII.
$\overline{\mathrm{DXXXI}}$. CCCCXLI.	

Huius igitur dispositionis haec ratio est. Continuus enim versus, qui limes dicitur, octuplos numeros tenet. A sexto vero octuplo sesquioctavae proportiones ducuntur. Ubi vero octavas partes scripsimus, octavae sunt eorum numerorum partes quibus adiacent. Quae si eisdem, quibus adiacent, apponantur, posteriores numeros creant. Ut in primo qui est $\overline{\mathrm{CCLXII}}$. CXLIIII., huius octava $\overline{\mathrm{XXXII}}$. DCCLXVIII. Hi sibimet si coniungantur, posteriorem efficiunt numerum, qui est $\overline{\mathrm{CCXCIIII}}$. DCCCCXII. Idemque in ceteris invenitur. Si igitur ultimus numerus, qui est $\overline{\mathrm{DXXXI}}$. CCCCXLI. duplus esset prioris numeri, qui est $\overline{\mathrm{CCLXII}}$. CXLIIII., recte diapason sex tonis constare videretur. Nunc autem si minimi numeri, id est prioris, duplicem conquiramus, minor erit eo numero, qui est maximus ac supremus. Nam $\overline{\mathrm{CCLXII}}$. CXLIIII. numeri duplus est, qui ad eum scilicet diapason consonantiam tenet, $\overline{\mathrm{DXXIIII}}$. CCLXXXVIII. Hic igitur minor est eo numero, qui sextum retinet tonum, eo scilicet, qui est $\overline{\mathrm{DXXXI}}$. CCCCXLI. Minor est igitur diapason consonantia

1 *et* 3 *Inscriptiones om.* o. 3 Sesquioctavi i, f. || Partis i; g *omissis partibus octavis omnium octuplorum sesquioctavos disponit.* 9—10 h *interponit* $\overline{\mathrm{DXXIIII}}$. CCLXXXVIII. 12 limis i. 13 proportionis i. || dicuntur g. 16 opponantur g; o *in* a *mutato* h. || numeros *om.* g, h, k. 20 numerus ultimus f. 23 videtur i. || autem] vero i. 25 supremus] praesumus i.

sex tonis. Atque id, quod sex toni diapason consonantiam supervadunt, voco comma, quod constat in minimis numeris $\overline{\text{DXXIIII}}$. CCLXXXVIII. et $\overline{\text{DXXXI}}$. CCCCXLI. Sed de his, quid Aristoxenus sentiat, qui auribus dedit omne iudicium, alias commemorabo. Nunc voluminis seriem fastidii vitator adstringam.

Explicit de musica id est armonica institutione liber secundus. Incipiunt capitula libri tertii.

4 quique g, h; que *corr. add.* f. || per omne g. k. 6 astringam g, k; asstringam h. 7 *Inscript.* om. g, h. || Explicitus k. || armonica] arithmetica f. 8 Incipiunt .... tertii] *Hanc inscriptionem et capitum indicem omittunt omnes quos contuli codices; quae cum maxime versimile sit casu tantum aliquo excidisse in eo libro manu scripto, ex quo omnes videntur manasse codices, secundum reliquorum librorum et singulorum capitum inscriptiones ipse addidi.*

XII. In qua numerorum proportione sit comma et quoniam in ea, quae maior sit quam ·LXXV· ad ·LXXIIII· minor quam ·LXXIIII· ad ·LXXIII·.

XIII. Quod semitonium minus maius quidem sit quam ·XX· ad ·XVIIII·, minus vero quam ·XVIIII S· ad ·XVIII S·

XIIII. Semitonium minus maius quidem esse tribus commatibus, minus vero quattuor.

XV. Apotomen maiorem esse quam quattuor commata, minorem quam quinque, tonum maiorem quam octo, minorem quam novem.

XVI. Superius dictorum per numeros demonstratio.

Expliciunt capitula. Incipit liber tertius.

Adversum Aristoxenum demonstratio superparticularem proportionem dividi in aequa non posse atque ideo nec tonum.

I. Superiore volumine demonstratum est diatessaron consonantiam ex duobus tonis ac semitonio, diapente vero ex tribus ac semitonio copulari, sed ea semitonia dimidium toni integrum non posse perficere, si singillatim considerata tractentur, atque ideo diapason ad sex tonos nullo modo pervenire. Sed quoniam Aristoxenus musicus, iudicio aurium cuncta permittens, haec semitonia non arbitratur esse secundum Pythagoricos contractiora dimidio, sed, sicut semitonia dicuntur, ita esse dimidietates tonorum, de eisdem rursus paulisper est disputandum demonstrandumque prius nullam superparticularem habitudinem noto numero posse dividi integra medietate. Inter duos

12 Expliciunt capitula *om. codices omnes.* Incipit liber tertius *om.* g, h, k. f *in fine addit:* id est. 13 *Inscript. om.* g. || Adversus h, k. 14 in aequa *om.* i, f. 18 copulari] culpari i. 22 arbitretur, a *supra* e *scripto*, k. 23 esse] sese g. 24 dimidietates] medietates h, k; *fortasse scribendum:* dimidias partes. 25 hisdem i, f, o. || disputandum] considerandum k. 26 que *om.* i. 27 in integra medietate o; integra medietate *mutatum in* in integram medietatem k.

enim numeros superparticularem proportionem continentes, sive illi sint principales, quorum est unitas differentia, sive posteriores, nullus ita poterit medius numerus collocari, ut, quam minimus proportionem tenet ad medium, eam medius teneat ad extremum, scilicet ut in geometrica proportione. Sed aut differentias aequas facere potest, ut sit aequalitas secundum arithmeticam medietatem, aut armonicam inter eosdem terminos medius numerus collocatus faciet medietatem aut quamlibet aliam, quarum in arithmeticis fecimus mentionem. Quod si id demonstrabitur, ne illud quidem constare poterit, sesquioctavam proportionem, quae tonus est, in dimidia posse discerni, quandoquidem sesquioctava omnis in superparticulari inaequalitatis genere consistit. Id vero melius inductione monstrabitur. Nam si per singulas proportiones consideratione deducta, scilicet superparticulares, nulla prorsus occurrit, quae interposito medio termino aequis proportionibus dividatur, non est dubium, quod superparticularis comparatio non possit in aequa partiri. Quodsi videtur auribus consonum aliquid canere, cum cuilibet voci duos tonos ac semitonium integrum distans vocula comparetur, id non esse consonum natura monstratur; sed quoniam sensus omnis, quae minima sunt, conprehendere nequeat, idcirco hanc differentiam, quae ultra consonum procedit, sensum aurium non posse distinguere, fore autem ut deprehendatur, si frequentissime talis particula per eosdem crescat errores. Nam quod in minimo haud sane cernitur compositum coniunctumque, cum iam magnum esse coeperit, pervidetur. A qua igitur proportione est ordiendum? An compendium dabimus quaestioni, si ab eo, de quo quaeritur, ordiamur? Id vero est, tonus in duo possit aequa partiri necne. Nunc igitur de tono est pertractandum et quemadmodum non possit in duo aequa dividi de-

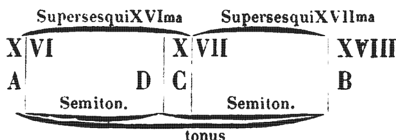
3 medius numerus poterit h. 10 monstrabitur g, h, k. 20 duo toni i, f; duobus tonis h, k, o. 21 semitonio integro h, k, o. 25 deprehendantur g; deprehendat f, k; comprehendatur o. 28 ceperit g; caeperit f, k, o. 30 questioni g, h, o. 33 demonstratum f.

monstrandum est. Quam demonstrationem si quis ad reliquas superparticulares comparationes transferat, similiter demonstrabitur superparticularem in aequa noto atque integro numero separari non posse. Primi igitur tonum continentes numeri sunt ·VIII· atque ·VIIII· Sed quoniam se isti ita naturaliter consequuntur, ut medius inter eos numerus non sit, eosdem binario, quo scilicet minimo possum, multiplico. Fiunt igitur ·XVI· atque ·XVIII· Inter hos vero naturalis numerus cadit, qui est ·XVII· Igitur ·XVIII· ad ·XVI· tonus est, sed ·XVIII· ad ·XVII· comparatus, habet eum totum et eius septimam decimam partem. Septima decima vero pars minor est sexta decima naturaliter, maior est igitur proportio, quae sub ·XVI· ac ·XVII· numeris continetur, quam ea, quae sub ·XVII· ac ·XVIII· Qui disponantur hoc modo, et sit

·XVI· A ·XVII· C. XVIII. B.

Medietas igitur integra toni inter ·C· ac ·B· nullo modo cadet. Minor est enim ·CB· proportio ·CA· proportione. Ad maiorem igitur partem medietas rata ponenda est. Sit vero medietas ·D· Quoniam igitur ·DB· quidem proportio, quod est dimidium toni, maior est ·CB· proportione, quae est minor pars toni, ·AC· autem proportio, quae est maior pars toni, ·AD· proportione maior est, quod est dimidium toni, est autem ·AC· proportio sesquisextadecima, ·CB· autem sesquiseptimadecima: non est dubium, quin integra medietas inter sesquisextamdecimam ac sesquiseptimamdecimam cadat. Sed hoc integro numero nullo modo poterit inveniri.

3 in aequa *om.* g, h, k. 6 isti se f. || ita *om.* g, k. 8 multiplicabo k. 11 tonum f, g, i. 16 A] ac i. || *In* h *et* k *addita est dispositio* A. D.C. B. *arcubus iuncta.* 21 quod est] integrum s. || dimidium *om.* g; in dimidium f. || maior est *om.* i. 22 minor pars] dimidium o. || autem *om.* g. 26 ac] et f, g, h, k. 27 *Post* cadat *addunt* g, h, k: ut et minor sit sesquisextadecima et maior sesquiseptimadecima. || in integro f, g. h, k.



Quoniam vero ad ·XVI· numerum ·XVII· numerus comparatus supersesquisextamdecimam obtinet proportionem, si eiusdem ·XVII· numeri sextamdecimam requiramus, erit unitas atque unitatis pars sextadecima. Hanc si eidem ·XVII· numero coniungamus, fient ·XVIII· et pars XVIma Si igitur ·XVIII· et pars ·XVIma ·XVI· numero comparetur, recte toni mensuram videatur excedere, cum ad eum solus ·XVIII· numerus sesquioctavam custodiat proportionem. Unde fit, ut, quoniam supersesquisextadecima proportio tonum bis aucta transcendit, non sit integrum toni dimidium. Quicquid enim bis ductum transcendit aliquid, id ultra dimidium illius esse videbitur, quod transcendit. Quocirca supersesquisextadecima non erit toni dimidium. Ac per hoc nec ulla alia maior sesquisextadecima proportione toni poterit esse dimidium, cum ipsa sesquisextadecima integro toni dimidio sit maior. Sed quoniam sesquiséxtamdecimam proportionem continua sequitur sesquiseptimadecima, videamus, an ea tonum bis multiplicata non inpleat. ·XVII· igitur numeri sesquiseptimamdecimam partem tenet terminus ·XVIII· In eadem igitur proportione si ad ·XVIII· numerum alium comparemus, erit ·XVIIII· et XVIIma pars. Quod si ad ·XVII· terminum in sesquioctava proportione positum numerum comparemus, fient ·XVIIII· et pars octava. Maior vero est

1 *Dispositionem om.* g, h, k. 3 sesquisextam decimam k; super *rasura deleto* h. 5 Hunc i, f. 6 fiunt g, h, k, o. 8 videtur g, h, k; videătur f. || *Post* excedere *addit* g: absque ·XVI· parte unitatis; k: ·XVI· parte unitatis. 10 super *om.* k; *rasura deletum* h. 13 esse *om.* g; esse illius o. 14 super *rasura deletum* h. || supersesquidecima i. 15 Ac] Hac i. || per] super f. 17 fit i. 19 sesquiseptima decima sequitur k; requiritur i. 23 ad *om.* g, i. 25 *Post* octava *in cod.* g *in contextum receptae sunt glossae*, *in cod.* h

pars octava parte septimadecima, maior igitur est proportio numerorum ·XVII· ac ·XVIIII· et octava quam ea, quae in ·XVII· ac ·XVIIII· et parte septimadecima continetur, quae sunt scilicet bis sesquiseptimaedecimae proportiones. Duae igitur sesquiseptimae decimae unum tonum non videntur inplere. Non est igitur sesquiseptimadecima toni dimidium, quoniam quae duplicata non inplent integrum, non tenent dimidium. Semper enim dimidium duplicatum ei, cuius est dimidium, coaequatur.

Ex sesquitertia proportione sublatis duobus tonis toni dimidium non relinqui.

II. Iam vero si eos numeros disponamus, qui de sesquitertia proportione duobus tonis retractis relinquuntur, in his considerare possumus, utrum ea proportio, quae post duos tonos relinquitur, integri loco semitonii censeatur. Quod si ita repertum sit, illud quoque est conprobatum, diatessaron consonantiam duobus tonis atque integro semitonio copulari. Erat igitur superius primus terminus ·CXCII·; ad hunc sesquitertiam proportionem tenebant ·CCLVI· Sed ad primum terminum ·CCXVI· faciunt tonum, ad ·CCXVI· rursus ·CCXLIII· toni obtinent locum. Est igitur quod relinquitur ex tota diatessaron proportione ea scilicet habitudo, quae in ·CCXLIII· et ·CCLVI· unitatibus constat. Haec igitur si probatur integri toni esse dimidium, dubitari non potest, diatessaron ex duobus tonis semitonioque consistere. Quoniam igitur demonstratum est, toni dimidium inter sesquisextamdecimam et

in margine f. 24[b] *et* 25[a] *adscriptae: f.* 91[b]: Si vis scire, quae sit sextadecima pars in ·XVII· *cet. et f.* 92[a]: Octava pars bis et aliquid plus maior est quam septimadecima, *cet.* 1 parte] pars i. 2 ·XVIII· et octava o. 3 ·XVII· ac ·XVIII· g, i *et* f *prima manu.* 4 proportiones sesquiseptimaedecimae k. 5 totum i. 6 sesqui *om.* g, h, k. 8 continent o. 9 coequatur f, g, h, k. || o *addit numeros* XVI. XVII. XVIII. *et* XVII. XVIII. XVIIII. *arcubus et inscriptionibus ornatos.* 10 *Inscript. om.* g. 11 non *corr. add.* f. 13 retractatio i.

sesquiseptimamdecimam proportionem locari, ab hac comparatione etiam haec proportio metienda est. Ne enim longius progrediamur, sumo ex ·CCXLIII· octavamdecimam partem. Ea fit ·XIIIS· Hanc si eisdem apposuero, fiunt ·CCLVIS· Apparet igitur minorem esse proportionem ·CCLVI· ad ·CCXLIII· sesquioctavadecima habitudine. Quod si dimidius tonus minor quidem est sesquisextadecima, maior vero sesquiseptimadecima proportione, sesquioctavadecima vero minor est sesquiseptimadecima habitudine, ducentorum vero ·LVI· ad ·CCXLIII· comparatio, quae scilicet relinquitur ex diatessaron duobus retractis tonis, minor est sesquioctavadecima: non est dubium, quin haec duorum numerorum proportio semitonio longissime deminutior sit.

Adversum Aristoxenum demonstrationes diatessaron consonantiam ex duobus tonis et semitonio non constare integro nec diapason tonis sex.

III. Quodsi, ut ait Aristoxenus diatessaron consonantia ex duobus tonis semitonioque coniungitur, duae diatessaron consonantiae necessario ·V· tonos efficient et diapente ac diatessaron iunctae, sicut unum diapason iungunt, ita sex tonis continua proportione coaequantur. Et quoniam paulo ante sex disposuimus tonos, quorum minimus erat numerus $\overline{\text{CCLXII}}$·CXLIIII., ad hunc vero ultimus in sexto collocabatur tono numerus ·$\overline{\text{DXXXI}}$·CCCCXLI·, quintum

2 haec] dehac i. 3 prodiamur i. 3—5 octavamdecimam . . . igitur mino *om.* o. 4 ·XIIIS·] ·XIII· *et supra versum rec. manu*: et semis g. || opposuero i. 5 S *om.* g, i. 7 minor] maior g, i, o; *et* f, *sed supra versum* minor. || in sesquisextadecima f, o. 8 maior] minor g, i, o *et* f, *sed supra versum* maior. 9 in sesquiseptimadecima f, o. 12 tonis retractis i. 15 *Inscript. om.* g. || Adversus h, k. || demonstratio h. 16 integro *om.* i; *corr. add.* f. 17 sex tonis h, k. 18 ait *om.* h, o; *rec. manu add.* g, k. 20 ·V· necessario f. || tonus i. || efficiunt k. 21 iuncte i, o; iuncto g, k. || coniungunt g, h, k. 25 tono collocabatur g; tono collocabitur h.

vero retinebant tonum ·CCCCLXXII· et ·CCCXCII·: disponantur hoc modo:

·CCLXII· CXLIIII.	toni sex	DXXXI ·CCCCXLI·
·CCLXII· CXLIIII.	toni ·V·	CCCCLXXII.CCC·XCII.

Nunc igitur de minoribus numeris, id est quinque tonis loquamur. Si ergo diatessaron duobus tonis ac semitonio, bis vero diatessaron quinque consisteret tonis, cum ex ·CCLXII· CXLIIII. diatessaron intenderem cumque de ·CCCCLXXII· CCCXCII· aliud diatessaron remitterem, idem inter utramque intentionem remissionemve numerus inveniretur. Id autem fit hoc modo. A numero, qui est ·CCLXII· CXLIIII· diatessaron intendo, id est sesquitertium, qui fit in ·CCCXLVIIII· DXXVS. Rursus de ·CCCCLXXII· CCCXCII. numeris remitto sesquitertiam proportionem, quae fit in ·CCCLIIII· CCXCIIII. Has igitur proportiones disponamus hoc modo, et sit primus quidem numerus ·A· secundus vero ·B· tertius ·C· quartus ·D·

A.	B.
CCLXII. CXLIIII.	CCCXLVIIII. DXXVS.
C.	D.
CCCLIIII. CCXCIIII.	CCCCLXXII. CCCXCII.

Quoniam igitur ·A· terminus ad ·D· terminum ·V· remotus est tonis, quoniamque diatessaron in duobus tonis ac semitonio iungitur, ut Aristoxenus arbitratur, unumque diatessaron inter ·A· atque ·B·, aliud vero inter ·C· atque ·D·

1 retinebat i. 3—4 *Dispositionem om.* g; *arcubus et inscriptionibus ornant h, k, o.* 5 minoribus] moribus i. || terminis g, h, k, o. 6 loquemur i. 7 consistere i. 13 S *om.* g, h, f; *in* g *rec. manus addidit:* et triente, *in* f trigens, *in* k triens *mutatum est in* et triente. 16 fit i. 18—21 g, h, i, k, f *dispositionem arcubus et inscriptionibus ornant;* o *numeros omittit.* 19 S] triens f, h, k; ·II· i. 23 quoniam quae i.

positum est, ·B· et ·C· terminos non oportet esse diversos, sed unos atque eosdem, ut integre ·V· toni ex duabus diatessaron consonantiis constare viderentur. Nunc vero, quoniam est differentia ·$\overline{\text{IIII}}$· DCCLXVIII SS; arguitur diatessaron minime tonis duobus ac semitonio coniungi.

Diapason consonantiam a sex tonis commate excedi et qui sit minimus commatis numerus.

IIII. Sed hanc si quaerimus in integris numeris differentiam collocare, quoniam in ea parte, quae est SS, pars tertia si addatur plenam efficit unitatem — quae pars tertia eiusdem SS dimidium est — si totius differentiae dimidium eidem adiecero, quod est ·$\overline{\text{II}}$· CCCLXXXIIII. ƧS, fit omnis summa ·$\overline{\text{VII}}$· CLIII., quae dudum commatis proportionem tenebat. Comma enim est, quo sex toni superant diapason consonantiam, quae in primis ·$\overline{\text{VII}}$· CLIII. unitatibus continetur. Ut igitur differentiae dimidium proprium adiecimus, ut in ·$\overline{\text{VII}}$· CLIII. excresceret, ita etiam cunctis A. B. C. D. terminis medietates proprias adiungamus et eadem erit in omnibus quae supra proportio. Fietque eadem inter ·V· tonos ac bis diatessaron differentia, quae est inter sex tonos ac diapason consonantiam differentia, scilicet ·$\overline{\text{VII}}$· CLIII. unitates, unde colligitur, ·V· tonos bis diatessaron et ·VI· tonos unum diapason tantum commate superare, quod in primis ·$\overline{\text{VII}}$· CLIII. unitatibus invenitur. Id autem patefaciet subiecta descriptio.

4 SS] et bisse k; et bisse *supra versum* f, g, h. || et arguitur f. 5 ex tonis f. || o *addit dispositionem, quam supra sine numeris dedit, hic cum numeris.* 6 *Inscript. om.* g. || a *om.* h, k. || quis k. 8 in *om.* k. 9 quoniam] quo i. || parti i. || SS *om.* f, g, h, i, o; bisse k. 10 addat g. 11 SS *om.* f, g, h, k; bisse o. 12 ƧS] et triens g, h, k, o; *supra versum* f. 16 Igitur ut f, g, h, k, o. 18 ·D· *om.* g, h; *supra versum* k. 21 differentiae i. 25 *Quod pluribus locis differunt descriptiones, quas* g, h, k *continent, ab iis, quae in* f, i, o *inveniuntur, satius duxi non has solum in contextum recipere sed etiam illas in tabula adiungere.*

A.	B.	C.	D.
Quinque toni.		Bis diatessaron.	
$\overline{CCLXII}$. CXLIIII.	$\overline{CCCXLVIIII}$. DXXVSS.	$\overline{CCCLIIII}$. CCXCIIII.	$\overline{CCCCLXXII}$. CCCXCII.
Superiorum numerorum dimidia.			
$\overline{CXXXI}$. LXXII.	$\overline{CLXXIIII}$. DCCLXIISS.	$\overline{CLXXVII}$. CXLVII.	$\overline{CCXXXVI}$. CXCVI.
Priores numeri cum dimidiis suis.			
$\overline{CCCXCIII}$. CCXVI.	$\overline{DXXIIII}$. CCLXXXVIII.	$\overline{DXXXI}$. CCCCXLI.	$\overline{DCCVIII}$. DLXXXVIII
Differentia mediorum.			
$\overline{VII}$. CLIII.			
Toni sex.		Duplum.	
$\overline{DXXXI}$. CCCCXLI.	$\overline{CCLXII}$. CXLIIII.	$\overline{DXXIIII}$. CCLXXXVIII.	
Differentia extremorum.			
$\overline{VII}$. CLIII.			

Quemadmodum Philolaus tonum dividat.

V. Philolaus vero Pythagoricus alio modo tonum dividere temptavit, statuens scilicet primordium toni ab eo numero, qui primus cybum a primo inpari, quod maxime apud Pythagoricos honorabile fuit, efficeret. Nam cum ternarius numerus primus sit inpar, tres tertio atque id ter si duxeris ·XXVII· necessario exsurgent, qui ad ·XXIIII· numerum tono distat, eandem ternarii differentiam servans. Ternarius enim ·XXIIII· summae octava pars est, quae eisdem addita primum a ternario cybum ·XX· ac ·VII·

1 *Litteras om. f.* 3 SS]. II. i; 2 *et supra versum* triens f. 4 dimidietates f. 5 SS]. II. i; S. 2. *et supra versum* sextans f.; ʒ o. 6 dimidiis] medietatibus f. 7 $\overline{DXXXI}$.] $\overline{DXXX}$. i. 10 Toni sex sunt inter hos duos f. 11 CCLXXXVIII.] CLXXXVIII. i. 1—13 *In* o *descriptio in duas est divisa. Prior continet numeros versus septimi et noni*, *altera numeros versus quinti*, $\overline{II}$CCCLXXXIIII SS *in medio collocatis. Utraque arcubus et inscriptionibus est ornata.* 14 *Inscript. om.* g. 17 cibum f, i, o; cubum h, k. 19 primus *om.* i. 21 tono *om.* o; tonos i. || distant i; distans est f. || eadem i. || eandem ad eum f. 23 ac *om.* g, h, k.

Descriptio pag. 270 addenda.

Priores numeri. A. B. C. D. litteris sic dispositi.

CCLXII. CXLIIII.	CCCXLVIIII. DXXV triens.	IIII. DCCLX. VIII et bisse.	CCCLIIII. CCXCIIII.	CCCCLXXII. CCCXCII.

Superiorum numerorum medietates.

CXXXI. LXXII.	CLXXIIII. DCCLXII et semis et dimidium trientem.	II. CCCLXXX IIII et triens.	CLXXVII. CXLVII.	CC. XXXVI. CXCVI.

Priores numeri cum dimidiis suis.

CCCXCIII. CCXVI.	DXXIIII. CCLXXXVIII.	VII. CLIII.	DXXXI. CCCCXLI.	DCCVIII. DLXXXVIII.
diatessaron.		comma.	diatessaron.	

diatessaron.		commatis proportio.			commatis proportio.		
CCLXII. CXLIIII.	CCCXLVIIII. DXXV triens.	IIII. DCCLX. VIII et bisse.	CCCLIIII. CCXCIIII.	CCCCLXXII. CCCXCII.	DXXIIII. CCLXXXVIII.	VII. CLIII.	DXXXI. CCCCXLI.
			diatessaron.				
		quinque toni.					
			sex toni.				

1 *Hunc versum om.* g. D. *om.* h. 5 numerorum *om.* g. 8—9 et dimidium trientem *om.* g. 13 diatessaron. comma. diatessaron. *om.* h, k. 14—19 *Hanc descriptionem om.* g. 16 triens *om.* h, k.

reddit. Ex hoc igitur duas Philolaus efficit partes, unam quae dimidio sit maior, eamque apotomen vocat, reliquam, quae dimidio sit minor, eamque rursus diesin dicit, quam posteri semitonium minus appellavere; harum vero differentiam comma. Ac primum diesin in ·XIII· unitatibus constare arbitratur eo, quod haec inter ·CCLVI· et ·CCXLIII· pervisa sit differentia, quodque idem numerus, id est ·XIII· ex novenario, ternario atque unitate consistat, quae unitas puncti obtineat locum, ternarius vero primae inparis lineae, novenarius primi inparis quadrati. Ex his igitur causis cum ·XIII· diesin ponat, quod semitonium nuncupatur, reliquam ·XXVII· numeri partem, quae ·XIIII· unitatibus continetur, apotomen esse constituit. Sed quoniam inter ·XIII· et ·XIIII· unitas differentiam facit, unitatem loco commatis censet esse ponendam. Totum vero tonum in ·XXVII· unitatibus locat eo, quod inter ·CCXVI· ab ·CCXLIII·, qui inter se distant tono, ·XXVII· sit differentia.

Tonum ex duobus semitoniis et commate constare.

VI. Ex quibus facile apparet, tonum duobus semitoniis minoribus et commate constare. Nam si totus tonus ex apotome constat ac semitonio, semitonium vero ab apotome differt commate, nihil est aliud apotome nisi semitonium minus et comma. Si igitur duo semitonia minora de tono quis auferat, comma fit reliquum.

Demonstratio tonum duobus semitoniis commate distare.

VII. Idem vero hoc quoque probabitur modo. Nam si diapason ·V· tonis ac duobus minoribus semitoniis con-

2 dimidio] medio k. 5 prius g, k; primus h. 8 id est] idem i. || et ternario g, h, k. 9 consistit o. 16 Tonum vero totum f; Tonum vero tonum o. 18 tono distant f. 19 *Inscript. om.* g. 22 constet h, k. || ac] et g, h, k. || vero *om.* h, k. 25 sit g. 26 *Inscript. om.* g. || ex duobus h. || et commate h, k. || constare h, k. 28 diapason diatessaron i.

tinetur, superantque ·VI· toni diapason consonantiam uno commate, non est dubium, quin tonis quinis ab utroque spatio sublatis fiant reliqua ex diapason quidem duo semitonia minora, de sex vero tonis tonus. Atque hic tonus haec duo semitonia, quae relinquuntur, vincet commate. Quod si duobus eisdem semitoniis comma reponatur, aequabunt tonum. Constat igitur unum tonum duobus semitoniis minoribus et commate, quod in ·$\overline{\text{VII}}$· CLIII. primis unitatibus invenitur aequari.

De minoribus semitonio intervallis.

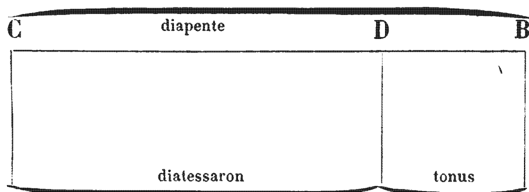
VIII. Philolaus igitur haec atque his minora spatia talibus definitionibus includit. Diesis, inquit, est spatium, quo maior est sesquitertia proportio duobus tonis. Comma vero est spatium, quo maior est sesquioctava proportio duabus diesibus, id est duobus semitoniis minoribus. Schisma est dimidium commatis, diaschisma vero dimidium dieseos, id est semitonii minoris. Ex quibus illud colligitur: quoniam tonus quidem dividitur principaliter in semitonium minus atque apotomen, dividitur etiam in duo semitonia et comma; quo fit, ut dividatur in quattuor diaschismata et comma. Integrum vero dimidium toni, quod est semitonium, constat ex duobus diaschismatibus, quod est unum semitonium minus, et schismate, quod est dimidium commatis. Quoniam enim totus tonus ex duobus semitoniis minoribus et commate coniunctus est, si quis id integre dividere velit, faciet unum semitonium minus commatisque dimidium. Sed unum semitonium minus dividitur in duo diaschismata, dimidium vero commatis unum schisma. Recte igitur dictum est, integre dimidium tonum in duo diaschismata atque unum schisma posse partiri, quo fit, ut integrum semitonium minore semitonio uno schismate differre videatur. Apotome autem a minore semitonio duo-

5 vincit g, h, k. 10 *Inscript. om.* g. || semitonii f, h, k. 14 quo] quod i. || est *om.* i. 15 id est] vel h. || Scisma f. 16 diachisma o. 20 quattuor] duo f, i. 26 velit] voluerit g, h, k.

bus schismatibus differt; differt enim commate. Sed duo schismata unum perficiunt comma.

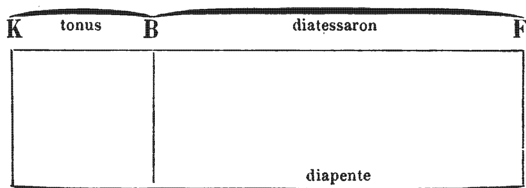
De toni partibus per consonantias sumendis.

VIIII. Sed de his quidem hactenus. Nunc vero illud videtur esse dicendum, quemadmodum per consonantias musicas imperata possimus spatia nunc extendere nunc vero remittere. Id autem lineariter fiat, lineaeque, quas describimus, vocis accipiantur loco. Sed iam sese ratio ipsa demonstret. Sit propositum toni spatium per consonantiam sumere in acutum scilicet atque gravem. Sit sonus ·B·; ab hoc intendo alium sonum, qui diapente spatio ab eo, quod est ·B·, distet ad eum, qui est ·C· Ab hoc remitto diatessaron consonantiam ad id, quod est ·D· et quoniam inter diapente ac diatessaron tonus differentiam facit ·DB· spatium tonus repertus est.

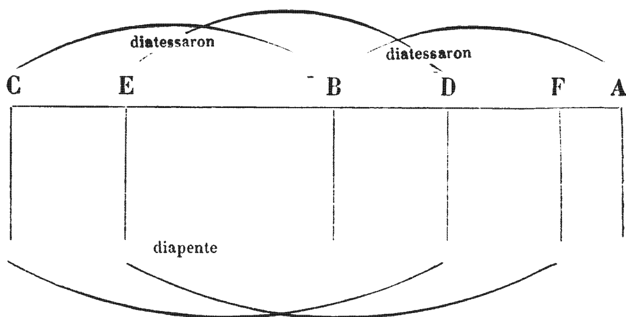


Ad gravem vero partem ita modulabimur tonum. Ab eo, quod est ·B·, diatessaron intendo ad ·F· et ab ·F· diapente remitto ad ·K. Erit igitur ·KB· tonus. Animadvertet igitur diligens lector ad ·DB· quidem ad acutam partem effectum tonum, ad ·KB· autem ad gravem.

1 Sed] sub i. 3 *Inscript. om.* g. || De sumendis toni *cet.* h, k. 8 descripsimus f. || accipiuntur i. || sese] esse f. 10 Sit *om.* o. 11 ·B·] *In* i *lineolae litteris sunt superpositae, aliquot locis etiam in* f. 16 *Descriptionem om.* g; B D C *inverso ordine* o. 17 graviorem f, i, o. 18 ab *om.* i. 19 Animadvertit g, o; A. enim advertet i. 21 ad gravem in inferiore figura o.

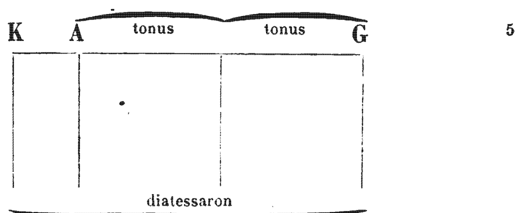


Sit propositum minorem toni partem per consonantiam sumere in acutam partem atque gravem. Minor vero toni pars est spatium, quo duos tonos diatessaron consonantia transcendit. Sit enim sonus ·A· Intendo ab ·A· diatessaron ad ·B· Rursus intendo a ·B· diatessaron ad ·C· Et ab ·C· remitto diapente ad ·D· Tonus est igitur ·BD· Rursus a ·D· intendo diatessaron ad ·E· Remitto iterum ab ·E· diapente ad ·F· Tonus est igitur ·DF. Duo igitur sunt toni ·BD· ·DF· Et erat ·BA· integrum diatessaron; erit igitur ·FA· minor toni pars, quod semitonium nuncupatur.

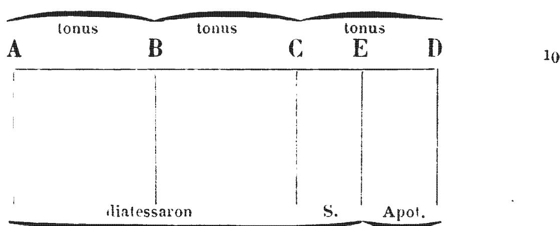


1 *Descriptionem om.* g. 5 Sit] Si i. 7 Et ab ·C· *corr. add.* f. 8 a] ab f, i. || intendo *om.* i. || ad ·E·] adest i. 9 ab ·E·] abest i; a. b. o. 13 *Descriptionem om.* g. A F D B E C *inverso ordine* o.

Ad graviorem vero partem hoc modo. Sit sonus ·A· Intendo duos tonos per consonantiam ad ·G·, diatessaron vero ab ·G· remitto ad ·K· Erit igitur ·KA· minor semitonii pars, quod oportebat efficere.

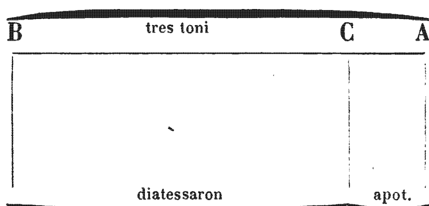


Si tribus tonis diatessaron auferamus, apotome fit reliqua. Sint enim tres toni AB. BC. CD. Ab his auferatur ·AE· diatessaron. Erit igitur ·EC· semitonium minus, apotome igitur est ·ED·

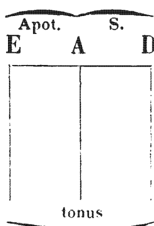


Hanc igitur apotomen, si sit commodum, sic sumemus. Ac primum quidem ad acutum. Intendo tres tonos ab ·A· eos, qui sunt ·AB· et ab eo, quod est ·B· ad ·C· diatessaron consonantiam remitto et fit ·CA· apotome reliqua.

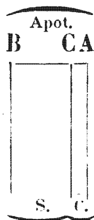
2 tonos *om.* g. 6 Si igitur g, h, k, o. || tribus] duobus i. || auferam f, g, h, k. 12 ab ·A·] ·a·B· a, f. 13 et ab eo] ab eo autem g, h, k.



Quod si idem spatium ad gravem sonum velimus efficere, fit hoc modo: Sit sonus ·A· Intendo semitonium minus, id quod est ·AD·, remitto ab ·D· tonum eum, qui est ·DE· Erit igitur ·AE· ea, quam requirimus, apotome.

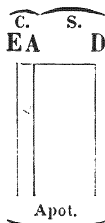


Sit propositum ad acutam partem comma sumere. Sit sonus ·A· Intendo apotomen ·AB·, remitto semitonium minus ·BC· Et quoniam semitonium minus apotome minus est commate, comma erit ·CA·



1 *Ordinem sonorum invertunt* g, o. 3 tonus h, *et* f, *sed mutatum in* sonus. 5 quam superius requirimus h, k. 6 *Ordinem sonorum invertit* g. 8 tonus f, g, h, i, k. 9 minor f, g, i. 10 ·CA·] ·C·C· o. 11 *Ordinem sonorum invertunt* g, o.

Rursus ad gravem partem hoc modo. Intendo ab ·A· sono semitonium minus, id quod est ·AD·, ab ·D· vero remitto apotomen, id quod est ·DE· Erit igitur comma ·EA·

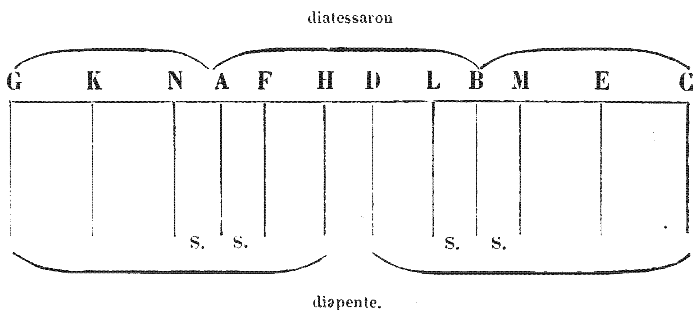


Regula semitonii sumendi.

X. Oportet vero has omnes consonantias rite esse animo atque auribus notas. Frustra enim haec ratione et scientia colliguntur, nisi fuerint usu atque exercitatione notissima. Ut vero id, quod institutione musicae adorsi sumus, non mox auribus, quod iam provectorum in musica est, sed ratione interim censeatur, unum dabimus exemplum inveniendi spatii, quod videtur esse paulo difficilius, scilicet semitonii minoris, ut in utramque partem, acutam scilicet atque gravem rato possit ordine repperiri. Sit diatessaron ·AB· Oportet igitur circa ·AB· consonantiam minus semitonium ad graviorem partem acutioremque deducere. Intendo igitur ·BC· diatessaron. Remitto rursus diapente ·CD· Erit igitur tonus ·BD· Diatessaron enim consonantia a diapente consonantia tono superatur, et ·CB· spatium ·DC· spatio ·BD· spatio transcenditur. Rursus intendo diatessaron ·DE·, remitto autem diapente ·EF· Tonus est igitur ·DF· Sed et ·BD· tonus erat. Semitonium igitur minus est ·AF·, quod subtractis duobus tonis ·FD· ·BD· ab ·AB· diatessaron spatio relinquitur. Rursus remitto diatessa-

3 igitur *om.* f. || ·EA·] ·b·a· o. 4 *Ordinem sonorum invertit* g. 5 *Inscript. om.* g, i, k. 6 ·X· *om.* g, i. 12 exemplar f. 15 Sit] Sed i. 16 gravem g. || diducere i. 18 sonus i. 22 ·DB· i; ·d·b· o. 23 ab] ·AB· f, i.

ron ·AG·, intendo diapente ·GH· Erit igitur ·AH· tonus. Sed erat ·AF· semitonium, erit igitur ·FH· apotome. Rursus remitto diatessaron ·HK·, intendo diapente ·KL· Tonus igitur est ·HL· Erat autem tonus ·HA., semitonium igitur minus est ·LB· Sed erat tonus ·DB·, erit igitur ·LD· apotome. Rursus intendo diatessaron ·FM·, semitonium igitur est ·BM· Remitto diatessaron ·LN·, semitonium igitur est ·NA· Per consonantiam igitur sumpta sunt circa ·AB. diatessaron duo semitonia, ·BM· quidem ad acutum, ·NA· vero ad gravem partem, totumque ·MN· minus est quam diapente; constat enim ex ·V. semitoniis et apotome geminata, ex duobus igitur tonis et tribus semitoniis minoribus. Et quoniam duo semitonia unum tonum inplere nequeunt, sed relinquitur comma, totum ·MN· spatium minus est spatio diapente consonantiae uno commate, quod facillime diligens lector intelleget.



Sed quoniam paululum de commatis ratione praediximus, non est defugiendum et in quali proportione idem ipsum

4 autem] igitur h, k. 8 igitur *ante* sumpta *om.* h, k, o. 10 ·NA·] Nam i. 12 duobus] tribus i. 16 intelligit f, i. | lector intelligat *corr. add.* o. 17 *In codicibus plures arcus ducti et* diatessaron *et* diapente *unicuique arcuum adscripta sunt;* i *omittit litteras; in* o *inter* M *et* E J *additum est.*

comma contineatur ostendere — est enim comma, quod ultimum conprehendere possit auditus — dicendumque est semitonium minus ac semitonium maius quantis singillatim commatibus constare videantur, ipse quoque tonus quantis rursus commatibus coniungatur. Ac primum hinc conveniens sumatur initium.

Demonstratio Archytae superparticularem in aequa dividi non posse, eiusque reprehensio.

XI. Superparticularis proportio scindi in aequa medio proportionaliter interposito numero non potest. Id vero posterius firmiter demonstrabitur. Quam enim demonstrationem ponit Archytas, nimium fluxa est. Haec vero est huiusmodi. Sit, inquit, superparticularis proportio ·A·B·, sumo in eadem proportione minimos ·C·DE· Quoniam igitur sunt minimi in eadem proportione ·C·DE· et sunt superparticulares, ·DE· numerus ·C· numerum parte una sua eiusque transcendit. Sit haec ·D· Dico, quoniam ·D· non erit numerus, sed unitas. Si enim est numerus ·D· et pars est eius, qui est ·DE· metitur ·D· numerus ·DE· numerum; quocirca et ·E· numerum metietur, quo fit, ut ·C· quoque metiatur. Utrumque igitur ·C· et ·DE· numeros metietur ·D· numerus, quod est inpossibile. Qui enim sunt minimi in eadem proportione quibuslibet aliis numeris, hi primi ad se invicem sunt, et solam differentiam retinent unitatem. Unitas igitur est ·D· Igitur ·DE· numerus ·C· numerum unitate transcendit. Quocirca nullus incidit medius numerus, qui

5 coniungetur f, i. 7 *Inscript. om.* g. || divini k. 8 eiusque reprehensio *om.* k. 9 ·X· i. || medio] me i. 12 vero] cum o. 13 huiusmodi est g; est vero huiusmodi h, k. || Sit *om.* i. 14 ·C·DE·] ·C·E· g, o; ·C·D·E· f; || *Post* ·DE· *addit* f: et sunt superparticulares ·DE· 15 igitur *om.* o. || sunt *om.* i. || ·C·DE·] ·C·E· g, o; ·C·D·E· f. 16 ·DE·] ·E· g, o. 17 una *om.* f. || Sit autem g, h, k, o; autem *corr. add.* f. 19 ·DE·] ·D·E· g; ·b· o. || metitur] mittitur i. 20 ·DE·] ·D·E· g; ·d· o. 21 metitur f. 22 ·DE·] ·D·E· g; ·E· o. || numeros] numerus i. || ·D·] ·DE· i. 26 Igitur] hic igitur i. || ·DE·] ·E· g, o. || ·C·] est i.

eam proportionem aequaliter scindat. Quo fit, ut nec inter eos, qui eandem his proportionem tenent, medius possit numerus collocari, qui eandem proportionem aequaliter scindat.

C. D.
E.

Et secundum Archytae quidem rationem idcirco in superparticulari nullus medius terminus cadit, qui aequaliter dividat proportionem, quoniam minimi in eadem proportione sola differunt unitate, quasi vero non etiam in multiplici proportione minimi eandem unitatis differentiam sortiantur, cum plures videamus esse multiplices praeter eos, qui in radicibus collocati sunt, inter quos medius terminus scindens aequaliter eandem proportionem possit aptari. Sed haec, qui arithmeticos numeros diligenter inspexerit, facilius intellegit. Addendum vero est, id ita evenire, ut Archytas putat, in sola superparticulari proportione; non autem universaliter est dicendum. Nunc ad sequentia convertamur.

In qua numerorum proportione sit comma et quoniam in ea, quae maior sit quam ·LXXV· ad ·LXXIIII· minor quam ·LXXIIII· ad ·LXXIII·

XII. Primum igitur dico, quoniam hi numeri, qui comma continent, maiorem inter se retinent proportionem, quam ·LXXV· ad ·LXXIIII· minorem quam

4 scindant h, *et* k *prima manu.* 5—6 g *disponit:*

A		B	h:				k: A		B.
II.	I.	III.		IIII.	I.	III.	XV		X
							IIII.	I.	III
C	D.	E		E	D	C	E	D	C

o: A C D E B *cum arcubus et*
IIII. II. I. III. *inscriptionibus.*

9 minime i. 10 in *om.* g, h, k. 11 unitas i. 15 in arithmeticos f. 16 addandum i. 17 ut] in i. 20 *Inscript. om.* g. || proportione numerorum f. 20—22 et quoniam . . . LXXIIII. ad. LXXIII. *om.* k. 22 quam *ante* LXXV. *om.* h. 23 ·XI· i.

·LXXIIII· ad ·LXXIII· Id vero ita demonstrabitur. Ac primo quidem illud reminiscendum est, quod ·VI· toni diapason commate transcendunt. Sit igitur ·A· quidem ·$\overline{\text{CCLXII}}$· CXLIIII· ·B· autem diapason ad eum continens consonantiam, in duplici scilicet constitutam, ·$\overline{\text{DXXIIII}}$·CCLXXXVIII· ·C· vero sex tonis ab ·A· numero discedat, et sit ·$\overline{\text{DXXXI}}$· CCCCXLI·, quae omnia ex secundi voluminis tonorum dispositione sunt colligenda. Inter ·B· igitur atque ·C· commatis proportio continetur. Aufero igitur ·B· numerum de numero ·C·, relinquitur ·D· in ·$\overline{\text{VII}}$·CLIII· unitatibus collocatus, qui ·D· numerus minor quidem est, quam ut sit septuagesima tertia pars ·B· numeri, maior vero quam ut eiusdem septuagesima quarta sit. Nam si eundem ·D· numerum, qui est ·$\overline{\text{VII}}$·CLIII· septuagies ter multiplicem, fit mihi ·E· numerus in ·$\overline{\text{DXXII}}$· ·CLXVIIII· unitatibus constitutus; si eum septuagies quater multiplicem, fit ·F. numerus ·$\overline{\text{DXXVIIII}}$·CCCXXII· quorum quidem ·E·, qui per ·LXXIII· auctus est, minor est ·B· numero, ·F· autem, qui per ·LXXIIII·, maior est ·B· numero. Recte igitur dictum est, ·D· eius, quod est ·B· minorem quidem esse, quam septuagesimam tertiam partem, maiorem vero quam septuagesimam quartam. Quocirca et ·C· numerus ·B· numerum minore quidem parte eius, quod est ·B· eundem ·B· superat quam septuagesima tertia, maiore vero quam septuagesima quarta. Eius igitur, quod est ·C·, proportio ad id, quod est ·B·, maior quidem est quam ·LXXV· ad ·LXXIIII· minor vero quam ·LXXIIII· ad ·LXXIII· Nam in priore unitas septua-

8 Inter . . . atque ·C·] Est igitur ·B· inter atque ·C· i; Inter ·B· atque ·C· o. 10 et relinquitur g, h, k, o. 11 minor] maior i. 12 ut *om.* g, h, k, o. 13 maior] minor i. || ut *om.* g, h, k, o. 14 in ·$\overline{\text{VII}}$·CLIII· h, k, o. 15 ·E·] est i. || ·$\overline{\text{DXXII}}$·CLXVIIII] $\overline{\text{DXXI}}$·CLXXXVIIII· i. 16 si enim eum f, k; *in* h enim *rasura est deletum.* || eum *corr. add.* f. 18 ·E·] est i. 19 ·LXXII· i. 20 ·D· *om.* i. 23 minorem quidem partem i. 25 maiore vero quam LXX.ª III.ª Maiora vero quam LXX.ª IIII.ª i. 28 ·LXXII· i; septuagesima tertia f. || Nam . . . . tertia *in margine superiore* f.

gesima quarta est minoris, in posteriore vero eadem unitas septuagesima tertia.

A.	B.	C.
$\overline{\mathrm{CCLXII}}$. CXLIIII.	$\overline{\mathrm{DXXIIII}}$. CCLXXXVIII.	$\overline{\mathrm{DXXXI}}$. CCCCXLI.

D.	E.	F.
$\overline{\mathrm{VII}}$. CLIII.	$\overline{\mathrm{DXXII}}$·CLXVIIII.	$\overline{\mathrm{DXXVIIII}}$·CCCXXII.

Idem aliter explicandum, illo prius praesumpto, quod, si cui proportioni propria numerorum differentia aequaliter augeatur, minor inter eos, qui post additionem fiunt, proportio continebitur, quam inter priores, qui ante additionem ullam quadam proportione distabant, ut sex et quattuor, si utrisque differentia sua, id est binarius, apponatur, fient ·VIII· et ·VI·, sed inter ·VI· et ·IIII· sesqualtera, inter ·VIII· et ·VI· sesquitertia proportio continetur; minor vero est proportio sesquitertia sesqualtera proportione. Hoc igitur ita praedicto disponantur superiores numeri, qui proportionem commatis continebant, id est ·$\overline{\mathrm{DXXXI}}$·CCCCXLI· et sit ·A· Sit etiam ·B· $\overline{\mathrm{DXXIIII}}$· ·CCLXXXVIII· Horum differentia sit ·C· $\overline{\mathrm{VII}}$·CLIII· ·C· igitur numerus maiorem numerum, qui est ·A· septuagies quinquies metiatur. Si ergo ·C· numerum septuagies quinquies multiplicem, fiet mihi ·D· numerus, qui est ·$\overline{\mathrm{DXXXVI}}$· CCCCLXXV. Igitur ·D· numerus eum, qui est ·A·, numero eo, qui est ·E·, antecedit, id est ·$\overline{\mathrm{V}}$·XXXIIII· Rursus ·C· numerus eum, qui est ·B·, metiatur septuagies qua-

2 *Post* tertia *addit* g *numeros sequentis descriptionis,* h, k, o *numeros et litteras.* 3—7 *Hanc dispositionem et sequentes om.* o. *In* h *et* k D *inter* B *et* C, E *et* F *supra* D *et* C *sunt collocati omnesque arcubus et inscriptionibus ornati;* g *formam tantum praebet, numeri et inscriptiones desunt.* 10 numerorum *corr. add.* f. 15 sed inter] Si in o. || inter ·VI· et ·IIII·] ·IIII· *et supra versum sec. manu* inter ·VI· et ·IIII· f. 22 maiorum g. 25 numerus *om.* g, h, k. 26 eo *om.* i. || ·E· *om.* i.

ter, multipliceturque. Fiet igitur numerus ·F· $\overline{\text{DXXVIIII}}$. CCCXXII·, qui ·F· eo, qui est ·B·, maior est eodem ·E· numero, qui est ·$\overline{\text{V}}$· XXXIIII· Ergo ·D· numerus eum, qui est ·A·, transcendit ·E· numero, ·B· autem numerus ab eo, qui est ·F·, vincitur eodem ·E· numero. Si igitur ·E· numerum ·A· numero apponamus, fiet ·D·, si vero ·B· numero eundem ·E· apponamus, fiet ·F· Sed ·D· numerus septuagies quinquies auctus est, per ·C· scilicet multiplicatum, ·F· autem septuagies quater multiplicato ·C· crevit. Obtinent igitur inter se proportionem ·D· atque ·F·, quam habent ·LXXV· ad ·LXXIIII· Sed ·D· atque ·F· sunt ·A· atque ·B· uno eis addito ·E· Maiorem igitur necesse est proportionem contineri inter ·A· atque ·B· quam inter ·D· atque ·F· Namque ·A· atque ·B· numeris uno ·E· addito effecti sunt ·D· atque ·F· Minor igitur proportio est inter ·D· atque ·F· quam inter ·A· atque ·B· Sed inter ·D· atque ·F· eadem proportio est, quae inter ·LXXV· et ·LXXIIII· Inter ·A· igitur atque ·B· maior proportio est quam inter ·LXXV· et ·LXXIIII· At ·A· atque ·B· comma continent; maior igitur proportio est commatis quam ·LXXV· ad ·LXXIIII·

A.	B.	C.
·$\overline{\text{DXXXI}}$·	·$\overline{\text{DXXIIII}}$·	·$\overline{\text{VII}}$·
·CCCCXLI·	·CCLXXXVIII·	·CLIII·
D.	**E.**	**F.**
·$\overline{\text{DXXXVI}}$·	$\overline{\text{V}}$·	·$\overline{\text{DXXVIIII}}$·
·CCCCLXXV·	·XXXIIII·	·CCCXXII·

4 ·E· *om.* i. || ·B·] Fit i. 5 qui] quod i, f. || ·F·] ·B· i. || ·E·] est i. 6 ·E· numerum ·A· numero] ·A· numero eundem ·E· g, h. k. 7 numerus ·D· h. 8 est *om.* f. 12 ·E·] est i. 14 ·E·] est i. 14—16 addito .... Sed inter D *om.* g. 15 igitur] vero h, k. 18—19 Inter ·A· .... et ·LXXIIII· *om.* f. 18 est *om.* g. 19 At] Atque i. 21 *Post* ·LXXIIII· *addit* g *numeros sequentis dispositionis,* o *numeros et litteras.* 22—27 *In* h *et* k *dispositio arcubus et inscriptionibus est ornata.*

Quoniam igitur ostendimus commatis proportionem maiorem esse quam eam, quam ·LXXV· continent ad ·LXXIIII· comparati, nunc ostendendum est, quemadmodum minorem inter se proportionem contineant numeri spatium commatis continentes quam ·LXXIIII· ad ·LXXIII· comparati. Id vero monstrabitur hoc modo. Reminiscendum prius est, quid secundo volumine dixerimus, cum de mensura differentiae loquebamur. Si enim ex qualibet proportione differentiam eorum numerorum, qui eam continent, auferamus, hi, qui relinquuntur, maiorem obtinebunt proportionem his numeris, qui erant ante differentiae deminutionem. Sint enim ·VIII· et ·VI· Ab his propriam aufero differentiam, id est ·II·, fiunt· ·VI· et ·IIII· Sed in superioribus sesquitertia, in hac sesqualtera proportio continetur. Maior vero est sesqualtera proportio sesquitertia proportione. Sint igitur eidem ·A· atque ·B·, qui sunt superius descripti, quorumque differentia ·C· Multiplico differentiam ·C· numeri septuagies quater, fit mihi numerus ·F· scilicet ·$\overline{\text{DXXVIIII}}$·CCCXXII·, qui ·A· numero comparatus vincitur numero ·G·, scilicet ·$\overline{\text{II}}$·CXVIIII· Rursus idem ·C· multiplicetur septuagies ter; efficient numerum ·K· id est ·$\overline{\text{DXXII}}$·CLXVIIII·, qui comparatus ·B· numero vincitur eodem ·G· eisdem ·$\overline{\text{II}}$·CXVIIII· Sublato igitur ·G· de numeris ·A· atque ·B· effecti sunt ·F· atque ·K· Minorem igitur proportionem retinebunt ·A· atque ·B· quam ·F· atque ·K· Sed ·F· atque ·K· eam retinent proportionem, quam ·LXXIIII· ad ·LXXIII· His enim multiplicato ·C· effecti sunt. Minor est igitur proportio ·A· atque ·B· numerorum comma continentium, quam ·LXXIIII· ad ·LXXIII· Sed paulo ante

1 commatis *om.* i. 7 quid] qui i. 8 loquebatur i. 9 differentia i. 11 obtinent k. 16 idem f, h, k, o; id est *et supra versum* idem g. 17 differentiam i. 19 michi g. 20 qui ·A·] quam i. 22 efficiunt g, o. || ·$\overline{\text{DXXII}}$·CXLV i. 23 numerum i. 27 retinent proportionem *om.* h. 28 His] Hi f, g, h, k, o. || ·C·] ·G· i. || Minor] Maior i. 29 igitur est o.

monstratum est, eandem commatis proportionem maiorem esse quam ·LXXV· ad .LXXIIII. Monstrati sunt igitur numeri, qui comma continent, maiorem quidem inter se habere proportionem quam ·LXXV· ad ·LXXIIII., minorem vero quam ·LXXIIII· ad ·LXXIII., quod oportebat ostendere.

A.	B.	C.
·DXXXI·	·DXXIIII.	·VII·
·CCCCXLI·	·CCLXXXVIII.	·CLIII·
F.	K.	G.
·DXXVIIII.	·DXXII.	·II·
·CCCXXII.	·CLXVIIII·	·CXVIIII·

Quod semitonium minus maius quidem sit quam ·XX· ad ·XVIIII· minus vero quam ·XVIIII S· ad ·XVIII S·

XIII. Quod si ad semitonium minus talis speculatio convertatur, eius quoque proportionem facillime repperiemus, quae constat inter ·CCLVI· et ·CCXLIII· Sit igitur ·CCLVI· A., ·CCXLIII· B. Horum differentia ·XIII· C. Dico, quoniam ·A· ad ·B· minorem retinet proportionem, quam ·XVIIII S· ad ·XVIII S· Metiatur enim ·C· id, quod est ·A·, decies novies semis, id est multiplicetur C decies novies semis, fiunt ·CCLIII S., quod sit ·D·, qui scilicet comparatus ad ·A· eodem ·A· duobus semisque transcenditur; sitque haec differentia ·F· scilicet ·II S.

1 maiorem] minorem i; minorem *et supra versum* maiorem f. 6 *Post* ostendere *addit* g *numeros sequentis dispositionis,* o *numeros et litteras.* 7—12 h *et* k *ordinem* F. A. C. B. K *et* G *supra* C *positum arcubus et inscriptionibus ornant.* 13 *Inscript. om.* g, k. 14 ·XVIIII· *omisso* S f, h, i. || ·XVIII· f; decem et octo i. 15 ·XIII· *om.* h. ·XII· i. 16 repperimus g, h, k. 19 retinent f. 21 decies novies semis id quod est ·A· g, h, k. || id est .... semis *om.* f, g, h, k. 22 quod] qui o. 23 eundem f, g, i. 24 transcendit g, i.

Rursus eadem ·C· differentia ·B· numerum metiatur octies decies semis id est multiplicetur octies decies semis, fient ·CCXL S·, quod sit ·E· Igitur ·E· comparatus ad ·B· eodem ·F· transcenditur, id est duobus semis. ·D· igitur ab eo, quod est ·A., et rursus ·E· ab eo, quod est ·B·, eadem ·F· differentia sunt minores. Subtracto igitur ·F· ab eo, quod est ·A· atque ·B., facti sunt ·D· atque ·E·; maiorem igitur tenent proportionem inter se ·D· atque ·E· quam ·A· atque ·B· Sed ·D· atque ·E· eandem proportionem inter se retinent, quam ·XVIIII S· ad ·XVIII S. ·A· igitur ad ·B· minorem retinet proportionem quam ·XVIIII S· ad ·XVIII S. quod oportebat ostendere.

CCLVI.	CCXLIII.	XIII.	CCLIIIS.	CCXLS.	IIS.
A.	B.	C.	D.	E.	F.

Videtur tamen eadem proportio ·CCLVI· ad ·CCXLIII· maior esse ab ea, quam continent ·XX· et ·XVIIII· Sint enim A. B. C. idem, qui superius descripti sunt. Metiatur igitur ·C· differentia ·A· terminum vicies, fient ·CCLX·. qui sint ·D· Qui comparati ad id, quod est ·A·, eundem quaternario transcendunt. Hic sit ·F· Rursus idem ·C· metiatur ·B· decies novies, fient ·CCXLVII· Hic sit ·E· Qui comparati ad ·B· eodem ·F· transcendunt. ·D· igitur numerus ·A· numerum et ·E· numerus numerum ·B· eodem ·F· transcendunt. Adiecto igitur ·F· his, qui sunt ·A· atque ·B·, facti sunt ·D· atque ·E· Maior igitur est proportio eorum, qui sunt ·A· atque ·B· quam eorum, qui sunt ·D· atque ·E· Sed ·D· atque ·E· vicies ac decies novies multiplicatus ·C· numerus efficit. Maior igitur est

2 id est . . . . semis *om.* g, h, k. || fiunt g, h, k. 5 ·F· *om.* h, k. 6 differentiae i. 7 maiorem] minorem *corr. in* maiorem f, o. 9 ·E·] ·F· i. 10 retinet *om.* h; retinent f, g, i, k. 13—14 *Hanc dispositionem om.* g; h *et* k A. C. B *supra* D. F. E *ponunt et arcubus et inscriptionibus ornant.* 17 idem] id est i. 24 qui] quae i. 25 Et igitur maior h, k; Est igitur minor o. 26 *prius* qui] quae i, f, o. 27 vigies o. || atque f. 28 est igitur h, k.

proportio eorum, qui sunt ·A· atque ·B·, qui scilicet semitonium continent, quam ea, quae est ·XX· ad ·XVIIII·

CCLVI.	CCXLIII.	XIII.	CCLX.	CCXLVII.	IIII.
A.	B.	C.	D.	E.	F.

Demonstratum igitur est semitonium minus maiorem quidem habere proportionem quam ·XX· ad ·XVIIII· minorem vero quam ·XVIIIIS· ad ·XVIIIS. Nunc idem minus semitonium commati comparemus, quod est ultimum auditui subiacens ultimaque proportio.

Semitonium minus maius quidem esse tribus commatibus minus vero quattuor.

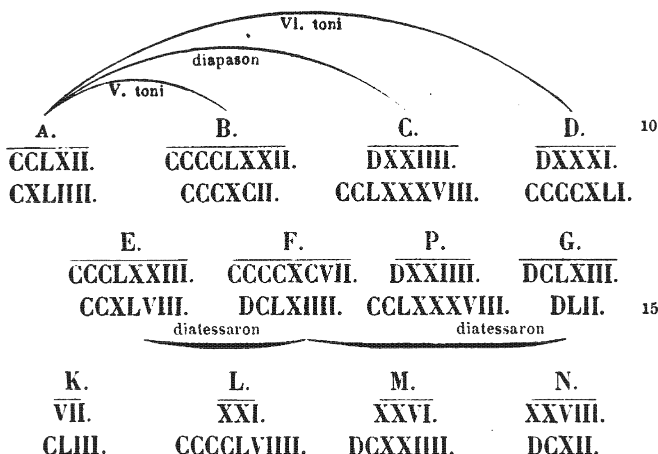
XIIII. Igitur demonstrandum proponimus semitonium minus maius quidem esse commatibus tribus, minus vero quattuor, quod hinc facillime possis agnoscere: Sint tres numeri ita dispositi, ut inter se proportionem contineant diapason et eam, quae dicitur sex tonorum. Sit enim ·A· $\overline{CCLXII}$. CXLIIII. Intendantur igitur ad ·B· quidem quinque toni continui et sit ·B· $\overline{CCCCLXXII}$. CCCXCII.; ad ·C· autem diapason consonantia referatur, et sit ·C· $\overline{DXXIIII}$. CCLXXXVIII.; ad ·D· autem sex toni intendantur, sitque ·D· $\overline{DXXXI}$. CCCCXLI. His ita positis et constitutis manifestum est inter ·C· atque ·D· comma constitui, eorumque differentiam esse $\overline{VII}$. CLIII. Id autem sit ·K· Remittantur igitur duo toni ab eo, quod est ·B·, ad id, quod est ·E·, et sit ·E· $\overline{CCCLXXIII}$. CCXLVIII. Rursus ab eo, quod est ·E·, intendo diatessaron, quod est ·F· $\overline{CCCCXCVII}$. DCLXIIII. Quoniam igitur inter ·E· atque ·B· duo sunt toni, inter ·E· atque ·F· diatessaron, inter ·B· igitur atque ·F· minus semi-

1 qui] quae f, i. || qui] quae f, i. 3—4 *In* h *et* k D. A. C. B. E *et* F *supra C arcubus et inscriptionibus sunt ornati.* 5 est igitur f. 8 aditui i. 10 *Inscript. om.* g. 12 ·XIIII· *om.* i. || demonstrandum est i. 16 ea i. || Sint f. 21 manifestatum est i. 23 esse differentiam f, o; esse *om.* i. 24 igitur *om.* i. 25 *alt.* ·E·] ·E·B· i. 27—28 ·E· autem atque f.

tonium repperitur. Sublatis enim de diatessaron consonantia duobus tonis fit reliquum semitonium minus, quod in primis numeris constare praedixi ·CCLVI· et ·CCXLIII. Quos eosdem numeros, si millies nongenties quadragies quaterque multiplices, ·B· atque ·F· numeros explicabis. Quos necesse est eandem proportionem superius dictis numeris continere, qui uno atque eodem numero, id est $\overline{\mathrm{M}}$.DCCCCXLIIII. pariter multiplicati creverunt. Item ab eo, quod est ·F·, intendo diatessaron, scilicet ad ·G· et sit ·G· $\overline{\mathrm{DCLXIII}}$.DLII. Rursus ab eodem ·G· remitto ad ·P· duos tonos et sit ·P· $\overline{\mathrm{DXXIIII}}$.CCLXXXVIII. Quod ·P· necesse est ut eundem sonum quem ·C· numerus exhibeat; ad aequalitatem namque eius tali ratione progressus est. Etenim ea, quae est ·AC· diapason consonantia, quae constat tonis ac duobus semitoniis minoribus, ab ·VI· tonis commate superatur. Ab eodem igitur ·A· termino numerus ·P· ·V· tonis ac semitoniis duobus recessit hoc modo. Ab eo, quod est ·A·, usque ad id, quod est ·B·, ·V· nimirum colliguntur toni. Ab eo autem, quod est ·B·, usque ad id, quod est ·F·, minus esse semitonium pernotatur. ·F· vero atque ·P· idem rursus semitonium minus includunt. ·A· igitur usque ad ·P· ·V· tonos ac duo semitonia minora produxit. Iure igitur ·P· atque ·C· eisdem numeris conscribuntur. Sed quoniam inter ·F· atque ·C· semitonium minus est, videamus ecqua sit eorum differentia, ut eam commati comparemus. Est autem eorum differentia $\overline{\mathrm{XXVI}}$.DCXXIIII. et sit hoc ·M· Igitur ·K· commatis differentia est, ·M· autem semitonii minoris. Si igitur ·K· numerum tertio auxerimus, fiet numerus $\overline{\mathrm{XXI}}$.CCCCLVIIII. et sit hoc ·L· Si vero quater eundem numerum ·K· multi-

1 de *om.* g, i, o. 4 eodem i. 5 quaterque] terque i. numero i. || explicabilis k. 11 *alt.* ·P·] per i. 12 ·C· *om.* i. exhibebat h. 14 Etenim . . . constat *om.* i. || ·AC· *supra versum* g. 18 nimirum] numerum i. 19 quod est ·B· autem f, i. 21 includuntur i, o. || ·Ab·A· f, o. 22 perduxit f. 24 minor i. 25 haec, quae g, h, i, k, o; quae, *omisso* haec, f.

plicare volueris, fient XXVIII.DCXII. et sit hic ·N· Igitur ·M· maior quidem est ab ·L·, idem autem ·M· minor est ab ·N· Sed ·N· quater aucto commate succrevit, ·L· autem tertio, ·M· vero semitonii minoris obtinet differentiam. Iure igitur dictum est, minus semitonium minus quidem esse, quam ·IIII· commata, maius vero quam tria.



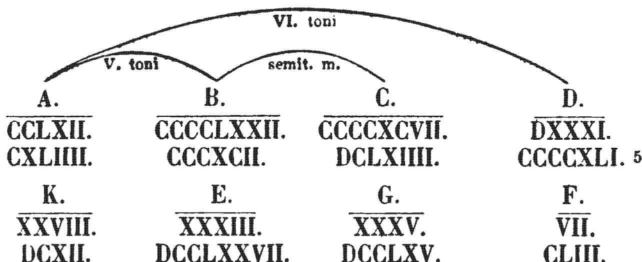
Apotomen maiorem esse quam quattuor commata minorem quam quinque, tonum maiorem quam ·VIII· minorem quam ·VIIII·

XV. Eadem hac ratione et semitonium maius, quod apotomen dici supra retulimus, quot commatum sit, pos-

1 hic *om.* g, h, k. 6 tria *om.* g; ·III· h, k; tertia i. 7—19 *Dispositionem om.* g. *In* h *et* k *arcus et inscriptiones iungunt* A. E. B. F. C. K. D. G., L *supra* B, N *supra* G, N *infra* F, P *infra* D *sunt positi. Inter* A *et E legitur* ·CCXCIIII· DCCCCXII, *inter* E *et* B ·CCCXXXI · DCCLXXVI· *et infra* CCCCXVIIII · DCCCCIIII· 20 *Inscript. om.* g, k. 23 ·XV· *om.* h; ·XIIII· i. || hanc rationem g. 24 quod f, g.

sumus invenire hoc modo: Sit ·A· $\overline{\text{CCLXII}}$. CXLIIII., quinque vero ab eo distans tonis sit ·B· $\overline{\text{CCCCLXXII}}$· CCCXCII., sex vero distans tonis ab eo, quod est ·A·, sit ·D· scilicet ·$\overline{\text{DXXXI}}$. CCCCXLI. Inter ·B· igitur atque ·D· tonus est, ·B· vero ab eo, quod est ·C·, distet semitonium minus et sit ·C· $\overline{\text{CCCCXCVII}}$. DCLXIIII. Relinquitur ergo inter ·C· atque ·D· apotome proportio. Nam cum sit tonus ·BD·, ex eo si auferas ·BC· semitonium minus, ·CD· relinquitur maius, quod apotomen esse supra retulimus. Inter ·D· igitur atque ·C· est differentia $\overline{\text{XXXIII}}$. DCCLXXVII. Hic autem sit ·E· Sed erat commatis differentia ·$\overline{\text{VII}}$· CLIII. Hic sit ·F· Si igitur ·F·, id quod est comma, quinquies multiplicem, fient mihi $\overline{\text{XXXV}}$. DCCLXV. et sit hoc .G. Si vero idem ·F· quater multiplicem, fit ·K· numerus, qui est $\overline{\text{XXVIII}}$. DCXII. ·G· igitur ab eo, quod est ·E·, maius est, ·K· minus. Sed ·G· quinquies auctum est comma, ·K· vero quater. Est autem apotomes differentia ·E· Iure igitur dictum est apotomen minorem quidem esse quam quinque commata, maiorem vero quam quattuor. Ex hoc igitur conprobatur tonum maiorem quidem esse, quam sunt ·VIII· commata, minorem vero quam ·VIIII· Nam si minus semitonium maius quidem est quam tria commata, minus vero quam ·IIII·, apotome autem maior quidem est quam ·IIII· commata, minor vero quam ·V·, iunctum semitonium minus semitonio maiori, quod est apotome, erit omne maius quidem ·VIII· commatibus, minus vero ·VIIII· Sed apotome atque semitonium minus unum efficiunt tonum. Tonus igitur maior quidem est ·VIII· commatibus, minor vero ·VIIII.

5 et] ut i. 8 ·CD· *om.* h, k. 14 idem F.] ·$\overline{\text{VII}}$·CLIII· id est ·F· i. 15 igitur *om.* g. 17 Est] ·E· o. || ·E·] est i, o. 19 comma i. 23 apotomen g, o. 26 minus quidem ·VIIII· g, h, k. || tonus maius *et supra versum sec. manu* minus f. || maius vero ·VIII· g, h, k. || quam ·VIIII· o.



Superius dictorum per numeros demonstratio.

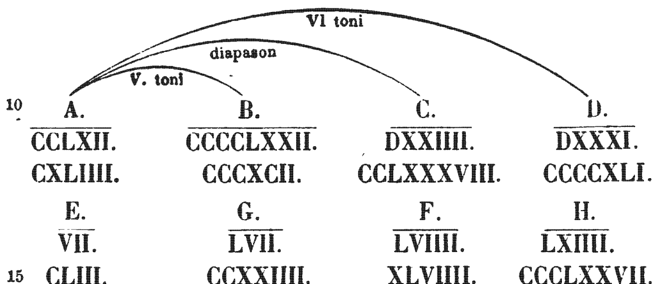
XVI. Sed quamquam per hanc ratiocinationem demonstratum sit, quemadmodum tonus commatibus comparetur, non est tamen quasi segnibus delassandum, quominus per se hanc contra commata comparationem retinere tonus ipse monstretur. Sit igitur ·A· quidem CCLXII. CXLIIII., ·B· autem ·V· ab eo distans tonis CCCCLXXII. CCCXCII., ·C· vero diapason ad id, quod est ·A·, continens symphoniam scilicet in numeris DXXIIII. CCLXXXVIII., ·D· autem ab eo, quod est ·A· ·VI· totos differens tonos DXXXI. CCCCXLI. ·D· igitur ab eo, quod est ·C·, distat commate sexti toni ab diapason scilicet consonantia. Id autem sit ·E· VII. CLIII. ·D· autem ab eo, quod est ·B· tono integerrimo distat, ·VI· scilicet toni quinque tonis. Id autem sit ·F· LVIIII. XLVIIII. Si igitur ·E· novies auxero, fiet mihi ·H· LXIIII. CCCLXXVII; sin vero octies,

1—8 *Dispositionem om.* g. h *et* k *disponunt hoc modo:*

K. G.
A. B. C. F. D.
E.

arcusque et inscriptiones addunt. 9 *Inscript. om.* f, g. 10 ·XVI· *om.* f, h; ·XV· i. *Dubium omnino videtur sitne hoc caput Boetio tribuendum.* 18 totos] tonos f, i; *et* o, *sed* t *supra* n. 20 sexti toni] sex tonis f; scilicet sex toni o. 23 sit] fit g, h, k, o. 24 CCCLXXVII.] CCCLXXIIII. i.

fient LVII. CCXXIIII. Id sit ·G· Sed ·H· quidem ·F· numero comparatus superat, ·G· vero superatur, et est ·F· toni differentia, ·H· autem novies multiplicatum comma, ·G· vero octies. Demonstratus igitur est tonus minor quidem ·VIIII· esse commatibus, eisdem vero ·VIII· commatibus maior.



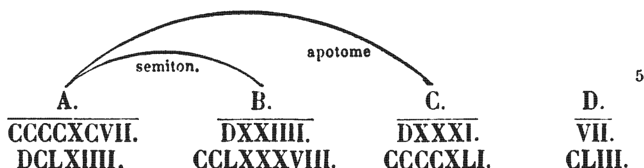
Ita his praemissis licet maius semitonium minore semitonio commate distare monstratum sit, tamen idem quoque per se et per subiectos numeros tali ratione probabitur. Sit ·A· numerus CCCCXCVII. DCLXIIII., ab eo vero minus semitonium distans sit ·B· numerus, qui iam supra quoque descriptus est DXXIIII. CCLXXXVIII. Apotomen vero distet ab eo, quod est ·A·, is numerus, qui colligitur unitatibus DXXXI. CCCCXLI. Et sit hic ·C· Quoniam igitur ·AB· minus semitonium ·AC· maius, differentia eius, quod est ·B·, ab eo, quod est ·C·, perquirenda est. Ea est VII. CLIII.

3 autem] vero h, k. || comma] omnia f. 4 octiens o. || Demonstratur g, h, k. || est] ·F· g, h, k. 7—15 *Dispositionem om.* g; h *et* k *disponunt hoc modo:*

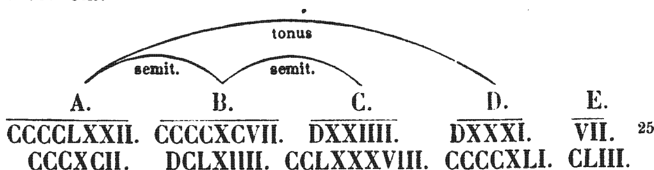
G. F. H.
A. B. C. E. D.

arcusque et inscriptiones addunt. 19—20 DCLXIIII . . . distans *in margine* f. 21 distat h, k. 22 is] his g, *et* o *prima manu.* || colliguntur g. 23 sit hic] hic sit o; hic est g, h, k.

Id sit ·D· Sed hic numerus dudum comma monstrabat. Inter maius igitur semitonium ac minus comma differentiam facit.



Rursus demonstrandum propono tonum duobus semitoniis minoribus solo commate esse maiorem. Sit ·A· numerus CCCCLXXII · CCCXCII. ab hoc intendatur tonus DXXXI. CCCCXLI. et sit hoc ·D· Ab eo vero, quod est ·A·, intendatur semitonium minus, quod est ·B·, ac sit ·B· CCCCXCVII. DCLXIIII. Item ab eo, quod est ·B· semitonium aliud intendatur minus, quod est ·C·, et sit ·C· DXXIIII, CCLXXXVIII. Quoniam igitur ·AD· tonus est, ·AC· vero duo continet minora semitonia, videamus ecqua sit differentia inter ·C· atque ·D· numeros constituta. Est autem, ·E· scilicet, unitatum VII. CLIII. Demonstratum est igitur, tonum duobus semitoniis minoribus commate esse maiorem.



4—8 *Dispositionem om.* g; h *et* k *disponunt hoc modo:* A. B. C. D. *arcusque et inscriptiones addunt.* 9 propono tonum] proportionum i. 10 sola i. 12 vero] autem h, k. || est *om.* h. 17 continet duo i; continent o. | ecqua sit] haec quae sit f, o; enim ec qua i; quae sit g, h, k. 18 constituta sit i. 20 comma f, i. 22—26 *Dispositionem om.* g. h *disponit hoc modo:* A. B. C. D, *omisso* E, k: A. B. C. D. E.; *uterque codex arcus et inscriptiones addit.*

Sed quoniam iam omnia, quae probanda promisimus propria ratione monstrata sunt, nunc quod superest musicae institutioni regularis monochordi est facienda partitio. Quam rem quoniam longior tractatus extendit, in posterioris commentarii disputationem censuimus transferendam.

Explicit de musica id est armonica institutione liber tertius.
Incipiunt capitula libri quarti.

3 monocordi h, k. || est] en g; em f *prima manu.* || portio h; proportio f. 6 *Inscript. om.* g. Liber ·III· explicitus k. || Explicit *om.* i. || libri tertii h. || liber tertius explicit i; liber tertius *om.* k. 7 Incipiunt . . . quarti *om.* h; Incipit liber ·IIII. f. || *Capitum indicem om.* f, g, o. 10 notarum *om.* h, i, k. 12 vocum h, i, k. 15 per tria genera partitio *om.* h, k. 25 disposite i. 28 De modorum exordiis, in quo *om.* h, i, k. 29 ac voces in descriptione h, i, k.

Expliciunt capitula libri quarti.

Vocum differentias in quantitate consistere.

I. Etsi omnia, quae demonstranda erant, superioris libri tractatione digessimus, non paenitet tamen rursus eadem breviter memoriae recolligenda praestare cum quadam diversitate tractatus, ut his rursus ad memoriam redeuntibus ad regulae divisionem quo tota tendit intentio, veniamus. Si foret rerum omnium quies, nullus auditum sonus feriret, id autem fieret, quoniam cessantibus motibus cunctis nullum inter se res pulsum cierent. Ut igitur sit vox, pulsu est opus. Sed ut sit pulsus, motus necesse est antecedat. Ut ergo sit vox, motum esse necesse est. Sed omnis motus habet in se tum velocitatem tum etiam tarditatem. Si igitur sit tardus inpellendo motus gravior redditur sonus. Nam ut tarditas proxima stationi est, ita gravitas contigua taciturnitati. Velox vero motus acutam voculam praestat. Praeterea quae gravis est intentione, crescit ad medium, quae vero acuta, remissione decrescit ad medium. Unde fit, ut omnis sonus quasi ex quibusdam partibus compositus esse videatur. Omnis autem partium coniunctio quadam proportione committitur. Sonorum igitur coniunctio proportionibus constituta est. Proportiones autem principaliter in numeris considerantur. Proportio vero simplex numerorum vel in multiplicibus vel in superparticularibus vel in superpartientibus invenitur.

5 *Inscript. om.* g, i. 6 *Inscript. om.* g. 8 penitet g, o; poenitet h. 12 qui est i. 13 sonum o. || motibus *om.* o, *supra versum* f. 14 nullae f, g, h, i, k. 17 in *om.* f. 19 stacioni g, o. || est stationi h, k. 20 vero] enim h, k. 21 intencione g; intensione h, k. 22 ad medium *supra versum* f. 28 vero] autem g, h, k.

Secundum multiplices vero proportiones vel superparticulares consonae vel dissonae voces exaudiuntur. Consonae quidem sunt, quae simul pulsae suavem permixtumque inter se coniungunt sonum. Dissonae vero, quae simul pulsae non reddunt suavem neque permixtum sonum. His igitur ita praedictis de proportionibus pauca dicamus.

Diversae de intervallis speculationes.

II. Si intervallum multiplex binario multiplicetur, id quod fit ex hac multiplicatione, intervallum multiplex erit. Sit multiplex intervallum ·BC· et ·B· multiplex eius, quod est ·C· et fiat, ut est ·C· ad ·B·, ita ·B. ad ·D· Quoniam igitur ·B· multiplex est eius, quod est ·C·, metitur ·C· terminus id, quod est ·B·, vel bis vel tertio vel deinceps. At est ut ·C· ad ·B· ita ·B· ad ·D· Metitur igitur ·B· terminus id, quod est ·D· Quocirca etiam ·C· terminus id, quod est ·D·, metietur; multiplex est igitur ·D· eius, quod est ·C·, et est ·DC· intervallum effectum ex composito bis copulatoque sibimet et per binarium multiplicato ·BC· intervallo. In numeris quoque idem probatur. Sit enim ·B· ad ·C· duplum, ut binarius ad unitatem et fiat, ut ·C· ad ·B· ita ·B· ad ·D. Erit igitur ·D· quaternarius. Multiplex est autem ·B· ad ·C· id est binarius ad unitatem, multiplex igitur est ·D· quaternarius ad ·C· unitatem. Est enim quadruplus quaternarius unitatis et binario multiplicata medietas, quod est intervallum ·BC·

IIII.	II.	I.
D.	B.	C.

1 vero multiplices o. || portiones i. 2 consone f, g, o. || dissone g, o. 3 pulse g. 7 *Inscript. om.* g. 9 erit] est g, h, k. 10 et ·B· multiplex] ETB multiplex est i; et multiplex ·B· o. 12 mittitur i. || terminus ·C· h, k. 13 vel *ante* tertio *om.* f, i. || At] Ad g, i; Et o. 14 est *om.* o. 16 et metietur ·B· f; metietur ·b· i; metitur *cum litura* i; metitur id, quod est ·D·B· h, k. 17 bis *om.* i. 19 In *om.* i. 22 autem est g, h, k. || ·C·] ·D· f. 26—27 *Dispositionem om.* g; i, f arcus, h, k *arcus et inscriptiones addunt.*

Si intervallum binario multiplicatum multiplex effecerit intervallum, ipsum quoque multiplex erit. Sit intervallum ·BC· et fiat ut ·C· ad ·B· ita ·B· ad ·D· et ·D· sit ad ·C· multiplex. Dico, quia ·B· eius quod est ·C· multiplex est. Quoniam enim ·D· eius quod est ·C· multiplex est, metitur ·C· id, quod est ·D· Ostensum vero est, quoniam, si sint proportionaliter numeri et prior naturaliter fuerit ultimo comparatus, si primum ultimus fuerit mensus, metietur et medium. ·C· igitur metietur id, quod est ·B· Multiplex est igitur ·B· eius, quod est ·C· Id rursus ex numeris. Sit ·C· unitas ·D· vero ex duplicata proportione ·BC· sit quaternarius et est multiplex eius, quod est ·C· Est enim quadruplus. Quoniam igitur hic quadruplus ex duplicata ·BC· proportione generatur, ·BC· proportio dimidium eius erit. Igitur ·BC· proportio dupla est. Sed duplum multiplex est. Erit igitur ·BC· proportio multiplex.

D.	B.	C.
IIII.	II.	I.

Superparticularis intervalli medius numerus neque unus neque plures proportionaliter intervenient. Sit enim ·BC· proportio superparticularis et in eadem proportione minimi sint ·DF· et ·G· Quoniam ·DF· et ·G· minimi sunt in eadem proportione, sunt eiusdem proportionis primi. Quocirca sola eos unitas metietur. Auferatur igitur ·G· ab ·DF. et relinquatur ·D· Hic est igitur utrorumque mensura communis. Haec igitur erit unitas. Quocirca nullus inter ·FD· atque ·G· incidet numerus, qui sit ab ·FD· quidem minor, maior vero ab ·G· Sola enim interest unitas.

1 f *hic et infra capitis paragraphos numeris rubro colore scriptis notat.* 5 metietur g. 7 naturaliter *om.* i. || fuerit ultimo naturaliter f. 8 comparatur g. 10 est *om.* o. || igitur *om.* k. || eius *om.* f. 11 sit] Sit h, i, k. 14 proportione i. 15 Sed quoniam duplum o. || multiplex] duplex f. 16 igitur *om.* o. 17—18 *Dispositionem om.* g; f, h, i, k *arcus addunt.* 20 intervenit i. 21 minime i. 22 ·DF· et ·G·] D. F. G. *bis* g. || Quoniam ·DF· et ·G· *om.* f; Et quoniam ad ·F· et ·G· o. || minime i. 24 eas g, h, k. 27 *prius* ·FD·] ·DF· h, k.

Quanti vero in superparticularibus proportionibus proportionaliter inter eiusdem proportionis minimos intercident, tot etiam inter ceteros eiusdem proportionis intercident. Sed nullus inter ·FD· atque ·G· minimos eiusdem proportionis intervenire potest; nullus igitur inter ·B· atque ·C· proportionaliter cadet. Et in numeris. Sit quaelibet superparticularis proportio, ut sesqualtera. Hi vero sint ·X· et ·XV· In eadem vero proportione minimi ·II· et ·III· Aufero de tribus binarium, fit reliqua unitas, eademque utrosque metitur. Nullus erit igitur inter binarium ternariumque numerus, qui sit binario maior, minor vero ternario. Alioquin unitas dividetur, quod est inconveniens. Quare ne inter ·X· quidem atque ·XV· quisquam invenietur numerus, qui talem ad ·X· obtineat proportionem, qualem ad eum tenent ·XV·

		D.	
		I.	
B.	C.	F.	G.
XV.	X.	III.	II.

Si intervallum non multiplex binario multiplicetur, nec multiplex est, nec superparticulare. Sit enim intervallum non multiplex ·BC· et fiat, ut ·C· ad ·B· sic ·B· ad ·D· Dico, quoniam ·D· eius, quod est ·C· neque multiplex est, neque superparticularis. Sit enim, si fieri potest, primum ·D· eius, quod est ·C· multiplex. Et quoniam cognitum est, si intervallum binario multiplicatum sit et multiplex intervallum creatum, id quod multiplicatum est bis inter-

1 vero] enim h, k. 2 incident f, i, o. 3 incident f, g, i, o. 4 inter ·F· h, k; D *corr. additum est in* g. 5 nullis g. 6 in *om.* f, g, i. 7 Hii o, hic f, i. || sunt g. 9 eadem quae i; quae eadem f. 12 dividitur i. 13 nec h, k, o. || quidem *om.* h, k. || ac h, k. 14 obtinet g. 16—19 *Dispositionem om.* g. f, i *arcus*, h, k *arcus et inscriptiones addunt.* 24 neque superparticulare h, k. || h *spatium reliquit dispositioni inscribendae aptum; in* k *addita est dispositio*

D	B	C
VIIII	VI	IIII

arcubus ornata et inscriptionibus a sequentis dispositionis inscriptionibus diversis.

vallum esse multiplex, erit igitur ·BC· multiplex. Sed non est positum, non igitur erit ·D· eius, quod est ·C·, multiplex. Nec vero superparticulare. Nam superparticularis proportionis medius proportionaliter terminus nullus intervenit. Inter ·D· vero et ·C· est proportionaliter terminus constitutus, id est ·B· Nam ut est ·C· ad ·B· ita ·B· ad ·D· Inpossibile igitur erit, ·D· eius quod est ·C· vel multiplicem esse vel superparticularem, quod oportebat ostendere. Et in numeris. Sit non multiplex intervallum ·VI· ad ·IIII· fiatque ut sunt ·IIII· ad ·VI· ita ·VI· ad alium quemlibet numerum. Hic erit igitur novenarius, qui quaternarii neque multiplex neque superparticularis est.

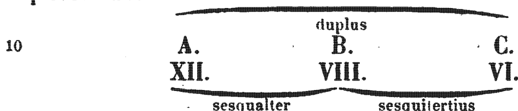
D.	B.	C.
VIIII.	VI.	IIII.

Si intervallum binario multiplicetur atque id, quod ex ea multiplicatione creabitur, multiplex non sit, ipsum quoque non erit multiplex. Sit enim intervallum ·BC· fiatque, ut ·C· ad ·B· ita ·B· ad ·D· et non sit ·D· eius quod est ·C· multiplex. Dico, quoniam nec ·B· eius, quod est ·C·, erit multiplex. Si enim est, et ·D· eius quod est ·C· multiplex est. At non est. Non erit igitur ·B· eius, quod est ·C·, multiplex.

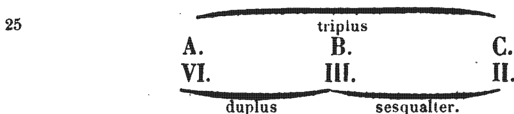
Duplex intervallum ex duobus maximis superparticularibus coniungitur, sesqualtero et sesquitertio. Sit enim ·A· quidem eius, quod est ·B·, sesqualter, ·B· vero eius, quod est ·C·, sesquitertius. Dico, quoniam ·A· eius, quod est ·C·, duplex est. Quoniam igitur sesqualter est ·A· eius, quod est ·B·, igitur ·A· habet in se totum ·B· eiusque dimidium. Duo igitur ·A· aequi sunt tribus ·B· Rursus

5 vero *om.* h, k. 6 ut ·C· est f, g. 7 erit igitur f, o. || vel] id est f. 9 intervallum non multiplex g. 10 alium quidem quemlibet i. 13—14 *Dispositionem om.* g; f, i *arcus*, h, k *arcus et inscriptiones addunt.* 15 multiplicatur h, k. 19 multiplex est f. || eius] eo i, o. || ·C·] ·oc· i. 20 ·C· est o. 21 est *post* multiplex *om.* g, o. || Ad i. 22 i *addit* A B C *arcubus iuncta*, f D B C; g *spatium vacuum reliquit.* 23 Suplex o. 27 igitur] *Aut omittendum aut in enim videtur mutandum.* || ·A· sesqualter est h, k.

quoniam ·B· eius, quod est ·C· sesquitertius est, ·B· igitur habet ·C· et eius tertiam partem. Tres igitur ·B· aequi sunt ad quattuor ·C· Tres autem ·B· aequi erant duobus ·A· Duo igitur ·A· aequi sunt ad quattuor ·C· Unus igitur ·A· aequus est duobus ·C· Duplex erit igitur ·A· eius, quod est ·C· Et in numeris. Sit enim sesqualter ·XII· ad ·VIII·, sesquitertius vero ·VIIII· ad ·VI·; ergo ·XII· ad ·VI· duplices sunt.



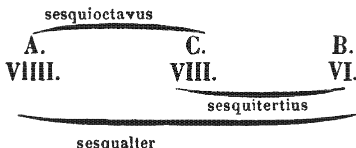
Ex duplici intervallo atque sesqualtero triplex nascitur intervallum. Sit enim ·A· eius, quod est ·B·, duplex, ·B· autem eius, quod est ·C·, sesqualter. Dico quoniam ·A· eius, quod est ·C·, triplex est. Nam quoniam ·A· eius, quod est ·B·, duplex est, ·A· igitur aequus est duobus ·B· Rursus quoniam ·B· eius, quod est ·C·, sesqualter est, ·B· igitur habet in se totum ·C· et eius dimidiam partem. Duo igitur ·B· aequi sunt tribus ·C· Sed duo ·B· aequi erant uni ·A· Et unus igitur ·A· aequus est tribus ·C· Igitur ·A· uno ·C· triplex est. Et in numeris. Sit duplex quidem senarius ternario, sesqualter vero ternarius binario, senarius igitur triplex est binario.



Si sesqualtero intervallo sesquitertium demptum fuerit intervallum, erit quod relinquitur sesquioctavum. Sit enim

5 quod] qui g, h, k. 6 ·XII· ac ·VIII· g; ·III· ad ·II· f, i. 7 ·VIIII· ad ·VI·] ·IIII· ad ·III· f, i. || ad ·VI· *om.* g; ·IIII· ad ·II· i; ·IIII· ad duo f. 8 erunt o. 9—12 *Dispositionem om.* g; f, i *litteras* A. B. C *infra numeros* ·IIII·III·II· *arcubus iungunt.* 25—28 *Dispositionem om.* g. || triplus *om.* f, i. 28 duplus, sesqualter *om.* f, i.

·A· quidem eius, quod est ·B·, sesqualter, at vero ·C· eius, quod est ·B·, sesquitertius. Dico quoniam ·A· eius, quod est ·C·, sesquioctavus est. Quoniam enim ·A· eius, quod est ·B·, sesqualter est, ·A· igitur habet in se ·B· et eius dimidiam partem. Octo igitur ·A· aequi sunt ad duodecim ·B· Rursus quoniam ·C· eius, quod est ·B·, sesquitertius est, ·C· igitur habet in se ·B· et tertiam eius partem. Novem igitur ·C· aequi sunt ad duodecim ·B· Duodecim autem ·B· aequi erant ad octo ·A· Et octo igitur ·A· aequi sunt ad novem ·C· Igitur ·A· aequus est ei, quod est ·C·, et octavae eius parti. ·A· igitur eius, quod est ·C·, sesquioctavus est· Et in numeris. Sesqualterum quidem intervallum sit novenarius ad senarium, sesquitertium vero octonarius ad senarium. Novem igitur ad octo sesquioctava proportio est.



Sex proportiones sesquioctavae maiores sunt uno duplici intervallo. Sit enim quidam numerus ·A·, huius autem sit sesquioctavus ·B·, huius autem sesquioctavus ·C·, huius autem sesquioctavus ·D· et huius sesquioctavus ·F· eiusque sesquioctavus ·G· atque huius sesquioctavus ·K· Id autem fiat secundum descriptum in arithmetica modum. Et sint numeri A. B. C. D. F. G. K. Et sit ·A· CCLXII·CXLIIII·, huius autem sesquioctavus, qui est ·B·, ·CCXCIIII· ·DCCCCXII·, huius autem sesquioctavus, qui est ·C·,

1 eius quidem h, k. || ad i. 2 eius *om.* i. 3 *alter.* est *om.* g. 7 eius tertiam h, k, o. 8 duodecima autem i. 14 igitur] vero h, k. 15 est proportio h, k. 16—20 *Dispositionem om.* g. 16 sesquioctavus *om.* f, i. 17 k. *disponit litteras hoc modo:* A. B. C. 18 VIIII. VI. VIII. k. 19 sesquitertius *om.* f, i. 20 sesqualter *om.* f, i. 22 quidem k. 24 eiusque] eius quoque o. 26 Et sint numeri *om.* g. 27 *Inter* D *et* F E *ponit* g.

·CCCXXXI·DCCLXXVI·, huius autem sesquioctavus, qui est ·D·, CCCLXXIII·CCXLVIII·, huius autem sesquioctavus, qui est ·F·, ·CCCCXVIIII·DCCCCIIII·, huius autem sesquioctavus, qui est ·G·, ·CCCCLXXII·CCCXCII·, huius autem sesquioctavus, qui est ·K·, ·DXXXI·CCCCXLI· Et sunt ·DXXXI·CCCCXLI·, quod est ·K·, plus quam duplices a ducentis LX duobus milibus ·CXLIIII·, quod est ·A· Sex igitur sesquioctavae proportiones ampliores sunt uno duplici intervallo.

A.	B.	C.
CCLXII. CXLIIII.	CCXCIIII. DCCCCXII.	CCCXXXI. DCCLXXVI.

D.	F.
CCCLXXIII· CCXLVIII.	CCCCXVIIII. DCCCCIIII.

G.	K.
CCCCLXXII. CCCXCII.	DXXXI. CCCCXLI.

Musicarum notarum per graecas ac latinas litteras nuncupatio.

III. Restat nunc quoniam sumus nervum secundum praedictas consonantias per regulam divisuri, quoniamque necessarios sonos tribus generibus cantilenae exhibebit ista partitio, musicas interim notas apponere, ut, cum divisam lineam isdem notulis signaverimus; quod unicuique nomen sit; facillime possit agnosci. Veteres enim

3 qui est *om.* g. 4 qui *om.* i. 5 qui est *om.* g, i, o. || Et sunt ·DXXXI· CCCCXLI *in margine* f; Et sunt DLCXCI i. 6 a] ad i. 8 sunt *om.* g. 10—15 *Dispositionem om.* g; h, k *litteras in uno eodemque versu disponunt, inter* G *et* K

DXXIIII. VII.
CCLXXXVIII. CLIII.

addunt, dispositionem totam arcubus et inscriptionibus ornant; f, i *scalae in modum litteras numerosque disponunt.* 18 nunc *om.* o; ut f, g, i. 19 quoniam quae g, i. 20 tribus sonus i. 22 hisdem g, h, i, k, o.

musici propter conpendium scriptionis, ne integra semper nomina necesse esset apponere, excogitavere notulas quasdam, quibus nervorum vocabula notarentur, easque per genera modosque divisere, simul etiam hac brevitate captantes, ut, si quando melos aliquod musicus voluisset adscribere super versum rythmica metri compositione distentum, has sonorum notulas adscriberet, ita miro modo repperientes, ut non tantum carminum verba, quae litteris explicarentur, sed melos quoque ipsum, quod his notulis signaretur, in memoriam posteritatemque duraret. Sed ex his omnibus modis unum interim lydium eiusque notulas per tria genera disponamus, in reliquis modis idem facere in tempus aliud differentes. Sane si quando dispositionem notarum Graecarum litterarum nuncupatione descripsero, lector nulla novitate turbetur. Graecis enim litteris in quamlibet partem nunc inminutis, nunc etiam inflexis tota haec notarum descriptio constituta est. Nos vero cavemus aliquid ab antiquitatis auctoritate transvertere. Erunt igitur priores ac superiores notulae dictionis, id est verborum, secundae vero atque inferiores percussionis.

Proslambanomenos, qui adquisitus dici potest, zeta non integrum et tau iacens ·7 ⊢·. hypate hypaton, quae est principalis principalium, gamma conversum et gamma rectum ·ꓶ Γ·, parhypate hypaton, idest subprincipalis principalium, beta non integrum et gamma supinum ·R L·, hypaton enarmonios, quae est principalium enarmonios,

2 nomina semper h, k. || appone i. || excogitare i. 4 per *om.* f. 5 aliquos i. 6 exscribere f, i; asscribere g, h, k. || rithmitica i. 7 asscriberet g, h, k; adscriberent f, i; ascriberent o. 8 quae] quod f; quot i. 9 quot i. 13 Sanae i. 14 Graecarum litterarum notarum g, h, k. 17 tota] rata g, h, k, o. 18 caveamus f. || transferre i. 22 zeta] *In* g, h, k *maximam partem non nomen sed littera ipsa est scripta.* 23 tau] te i. || non integrum et tau iacens] cum non integro tau iacens h, *et* k *prima manu.* || quae] qua i; qui f. 26 beta] Be i. 27 enermonios, quae o.

alpha supinum et gamma conversum retro habens virgulam ·ꓯ ⅂·, hypaton chromatice, quae est principalium chromatica, alpha supinum habens lineam et gamma conversum duas habens lineas ·ꓯ ⅂·, hypaton diatonos, quae est principalium extenta, phi graecum et digammon ·Φ F·, hypate meson, quae est principalis mediarum sigma et sigma ·C C·, parhypate meson, quae est subprincipalis mediarum, rho et sigma supinum ·P ᴗ·, meson enarmonios, quae est mediarum enarmonios, pi graecum et sigma conversum ·Π Ɔ·, meson chromatice, quae est mediarum chromatica, pi graecum habens virgulam et sigma conversum per medium habens virgulam ·Π Ɔ·, meson diatonos, quae est mediarum extenta, my graecum et pi graecum deductum ·M Π·, mese, quae est media, iota et lambda iacens ·I <·, trite synemmenon, quae est tertia coniunctarum theta et lambda supinum ·Θ V·, synemmenon enarmonios, quae est coniunctarum enarmonios, eta graecum et lambda iacens conversum per medium habens virgulam ·H >·, synemmenon chromatice, quae est coniunctarum chromatica, eta graecum habens virgulam et lambda conversum habens

2 chromaticae f, o. || chromatica *om.* g, h, i, k, o. 3 gamma *om.* g. 4 habens duas h, k. || ꓯ *om.* f. 5 hypaton i. 6 sigma] ce i, sima f, o. 7 superprincipalis g, k. 8 rho] pe i. 9 gregum k. 10 chromaticae g. || mediorum f, i, o. || chromatice f. 13 diductum f, g, h, i, k; *quapropter et litterae forma non deducta sed diducta est* Π. 14 labda i; lauda f; lapda o. 15—16 trite . . . Θ V *om.* o. 16 paranete synemmenon o. || enarmios i. 17 coniunctorum i. || Heta i. 18 *sqq.* synemmenon . . . . ·H >· *om. o.* 19 chromaticae i. || coniunctorum i.

virgulam ·Ϟ·, synemmenon diatonos, quae est coniunctarum extenta, gamma et ny ·Ν·, nete synemmenon, quae est ultima coniunctarum ω quadratum supinum et zeta ·Ζ·, paramesos, quae est submedia, zeta et pi graecum iacens ·⊏·, trite diezeugmenon, quae est tertia divisarum, e quadratum et pi graecum supinum ·⊔·, diezeugmenon enarmonios, quae est divisarum enarmonios, delta et pi graecum iacens conversum ·⊐·, diezeugmenon chromatice, quae est divisarum chromatica, delta habens virgulam et pi graecum iacens conversum habens lineam angularem ·⊐·, diezeugmenon diatonos, quae est divisarum diatonos, ω quadratum supinum et zeta ·Ζ·, nete diezeugmenon, quae est ultima divisarum, phi iacens et ny inversum deductum ·Ν·, trite hyperboleon, quae est tertia excellentium y deorsum respiciens dextrum et semialpha sinistrum sursum respiciens ·<·, hyperboleon enarmonios, quae est excellentium enarmonios, tau supinum et semialpha dextrum supinum ·y·, hyperboleon chromatice, quae est excellentium chromatica, tau supinum habens lineam et

1 Ϟ h, k. 2 ny] en. i. 4 ·ш·Ζ· o. || parameses h, k. 5 est *om.* g. 8 iacens *om.* o. || chromaticae i. 10 virgultam h. 11 diversarum tonos i; diversarum diatonos o. 12 ·ш·Ζ· o. 13 nete zeugmenon i. || phi] Π o. 14 ny] en i. || diductum f, g, h, i, k. || Ν f, g, h, i, k; ·⊏·Ν· o. 15 tertia est h. 16 semi non perfectum alpha g. || sursum] rursus f. 17 < *om.* k. || enarmonicos h. 18 tau] te i. || dextrum] sinistrum f. 19 chromaticae i. 20 chromateca. i. || tau *om.* i.

semialpha dextrum supinum habens retro lineam ·ϒ·, hyperboleon diatonos, quae est excellentium extenta, my graecum habens acutam et pi deductum habens acutam ·Ϻ′ ꟼ′·, nete hyperboleon iota habens acutam et lambda iacens habens acutam ·Ⱶ ∠·

Musicarum notarum per voces convenientes dispositio in tribus generibus.

IIII.	Ζ ⊢	Proslambanomenos
	⅂ Γ	Hypate hypaton
	R L	Parhypate hypaton
	∀ ⊤	Lichanos hypaton enarmonios
	∀̸ ⊤̸	Lichanos hypaton chromatice
	Φ F	Lichanos hypaton diatonos
	C C	Hypate meson
	P ◡	Parhypate meson

1 ·⊥ V· f. 3 habens *om.* g. ‖ diductum f; diductam g, h, i, k. 4 ·M′ Π′· f, g, h, i, k. ‖ acutum f, i. 5 acutum i; ·I′ ∠· *om.* o. 6 *Inscript. om.* g, h. ‖ conveniens k. ‖ *Notas musicas om.* g, o. 8 Proslambanomenon h, k. 12 chromatica f, g, i.

Π Ɔ	Lichanos meson enarmonios
Πʹ ∋	Lichanos meson chromatice
M ꓶ	Lichanos meson diatonos
I· <	Mese
Θ V	Trite synemmenon
H ⋗	Paranete synemmenon enarmonios
Hʹ ⋗	Paranete synemmenon chromatice
Γ N	Paranete synemmenon diatonos
Ɯ Z	Nete synemmenon
Z ⊏	Paramesos
E Ш	Trite diezeugmenon
Δ ⊐	Paranete diezeugmenon enarmonios
Δʹ ⋈	Paranete diezeugmenon chromatice
Ɯ Z	Paranete diezeugmenon diatonos

1 Π ·Ƨ· f. 6 H ·Ƨ· f. 7 Hʹ ·⋝· h, k; H ·∋· f. [] chromatica f, g, h, i, k, o. 10 Parameses g, h, k, o. 13 chromatica f, g, h, k, o.

ϴ Ч	Nete diezeugmenon
⅄ ⅄	Trite hyperboleon
⊥ y	Paranete hyperboleon enarmonios
⊥ ϒ	Paranete hyperboleon chromatice
M′ ⊓′	Paranete hyperboleon diatonos
⊢ <′	Nete hyperboleon.

Monochordi regularis partitio in genere diatonico.

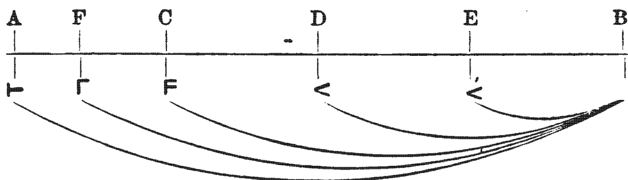
V. Sed iam tempus est, ad regularis monochordi divisionem venire. De qua re illud est praedicendum, quod, sive in mensura nervi, sive in numeris atque eorum proportione statuatur describenda divisio, maius spatium chordae et maior numeri multitudo sonos graviores efficiet. At si fuerit nervi longitudo contractior et in numeris non multa pluralitas, acutiores voces edi necesse est. Atque ex hac comparatione, quantum unaquaeque fuerit vel longior vel plurium numerorum aliaque vel contractior vel paucioribus signata numeris, tanto vel gravior vel acutior invenitur. Nec lectorem res illa conturbet, quod intendentes saepe spatia proportionum numero maiore signavimus, remittentes vero minore, cum intentio acumen

1 Nete diezeugmenon *om.* g. 2 Λ V f. 3 *Hunc versum om.* i. 4 chromatica f, g, h, k, o. 6 ⅄′ Ν f. 7 *Inscript. om.* g. || diatono g. || diatonico genere k. 8 ·IIII· h. 10 atque in eorum f, i. 16 plurimum i. || vel *ante* contractior *om.* i. 18 lectorem res illa] lectorum est spes illa vel res i. 20 vero *om.* i. || intencio g, o.

faciat, remissio gravitatem. Illic enim proportionum tantum spatia signabamus, nihil de gravitatis aut acuminis proprietate laborantes, atque ideo et in acumen maioribus numeris intendimus et minoribus in gravitatem saepe remisimus. Hic vero ubi chordarum spatia sonosque metiemur, naturam rerum sequi necesse est, maiorique longitudini chordarum, ex qua gravitas existit, ampliores, minori vero, ex qua vocis acumen nascitur, dare breviores. Sit chorda intensa ·AB· Huic aequa sit regula, quae propositis partitionibus dividatur, ut ea regula chordae apposita eaedem divisiones in nervi longitudine signentur, quas antea signaveramus in regula. Nos vero nunc ita dividimus, quasi ipsam chordam et non regulam partiamur. Dividatur igitur ·AB· in quattuor partes per tria puncta, quae sunt ·C·D·E· Erit igitur tota quidem ·AB· dupla ab his, quae sunt ·DB· ·AD·, singillatim vero ·AD· ·DB· duplae sunt ab his, quae sunt ·AC· ·CD· ·DE· EB· Erit igitur ·AB· quidem gravissima id est proslambanomenos, ·DB· autem mese. Est enim dimidia totius et sicut ·AB· ab ea, quae est ·DB·, dupla est spatio, ita ·DB· ab ea, quae est ·AB·, dupla est acumine. Nam, ut superius dictum est, spatii et acuminis semper ordo conversus est. Nam tanto est chorda maior in acumine, quanto fuerit minor in spatio. Quocirca erit et ·EB· nete hyperboleon, quoniam ·EB· eius, quae est ·DB·, dimidia quidem est in quantitate, dupla vero est in acumine. Rursus quoniam eadem ·EB· eius, quae est ·AB·, quarta pars est in spatio, quadrupla erit ab eadem in acumine. Erit igitur, ut dictum est, nete hyperboleon dupla in acumine ab ea, quae est mese, mese autem dupla in acumine ab ea, quae est

2 nihil enim i. 4 in minoribus i. 5 vero *om.* g, h, k. || metietur i. 6 insequi f, g, h, k. 7 ex quo i. 10 partionibus g; proportionibus h, k; patitionibus *mutatum in* proportionibus f. 11 eadem i, cedem f. 12 signaverimus f, i. 14 igitur *om.* g, h, k. 15 coe i. 17 ·DB·] ·de· i. 19 enim] autem h, k. 20 *prius* ab *om.* g, k. 25 eius quae] eiusque i. 27 *alter.* est *om.* i. 28—29 Erit igitur .... in acumine *om.* i. 30 ab ea] ad eam h, k.

proslambanomenos. Nete vero hyperboleon quadrupla in acumine ab ea, quae est proslambanomenos. Consonabit igitur proslambanomenos ad mesen diapason, mese ad neten hyperboleon diapason, proslambanomenos ad neten hyperboleon bis diapason. Rursus quoniam aequae partes sunt ·AC· ·CD· ·DE· ·EB·, est autem ·AB· quattuor earundem partium, ·CB· autem trium, ·AB· igitur sesquitertia est ab ea, quae est ·CB· Rursus quoniam trium est aequalium partium ·CB·, sed ·DB· duarum, erit igitur ·CB· sesqualtera eius quae est ·DB· Rursus quoniam ·CB· est trium partium aequalium, qualis est una ·EB·, tripla igitur est ·CB· ab ea, quae est ·EB· Erit igitur ·CB· lichanos hypaton diatonos consonabitque proslambanomenos quidem ad lichanon hypaton diatonon consonantiam diatessaron, eadem vero lichanos hypaton diatonos consonabit ad mesen consonantiam diapente, eademque lichanos diatonos consonabit ad neten hyperboleon diapason et diapente. Rursus si de tota ·AB· nonam partem auferam eam, quae est ·AF·, erunt partes ·VIII· ·FB· Erit igitur ·FB· hypate hypaton, ad quam sesquioctavam contineat proportionem ·AB·, id est proslambanomenos, in musica vero tonon.

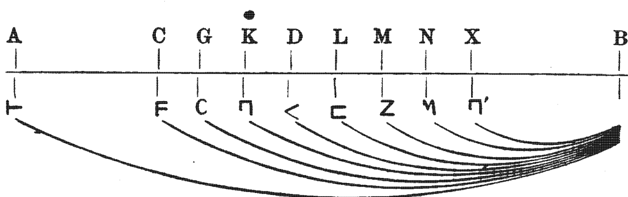


Superior descriptio inferiora signa quae continet eius sunt descriptionis, ubi chordis notulas apposuimus, quoniam earum nomina longum fuit adscribere.

1—2 Nete vero . . . proslambanomenos *om.* i. 2 ·RQ. consonabit i. 4 *in fine* netent i. 5 aeque g, o. 8 quia f, h, k, o; qua i. 9 *alt.* ·CB·] ·CD· i. 10 ·DB·] ·CB· i. 13 consonabuntque f, i. 14 lichanos o. || diatonos i, o. 19 eruntque f. || partes *om.* h, k. 22 tonum h, k. 24 *Signa om.* g; h, k *arcubus inscriptiones addunt.* 27 ascri-

Item si ·AB· tribus incisionibus partiamur, erit pars tertia ·AG·; duae igitur eiusdem erunt ·GB· Consonabit igitur ·AB· proslambanomenos ad ·GB·, quae est hypate meson, diapente consonantiam in proportione sesqualtera constitutam, ·CB· autem ad ·GB· erit sesquioctava et continebit tonum, idque ordine cadit. Nam lichanos hypaton diatonos, id est ·CB·, ad eam, quae est hypate meson, id est ·GB·, continet tonum. Rursus ·AB· quidem proslambanomenos ad ·CB· lichanon hypaton diatonon habet consonantiam diatessaron, ·AB· autem proslambanomenos ad ·GB· hypaten meson habet consonantiam diapente. Item ·CB· ad ·DB·, id est lichanos hypaton diatonos ad mesen, habet consonantiam diapente. ·GB· autem ad ·DB·, id est hypate meson ad mesen, habet consonantiam diatessaron. Lichanos autem hypaton, id est ·CB· ad hypaten meson comparata, id est ·GB·, distabit tono. Si autem eius, quae est ·CB·, quartam partem sumpsero, erit ·CK· Igitur ·CB· ad ·KB· obtinebit sesquitertiam proportionem. ·KB· autem ab ea, quae est ·DB·, sesquioctava proportione distabit. Erit igitur ·KB· quidem diatonos meson et erit ·CB· id est lichanos hypaton diatonos ad ·KB· id est diatonon meson diatessaron continens consonantiam. Rursus si eius quae est ·DB· nonam partem sumpsero, erit mihi ·DL· Igitur ·LB· erit paramese. Si autem eius, quae est ·DB·, quartam partem sumpsero, erit ·DM· Igitur ·MB· erit nete synemmenon. Si autem eius, quae est ·DB·, tertiam partem sumpsero, erit ·DN· Igitur ·NB· erit nete diezeugmenon. Si autem ·KB· in duas partes aequas fuerit divisa, erit ·KX· eritque ·XB· paranete hyperboleon.

bere o; asscribere g, h, k. 3 ·GB·] ·G· g. 4 sesqualteram i. 5 constituta g, h, k. || sesquioctavum i. o. 7 ad eam] eadem *et supra versum* ad eam f. || hypaten f, i; hypaton g. 8 continent i. 9 habet diatonon h, k. 11 hypate g, h, k, o. 15 hypate g, o. 16 distat g. 17 et igitur g. 19 autem *om.* g, h, k. 20—22 et erit . . . . diatonon meson *in margine superiore* f. 21 id est *om.* o. || diatonos meson i; diatono meso o. 24 parameses h, k. 25 partem quartam i. || erit mihi ·DM· o. 29 eritque ΨXB i.

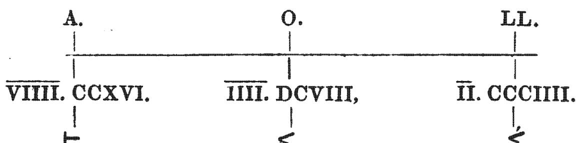


Monochordi netarum hyperboleon per tria genera partitio.

VI. Nunc igitur diatonici generis descriptio facta est in eo scilicet modo, qui est simplicior ac princeps, quem lydium nuncupamus. De quibus modis nunc disserendum non est. Ut vero per tria genera currat mixta descriptio et in omnibus propria numerorum pluralitas apponatur, ad conservandas scilicet proportiones vel tonorum atque dieseon, excogitatus est numerus, qui haec omnia possit explere, ut maximus quidem ad proslambanomenon describatur, qui sit $\overline{\mathrm{VIIII}}$. CCXVI., minimus vero $\overline{\mathrm{II}}$. CCCIIII., reliquorum vero sonorum proportiones in horum medietate texentur. Sane ab inferiore procedimus omniumque nomina chordarum non solum nominibus, verum etiam appositis litteris demonstramus, sed ita, ut, quoniam trium generum est facienda partitio nervorumque modus litterarum numerum excedit, ubi defecerint litterae, easdem rursus geminamus hoc modo, ut, quando ad Z fuerit usque perventum, ita describimus reliquos nervos, bis A, id est ·AA· et bis ·B·, id est ·BB· et bis ·C·, id est ·CC· Sit igitur primus quidem numerus maximusque, qui proslambanomeni obtineat locum, $\overline{\mathrm{VIIII}}$.

1 *In* f, i *additae sunt litterae* F *et* E. 2 *Signa om.* g, h, k; h, k *addunt arcubus inscriptiones.* 3 *Inscript. om.* g. 4 ·V· h. || Hunc o. 5 ac] hac g. 6 disserendum non est nunc k. 9 vel tonorum *om.* i; *scribendum videtur:* vel tonorum vel semitoniorum atque dieseon. 11 posset f, i. || proslambanomenon *om.* g. *spatio vacuo relicto;* proslambanomenos i. 12 minimus] minus i. 18 modos i. || numerum *om.* o. 21 id est *om.* f, i. || ·B·] ·Be· i. 22 ·C·] ·Ce· i. 23 proslambanomenos g, h, k, o. || obtinet o.

CCXVI. sitque totius chordae modus ab eo, quod est ·A·, usque ad id, quod est ·LL· Hanc id est ·A· proslambanomenon VIIII. CCXVI. divido dimidiam ad ·O·, ut sit tota ·A· dupla ab ea, quae est ·O· Item ·O· sit dupla ab ea, quae est ·LL· Erit igitur ·A· quidem proslambanomenos, ·O· autem mese, et ·LL. nete hyperboleon. Habebit igitur ·A· quidem VIIII. CCXVI., ·O· vero horum dimidium, id est IIII. DCVIII., ut mese ad proslambanomenon diapason consonantia conveniat, ea vero, quae est ·LL., dimidium meses; ut sit proslambanomenos ab ea, quae est nete hyperboleon, quadrupla et bis diapason ad eam consonet symphoniam, sitque ·LL· II. CCCIIII.



Si igitur ex ·II·CCCIIII· octavam abstulero partem, id est ·CCLXXXVIII· eisdemque adiecero, fient mihi ·II·DXCII· eritque ·KK· ·II·DXCII·, quae est paranete hyperboleon ad neten hyperboleon obtinens distantiam tonum. Rursus eius, quae est ·KK· id est ·II·DXCII· aufero octavam,

2 Hanc igitur h, k. || id est] quidem o. || A. *om.* h. || proslambanomenos g. 5 ·LL·] bis ·LL· f; *in* g *litura.* 6 ·O·] ·O· ·O· i. || et *om.* g, h, k. 9 consonantiam h, k, || ·LL·] bis ·LL· f. 10 ab ea . . . . consonet *om.* i. 13—15 *dispositionem om.* g; h, k *arcus inscriptionesque addunt;* i *disponit hoc modo:*

Proslamb. Mese Nete
BC | IS ʌ | XH B | TΔ
·VIIII·CCVI· IIII·DCVIII· II·CCCIIII·

Simili modo f *disponit, sed litteras* A. O. LL. *numeris anteponit.* 16 ex ·II·] ·XII· i. || abstulere i. 18 que *om.* h, k. || ·KK·] ·NN· f, g, h, i, k, o *hic et infra similitudine formae decepti.* || ·NN· id est ·II·DXCII· g, h, k. 18 Aufero octavam, quae est paranete g. || est] sit f, i, o. 19 obstinens o.

quae est ·CCCXXIIII· eamque eis, quorum est octava, subiungo eruntque ·$\overline{\text{II}}$·DCCCCXVI· fietque mihi ·FF· trite hyperboleon diatonos in diatonico scilicet genere ·$\overline{\text{II}}$· DCCCCXVI·, tonum quidem distans ab ea, quae est paranete hyperboleon diatonos, ditonum vero ab ea, quae est nete hyperboleon. Eadem vero ·FF· erit in chromatico genere trite hyperboleon chromatica, in enarmonio vero paranete hyperboleon enarmonios, quod facilius agnoscetur cur eveniat, cum trium generum tria prima tetrachorda a nete hyperboleon inchoantia descripserimus. Quoniam vero si a sesquitertia proportione duas sesquioctavas abstulero, relinquetur mihi semitonium minus, sumo tertiam eius, quae est ·LL·, id est nete hyperboleon; sunt ·DCCLXVIII· Hos eisdem adicio, fient mihi ·$\overline{\text{III}}$· LXXII·, quorum est ·DD· nete diezeugmenon continens ad triten hyperboleon semitonium minus. Nam quoniam nete diezeugmenon ad neten hyperboleon diatessaron continet consonantiam, trite autem hyperboleon diatonos a nete hyperboleon ditonum distat, relinquitur spatium, quod est inter neten diezeugmenon et triten hyperboleon, semitonii minoris. Quoniam igitur tetrachordum hyperboleon diatonici generis explevimus, nunc chromatici et enarmonii tetrachorda supplenda sunt hoc modo. Quoniam enim paranete hyperboleon ad neten hyperboleon in diatonico quidem genere tono distat, in chromatico vero tribus semitoniis, in enarmonio vero duobus tonis, si distantiam paranetes hyperboleon et netes hyperboleon diatonici generis sumpserimus eiusque dimidium

1 eamque] eam quae i; eademque f; eisque eam o. 4 tono h, k. || est *om.* g. 4—5 paranete . . . quae est *om.* i. 5 diatonos . . . hyperboleon *om.* o. || ditonum] diatonum f, g, h, k. 7 trite] et rite g. || ermonio f. 8 agnoscitur f, i. 9 veniat f. 10 a] $\overline{\text{A}}$ i. 12 relinquitur h, k. 13 neten f, o. 14 aditio f. 16 tritem i. || Nam *om.* f. i. 17 ad nete f, g, h, i, k, o. 17—18 diatessaron — hyperboleon *om.* i. 18 consonantiam] symphoniam h, k, o. 19 a nete hyperboleon *om.* h, *supra versum* k. || ab ea diatonum g, h, k; ab ea ditonium i. 23 ermonii i. 27 paraneten k.

paranete hyperboleon, quae est diatonici generis, apponamus, habebimus numerum tribus semitoniis ab hyperboleon nete distantem; et erit haec in chromatico genere paranete hyperboleon. Aufero igitur de ·$\overline{II}$· DXCII·, id est paranete hyperboleon diatonici generis, ·$\overline{II}$· CCCIIII·, id est neten hyperboleon, relinquuntur mihi ·CCLXXXVIII· Hos divido, erunt ·CXLIIII· Eosdem ·$\overline{II}$· DXCII· adiungo, fient ·$\overline{II}$· DCCXXXVI· ·HH· Haec erit paranete hyperboleon chromatica. Rursus quoniam trite hyperboleon vel diatonica vel chromatica duos tonos distat a nete hyperboleon et in enarmonio genere paranete hyperboleon duobus tonis distat ab ea, quae est nete hyperboleon, eadem erit in enarmonio genere paranete hyperboleon, quae est in diatonico vel chromatico trite hyperboleon. Sed quoniam trite hyperboleon diatonici generis et chromatici ad neten diezeugmenon minus semitonium servant, constat autem tetrachordum enarmonii generis ex duobus integris tonis et diesi ac diesi, quae sunt dimidia spatia semitonii minoris, distantiam eam, quae est inter neten diezeugmenon et paraneten hyperboleon enarmonion sumo. Sed quoniam nete diezeugmenon est ·$\overline{III}$· ·LXXII· paranete autem hyperboleon enarmonios ·$\overline{II}$· ·DCCCCXVI·, horum distantia erit ·CLVI· Horum sumo dimidiam partem, qui sunt ·LXXVIII· Hos adicio ·$\overline{II}$·

2 ab] ad g, h, k, o. 3 haec *om.* g. 4 paranetes g, h, k; de paranete o. 6 nete g, i, o. || relinquitur h, i, k. 7 ·$\overline{II}$·DXCII· adiungo] adiciam ·$\overline{II}$·DXCII· g, h, k. || *Post* ·$\overline{II}$·DXCII· *addunt* g, h, k: id est paranete hyperboleon diatonici generis, *quae in* f *in margine rec. manu adscripta sunt.* 8 fient] et erunt mihi g, h, k. || ·HH· *om.* g, h, i, k, o. 10 tonos *supra versum* k. 12 duobus tonis *supra versum* k, duobus tonis distat ab ea *supra versum* h. || distat . . . . hyperboleon *om.* k. || quae est nete . . . . paranete hyperboleon *om.* h. 13 eadem erit . . . . paranete hyperboleon *supr aversum* k. || erit *bis* o. 14 in] ·$\overline{II}$· i. 17 autem] enim i. 18 tonis *supra versum* k. 19 eam *om.* o. || eam, quae] eamque i. 20 enarmonios h, k, o; enarmonium f. 21 quoniam *om.* h. k. 23 differentia h, k.

·DCCCCXVI·, fient ·II· DCCCCXCIIII· Haec erit ·EE· trite hyperboleon enarmonios. Descriptum est igitur secundum tria genera tetrachordum, quod est hyperboleon, cuius formam subter adiecimus.

DD. FF. KK. LL.

nete diez. — trite hyperb. diatonos — paran. hyperb. diatonos — nete hyperb.

III. LXXII. — II. DCCCCXVI. — II. DXCII. — II. CCCIIII.

S T — O T HH. — O T

nete diez. — trite hyperb. chrom. — paran. hyperb. chrom. — nete hyperb.

III. LXXII. — II. DCCCC. XVI. — II. DCC. XXXVI. — II. CCCIIII.

S T EE. — S T — S T — S T — S T

nete diez. — trite h. enarm. — paran. hyperb. enarmon. — nete hyperb.

III. LXXII. — II. DCCCC. XCIIII. — II. DCCCC. XVI. — II. CCCIIII.

ϕ — ϕ — O T — O T

Ratio superius digestae descriptionis.

VII. Tria igitur tetrachorda tali nobis ratione descripta sunt. Tetrachordum enim omne diatessaron resonat consonantiam. Igitur nete hyperboleon et nete diezeugmenon in tribus generibus, id est vel in diatono vel in chromate vel in enarmonio, diatessaron continet symphoniam. Diatessaron autem consonantia constat duobus tonis et

1 ·EE· *om.* o; esse g. 2 igitur *om.* g. 3 genera tria k. || tetrachordum secundum tria genera o. || tetrachordarum h. 5 *Dispositionem om.* g; *in* i *desunt* ·HH· ·EE·; *in* f ·HH·; *in* i *et* f ·NN· *loco* ·KK· *invenitur. In* h *et* k. *hic et infra in singulis versibus numeri, litterae, chordarum nomina, spatiorum signa descripta sunt commodius quam rectius.* 21 *Inscript. om.* g. 22 ·VI· h. || perscripta h, k. 25 *Primum* vel *om.* o. || diatonico h, k. || chromatico o. 26 ermonio i.

semitonio minore. Id hoc modo per tria genera in suprascriptis tetrachordis divisum est. In diatonico enim genere, quod est primum, paranete hyperboleon, id est ·$\overline{\text{II}}$·DXCII·, ad neten hyperboleon, id est ·$\overline{\text{II}}$· CCCIIII· obtinet distantiam tonum, quod tali notula inscripsimus .$\overset{o}{T}$. Rursus trite hyperboleon diatonici generis, quae est ·$\overline{\text{II}}$·DCCCCXVI· ad paraneten hyperboleon diatonici generis, quae est ·$\overline{\text{II}}$· ·DXCII·, rursus obtinet differentiam tonum, quam simili notula insignivimus .$\overset{o}{T}$. Nete autem diezeugmenon ad triten hyperboleon, id est ·$\overline{\text{III}}$·LXXII· ad ·$\overline{\text{II}}$·DCCCCXVI· semitonium refert, quod tali notula signavimus ·$\overset{s}{T}$· Et est hoc totum spatium netes diezeugmenon et netes hyperboleon duorum tonorum ac semitonii. Sed idem duo toni ac semitonium in chromatico genere hac ratione divisi sunt. Secundum enim genus, quod est chromaticum, hoc modo descriptum est. Paranete enim chromatice hyperboleon, quae est ·$\overline{\text{II}}$· DCCXXXVI·, ad neten hyperboleon, quae est ·$\overline{\text{II}}$· CCCIIII·, comparata continet spatium paranetes hyperboleon diatonici generis ad neten hyperboleon, qui est unus tonus, id est duo semitonia, maius ac minus, et divisum rursus spatium paranetes hyperboleon diatonici et netes hyperboleon. Ita enim factum est, qui est dimidius tonus, sed non integre, quia, ut supra uberrime monstratum est, non potest tonus in duo aequa partiri. Consignavimus igitur hoc spatium trium semitoniorum, id est toni ac semitonii hoc modo .$\overset{s}{T}$ $\overset{s}{T}$ $\overset{s}{T}$.

1 supradictis h, o. 2 diatono f. || enim] autem i. 3 quod est *om.* g, h, k. || id] quod o. || ·$\overline{\text{II}}$·DXCII· . . . . id est *bis* g. 5 toni o. || scripsimus o. 8 quae est II id est ·$\overline{\text{II}}$·DXCII· g. || rursus *om.* h, k, o. 9 quam] quod h, k. || notula id est ·$\overset{1}{T}$· f. || insignavimus h, i, o. || ·$\overset{o}{T}$· *om.* f, i. 12 Et hoc est g, h, k, i, o. || totum] tonum i. 13 neten h, k. || semitonio f, i. 16 chromaticae f, i. 19 diatonici . . . . hyperboleon *bis* i. 23 integrae i. 25 consignabimus g, i, o. || igitur] enim h, k.

Rursus paranete hyperboleon chromatica ad triten hyperboleon retinet partem toni, id est semitonium, quod reliquum fuit ex duobus tonis, qui continentur inter triten hyperboleon diatonicam et neten hyperboleon. Subtractis vero quattuor semitoniis reliquum ex toto tetrachordo spatium semitonii est, quod continetur inter neten diezeugmenon et triten hyperboleon. Constat igitur et hoc tetrachordum ex duobus tonis ac semitonio, divisum in uno quidem spatio tribus semitoniis, in duobus autem spatiis duobus semitoniis. Tria vero spatia nervis quattuor continentur. In enarmonio vero genere summa est id pernoscendi facilitas. Ab ea enim, quae est nete hyperboleon, id est ·$\overline{\text{II}}$·CCCIIII·, paranete hyperboleon enarmonios, id est ·$\overline{\text{II}}$·DCCCCXVI· duos tonos integros distat, quos hoc modo notavimus ·$\overset{\circ}{\mathrm{T}}\overset{\circ}{\mathrm{T}}$· Relinquitur igitur ex totius tetrachordi duobus tonis ac semitonio unum quidem semitonium, quod continetur inter neten diezeugmenon et paraneten hyperboleon enarmonion, quod scilicet divisimus in duas diesis, trite hyperboleon enarmonio media interiecta, spatiumque dieseos hoc modo signavimus ·ϕ· Ita igitur nobis hyperboleon tetrachordum descriptum est. Quo peracto ad diezeugmenon tetrachordum veniamus, nec inmorandum est isdem commemorationibus in ceteris, cum ab hac descriptione etiam in aliis sumi possit exemplum.

Monochordi netarum diezeugmenon per tria genera partitio.

VIII. Netes igitur diezeugmenon, quae est ·$\overline{\text{III}}$·LXXII·,

1 chromaticae f. 2 quod] qui g. 3 tritem i. 6 continet g. 8 tetrachordarum h. || ac] et h, k. || semitonium i. 9 quidem in uno f. 11 continetur IIII[or] i. 12 facultas k, o; facultas, *et supra versum* facilitas h. 14 integros tonos h, k. 15 notabimus g, i, o; notamus h, k. 16 igitur *om.* o. 19 diesis *et supra alterum* i e h. 20 que] quae i. 21 ϕ *om.* g. || tetrachordon f, i; tetrachordion g. 22 scriptum g, h, k. || Quo pacto g, h. 23 est *om.* i, o. || idem i; hisdem f, o. || commeracionibus f, g. 26 *Inscript. om.* g.

si dimidium sumam, erunt ·$\overline{\mathrm{I}}$·DXXXVI·, qui eisdem additi fiunt ·$\overline{\mathrm{IIII}}$·DCVIII·, quae est mese, quam ·O· littera designavimus. Quod si eiusdem netes diezeugmenon, id est ·DD., scilicet ·$\overline{\mathrm{III}}$·LXXII·, auferam tertiam partem, erunt ·$\overline{\mathrm{I}}$·XXIIII·, qui eisdem coniuncti facient ·$\overline{\mathrm{IIII}}$·XCVI., quae vocabitur paramese, X littera subnotata. Nete igitur diezeugmenon, id est ·$\overline{\mathrm{III}}$·LXXII· ad mesen id est ·$\overline{\mathrm{IIII}}$·DCVIII·, quoniam in sesqualtera comparatione consistit, diapente, consonabit symphoniam. Eadem vero nete diezeugmenon id est ·$\overline{\mathrm{III}}$·LXXII· ad paramesen, id est ·$\overline{\mathrm{IIII}}$·XCVI·, quae ad eam in sesquitertia proportione composita est, diatessaron retinet consonantiam. Si igitur ab ea, quae est nete diezeugmenon ·$\overline{\mathrm{III}}$·LXXII· octavam auferam partem, id est ·CCCLXXXIIII· eisque adiciam, fient ·$\overline{\mathrm{III}}$·CCCCLVI· Eritque haec paranete diezeugmenon diatonos ·CC· litteris pernotata, ad neten diezeugmenon obtinens tonum. Ab hac vero si octavam auferam partem, id est de ·$\overline{\mathrm{III}}$·CCCCLVI· quae est ·CCCCXXXII· eosque eidem adiungam, erunt ·$\overline{\mathrm{III}}$·DCCCLXXXVIII. Eritque ea ·Y· trite diezeugmenon diatonos. Sed quoniam nete diezeugmenon ad paramesen sesquitertiam obtinebat proportionem, trite autem diezeugmenon diatonos a nete diezeugmenon duos tonos abest, continebitur inter triten diezeugmenon et paramesen semitonium minus. Diatonicum igitur genus in hoc quoque tetrachordo ac pentachordo ita expletum est, ut tetrachordi quidem eius, quod est netes diezeugmenon ad paramesen, diatessaron con-

1 ·$\overline{\mathrm{I}}$·] ·CC· i; $\overline{\mathrm{M}}$ f. || isdem k. 2 litteram g. || designamus f, i. 7 meson f. || id est *om.* g, h, k. 9 consonabit] continet g, h, k. || consonantiam h; consonantiam *et supra versum* al. simphoniam k. 10 *prius* id est *om.* g. h, k. 11 sesquitertiam g. 12 symphoniam h, k. 14 auferam octavam g, h, k. || aufero o. 16 duobus ·CC· f. 17 auferam octavam o. || partem auferam h, k. 19 ei addam o. || que *om.* f, g. 20 diatonos trite diezeugmenon o. 21 parameses o. || obtinebit g, h, k. 23 abest] ab ea est i. 24 paramese h, k; parameses o; parameson i. || Diatonum o.

sonantia sit, pentachordi vero eius, quod est netes diezeugmenon ad mesen, diapente sit consonantia. Enarmonium vero atque chromaticum genus hac ratione texemus. Sumo distantiam netes et paranetes diezeugmenon diatoni, id est ·$\overline{\text{III}}$·LXXII· et ·$\overline{\text{III}}$·CCCCLVI·, est eorum differentia ·CCCLXXXIIII· Hanc divido; erunt ·CXCII· Hanc si sumam et ei, quae est paranete diezeugmenon diatonos, adiungam, id est ·$\overline{\text{III}}$·CCCCLVI·, fient ·$\overline{\text{III}}$·DCXLVIII. Haec erit paranete diezeugmenon chromatica ·BB· geminatis litteris adnotata, distans a nete diezeugmenon tono et semitonio, id est tribus semitoniis, continens ad triten diezeugmenon dudum quidem diatonicam, nunc vero chromaticam, id est ·$\overline{\text{III}}$·DCCCLXXXVIII·, semitonium reliquum ab eo tono, quod divisum est inter paraneten diatonon diezeugmenon et triten diatonon diezeugmenon. Et fit aliud reliquum ex tetrachordo semitonium inter triten diezeugmenon chromaticam et paramesen, quod scilicet ex diatessaron consonantia relinquitur ea, quae est inter neten diezeugmenon et paramesen subtractis duobus tonis, quos nete diezeugmenon et trite diezeugmenon chromatica continebant. Quae autem in diatonico genere trite diezeugmenon diatonica est, in chromatico autem trite diezeugmenon chromatica, ea in enarmonio genere paranete diezeugmenon enarmonios dicitur — integros enim duos tonos distat ab ea, quae est nete diezeugmenon — et notatur ·AA· Et inter neten diezeugmenon et paraneten enarmonion diezeugmenon nulla interest chorda atque ideo paranetes vocabulo nuncupatur. Semitonium vero, quod est inter paraneten enarmonion diezeugmenon et paramesen, id est inter ·AA· et ·X· hac ratione partimur,

6 si *om.* i. 7 et *om.* i. || eique f, o. 8 fiunt g. 9 Haec] Hae ac i. 12 diatonicum i. || nunc vero chromaticam *om.* o. 15 diatonum g, h, k. || *alt.* diatonon *om.* h; diatonum k. 16 aliud fit f; alium i. 17 parameson g. || *Post* paramesen *addit* o: subtractis duobus tonis quos nete diezeugmenon chromatica. 18 relinquetur f, g. 20 nete diezeugmenon chromatica f, o. || et trite diezeugmenon *om.* i, o. 21 continebat f, o. 29 enarmonium h, k. 30 patimur i.

Descriptio pag. 327 addenda.

O. X. Y. CC. DD. FF. KK. LL.

mese | paramese | trite diez. diatonos | paran. diez. diatonos | nete diez. | trite hyperb. diatonos | paran. hyperb. diatonos | nete hyperb.

$\overline{IIII}$. DCVIII. | $\overline{IIII}$. XCVI. | $\overline{III}$. DCCCLXXXVIII. | $\overline{III}$. CCCCLVI. | $\overline{III}$. LXXII. | $\overline{II}$. DCCCCXVI. | $\overline{II}$. DXCII. | $\overline{II}$. CCCIIII.

$\overset{o}{T}$ $\overset{s}{T}$ $\overset{o}{T}$ $\overset{o}{T}$ $\overset{o}{T}$ $\overset{s}{T}$ $\overset{o}{T}$ $\overset{o}{T}$

BB. HH.

mese | paramese | trite diez. chrom. | paran. diez. chrom. | nete diez. | trite hyperb. chrom. | paran. hyperb. chrom. | nete hyperb.

$\overline{IIII}$. DCVIII. | $\overline{IIII}$. XCVI. | $\overline{III}$. DCCC. L XXVIII. | $\overline{III}$. DCXLVIII. | $\overline{III}$. LXXII. | $\overline{II}$ DCCCC. XVI. | $\overline{II}$. DCC. XXXVI. | $\overline{II}$. CCCIIII.

$\overset{o}{T}$ $\overset{s}{T}$ $\overset{s}{T}$ $\overset{s}{T}$ $\overset{s}{T}$ $\overset{s}{T}$ $\overset{s}{T}$ $\overset{s}{T}$ $\overset{s}{T}$ $\overset{s}{T}$ $\overset{s}{T}$

Z. AA. EE.

mese | paramese | trite diez. en. | paran. diez. enarm. | nete diez. | trite h. en. | paran. hyperb. enarm. | nete hyperb.

$\overline{IIII}$. DCVIII. | $\overline{IIII}$. XCVI. | $\overline{III}$.DCCCC. XCII. | $\overline{III}$.DCCC. LXXXVIII. | $\overline{III}$. LXXII. | $\overline{II}$.DCCCC. XCIIII. | $\overline{II}$.DCCCC. XVI. | $\overline{II}$. CCCIIII.

$\overset{o}{T}$ ◊ ◊ $\overset{o}{T}$ $\overset{o}{T}$ $\overset{o}{T}$ ◊ ◊ $\overset{o}{T}$ $\overset{o}{T}$

ut fiant duae diesis. Sumo differentiam paranetes enarmonii diezeugmenon et parameses, id est ·$\overline{\text{III}}$·DCCCLXXXVIII· et ·$\overline{\text{IIII}}$·XCVI. Ea est ·CCVIII. Hanc divido; fient ·CIIII· Hos appono ·$\overline{\text{III}}$·DCCCLXXXVIII·, fient ·$\overline{\text{III}}$·DCCCCXCII. Ea erit trite diezeugmenon enarmonios ·Z· littera pernotata. Huius igitur tetrachordi per tria genera descriptionem subter adieci superiusque dispositum hyperboleon tetrachordon adgregavi, uti esset utrorumque una descriptio et paulatim iuncta dispositionis totius forma consurgeret.

(Vide descriptionem in tabula seorsum addita.)

Monochordi netarum synemmenon per tria genera partitio.

VIIII. Duo quidem tetrachorda, quae sibimet quidem coniuncta sunt, a mese vero disiuncta, trium generum superior descriptio quemadmodum locarentur ostendit. Nunc ad illud tetrachordum veniendum est, quod synemmenon vocatur, quod iunctum est ei, quae est mese. Quoniam enim inter neten diezeugmenon et mesen diapente consonantiam esse praediximus, est autem diapente consonantia trium tonorum ac semitonii, tres vero toni sunt in hoc pentachordo, quorum unus quidem netes diezeugmenon ad paraneten diezeugmenon diatonon, alter vero paranetes diezeugmenon diatoni ad triten diezeugmenon diatonon, tertius autem parameses ad mesen, reliquumque semitonium trites diezeugmenon diatoni ad paramesen, quoniamque netes diezeugmenon et parameses tetrachordum ab ea, quae est mese eo tono disiunctum est, quod est inter paramesen ac mesen: si ex eo penta-

1 fient f. || dieses h. 3 Ea est] eadem f *prima manu.* 4 ·$\overline{\text{III}}$· et DCCCLXXXVIII. f. 6 igitur] autem h, k. 8 tetrachordum h, k. 11 *Descriptionem om.* g. || ·NN· *loco* ·KK· f, h, i. || ·HH· *om.* f, i. || ·EE· *om.* i. || ·BB· *om.* f. 12 partitio *om.* k. 14 disiuncta *om.* o; disiunctarum g. || trium *om.* g. 16 illud] aliud g, h, k. 18 inter *om.* g, o. 20 semitonium i. 22 diatonos g, o. 24 diatonon *om.* h; *supra versum* k. 28 mesen] semen f.

chordo, quod est a nete diezeugmenon ad mesen, unum abstulerimus tonum, eum scilicet, qui continetur inter neten diezeugmenon et paraneten diezeugmenon diatonon, poterimus aliud tetrachordon ad mesen iungere, ut fiat synemmenon, quod est coniunctum, hoc modo. Quoniam paranetes diezeugmenon diatoni, quae est ·CC·, numerus est ·III·CCCCLVI·, horum tertia eisdem addita faciet mesen. Hic ergo numerus in diezeugmenon tetrachordo ·CC· litteris adnotatus tono distabat a nete diezeugmenon in genere diatonico et paranete diezeugmenon diatonos vocabatur. In synemmenon autem tetrachordo, id est coniunctarum, sit nete synemmenon in tribus generibus constituta, ·V· littera pernotata et ab ea octava pars auferatur, quae est ·CCCCXXXII· eisque adnotatur, fient ·III·DCCCLXXXVIII·, quae est paranete synemmenon diatonos, quae ·T· littera insignitur. Huius pars sumatur octava, quae est ·CCCCLXXXVI· Haec summa si eisdem, quorum octava est, adgregetur, fient ·IIII·CCCLXXIIII·, quae est trite synemmenon diatonos, id est ·Q· Sed quoniam nete synemmenon ad mesen, id est ·III·CCCCLVI· ad ·IIII·DCVIII· sesquitertiam obtinet proportionem, quae est diatessaron, trite autem synemmenon ad neten synemmenon, id est ·IIII·CCCLXXIIII· ad ·III·CCCCLVI·, duorum tonorum obtinet proportionem, relinquitur trites synemmenon diatoni ad mesen proportio semitonii et coniunctum est hoc tetrachordum cum mese atque ideo

1 mesen] triten. Synemmenon f, i. 3 et paraneten diezeugmenon *om.* i. || diatonum h, k. 4 tetrachordum h, k. || fiat] faciat g, h, k. 5 synemmenon tetrachordum o. 7 eisdem *correctione additum* f. || facit g; facient f, i, o. 9 adnotatis h, *et* k *prima manu.* 15—16 quae est ... insignitur *om.* g, i. || quae est] Ea est f. || diatonon h, k; diatono f. 16 quae ·T· littera insignitur *om.* h, k. 16—17 Huius pars ... CCCCLXXXVI] Rursus paranete sinemmenon diaton. id est ·III·DCCCLXXXVIII· *et in margine superiore* Huius pars ... ·CCCCLXXXVI· f. 16 Huius *om.* i. 17 ea, quae g, i, o. 22 ad] et i. 24 trite g, h, i, k, o.

synemmenon quasi continuum et coniunctum vocatur. Et diatonici quidem generis hoc modo est facta proportio. Chromatici vero talis divisio est. Sumo netes synemmenon et paranetes synemmenon diatoni, id est ·$\overline{\mathrm{III}}$·CCCCLVI· et ·$\overline{\mathrm{III}}$·DCCCLXXXVIII· differentiam. Ea est ·CCCCXXXII· Hanc divido, ut semitonium fiat; fiunt ·CCXVI· Hanc adicio ad ·$\overline{\mathrm{III}}$·DCCCLXXXVIII·, ut tria semitonia fiant, erunt ·$\overline{\mathrm{IIII}}$·CIIII·, quae est paranete synemmenon chromatica, cui littera ·S· superapposita est. Ab hac igitur, id est paranete synemmenon chromatica ad triten synemmenon prius quidem diatonicam nunc vero chromaticam semitonium est, a qua synemmenon chromatica usque ad mesen aliud semitonium repperitur. Sed quoniam a nete synemmenon usque ad triten synemmenon diatonon vel chromaticam duo toni sunt, quae est in diatonico vel chromatico generibus trite synemmenon diatonos vel chromatica, eadem in genere enarmonio paranete synemmenon enarmonios est, habens summam ·$\overline{\mathrm{IIII}}$·CCCLXXIIII· et sit ·R· A qua usque ad mesen semitonium est. Hoc partior in duas diesis hoc modo. Sumo differentiam paranetes synemmenon enarmonii et meses, id est ·$\overline{\mathrm{IIII}}$·CCCLXXIIII· et ·$\overline{\mathrm{IIII}}$·DCVIII. Ea est ·CCXXXIIII· Hanc divido, fient ·CXVII· Hanc adicio paranete synemmenon enarmonio, id est .$\overline{\mathrm{IIII}}$·CCCLXXIIII·, fient ·$\overline{\mathrm{IIII}}$·CCCCXCI·, quae ·P· littera pernotetur et sit ea trite synemmenon enarmonios. Eritque semitonium, quod continetur inter paraneten synemmenon enarmonion et mesen, id est inter ·$\overline{\mathrm{IIII}}$·CCCLXXIIII· et ·$\overline{\mathrm{IIII}}$·DCVIII·, divisum per triten synemmenon enarmonion, eam scilicet, quae est ·$\overline{\mathrm{IIII}}$·CCCCXCI. Quocirca huius

1 coniunctum et continuum h. 2 facta est h, k, o. 3 est divisio h, k. || nete sumo f. 4 diatonici i. 5 est *om.* i. 6 Hanc si g, h, k, o; si *corr. add.* f. 12 quam i. 22 Hanc si g, h, k; si *corr. add.* f. 24 littera ·P· o. || pernotatur i 26 inter paraneten *bis* o. 27 enarmonium h, k; enarmonii i. || ·IIII· et *om.* i. 28 enarmonium h, k. 29 ea o.

quoque tetrachordi expedita est ratio. Nunc autem facienda est descriptio iuncta tamen cum ceteris, id est hyperboleon ac diezeugmenon, ut paulatim fiat dispositionis rata progressio.

(Vide descriptionem in tabula seorsum addita.)

Monochordi meson per tria genera partitio.

X. Ex his igitur, quae praedicta sunt, in ceteris non arbitror diutius esse laborandum; ad horum enim exemplar etiam reliqua tetrachorda meson atque hypaton texenda sunt. Ac primum quidem diatonici generis meson tetrachordon hoc ordine describemus. Meses enim, quae est ·O· ·$\overline{\mathrm{IIII}}$·DCVIII· sumo tertiam partem. Ea est ·$\overline{\mathrm{I}}$·DXXXVI. Hanc eidem copulo, fient ·$\overline{\mathrm{VI}}$·CXLIIII. Ea sit ·H· hypate meson, diatessaron ad mesen continens consonantiam. Haec duobus tonis ac semitonio ita dividitur. Sumo enim meses, id est ·$\overline{\mathrm{IIII}}$·DCVIII· octavam partem, quae est ·DLXXVI· Hanc eidem iungo, fient ·$\overline{\mathrm{V}}$·CLXXXIIII· Ea est lichanos meson diatonos, id est ·M· Cuius iterum pars sumatur octava. Ea est ·DCXLVIII· Hanc eisdem adiungo, fient ·$\overline{\mathrm{V}}$·DCCCXXXII· Ea sit ·I· parhypate meson diatonos, tonum obtinens ad lichanon meson diatonon, duobus autem tonis distans a mese. Relinquitur igitur semitonium inter hypaten meson diatonon et parhypaten meson diatonon constitutum, id est inter ·$\overline{\mathrm{VI}}$·CXLIIII· et ·$\overline{\mathrm{V}}$· ·DCCCXXXII. Idem vero tetrachordum meses atque hypates meson in chromatico genere tali ratione partimur. Sumo meses differentiam ad lichanon meson diatonon, id

1 est *om.* g, i; *corr. add.* f; ratio est o. 2 descriptio est f. 3 ac] hac g. || dispositionum g, h, k. 5 *Dispositionem om.* g; i *om.* BB. DD. EE. HH. KK. LL; f. *om.* BB. HH. AA. EE. FF. *ponitque* D. *loco* O., HH. *loco* KK., KK. *loco* LL. 6 partitio *om.* k. 9 extenda f. 11 hobydine i; hoc modo vel ordine o. 14 meseon h. 15 dividetur f. 17 fient *om.* i. 23 parhypaten mesen f, i. 24 diatonum h, i, k; diatono f; diatonium o.

Descriptio pag. 330 addenda.

O. Q. T. V.

mese — trite synemm. diatonos — paran. synemm. diatonos — nete synemm.

IIII. DCVIII. — IIII. CCCLXXIIII. — III. DCCCLXXXVIII. — III. CCCCLVI.

S. T. S. T. T.

mese — trite synemm. chrom. — paran. synemm. chrom. — nete synemm.

IIII. DCVIII. — IIII. CCC. LXXIIII. — IIII. CIIII. — III. CCCCLVI.

S. T. S. T. S. T. S. T. S. T.

P. R.

mese — trite s. en. — paran. synemm. enarm. — nete synemm.

IIII. DCVIII. — IIII. CCCCXCI. — IIII. CCCLXXIIII. — III. CCCCLVI.

T. T.

X. Y. CC. DD. FF. KK. LL.

mese — paramese — trite diez. diatonos — paran. diez. diatonos — nete diez. — trite hyperb. diatonos — paran. hyperb. diatonos — nete hyperb.

IIII. DCVIII. — IIII. XCVI. — III. DCCCLXXXVIII. — III. CCCCLVI. — III. LXXII. — II. DCCCCXVI. — II. DXCII. — II. CCCIIII.

T. S. T. T. T. S. T. T. T.

BB. HH.

mese — paramese — trite diez. chrom. — paran. diez. chrom. — nete diez. — trite hyperb. chrom. — paran. hyperb. chrom. — nete hyperb.

IIII. DCVIII. — IIII. XCVI. — III. DCCC. LXXXVIII. — III. DCXLVIII. — III. LXXII. — II. DCCCC. XVI. — II. DCC. XXXVI. — II. CCCIIII.

T. S. T. S. T. S. T. S. T. S. T. S. T. S. T. S. T. S. T. S. T.

Z. AA. EE.

mese — paramese — trite diez. en. — paran. diez. enarm. — nete diez. — trite h. en. — paran. hyperb. enarm. — nete hyperb.

IIII. DCVIII. — IIII. XCVI. — III. DCCCC. XCII. — III. DCCC. LXXXVIII. — III. LXXII. — II. DCCCC. XCIIII. — II. DCCCC. XVI. — II. CCCIIII.

T. T. T. T. T.

est ·$\overline{\text{IIII}}$·DCVIII· ad ·$\overline{\text{V}}$·CLXXXIIII· Ea est ·DLXXVI· Hanc dimidiam partior, fiunt ·CCLXXXVIII· Eandem adicio numero maiori, id est ·$\overline{\text{V}}$·CLXXXIIII· fiunt ·$\overline{\text{V}}$·CCCCLXXII· quae sit ·N· lichanos meson chromatice. Relinquuntur igitur duo semitonia, unum inter lichanon meson chromaticen et parhypaten meson chromaticen, id est inter ·$\overline{\text{V}}$·CCCCLXXII· et ·$\overline{\text{V}}$·DCCCXXXII· et aliud inter parhypaten meson chromaticen et hypaten meson, id est inter ·$\overline{\text{V}}$·DCCCXXXII· et ·$\overline{\text{VI}}$·CXLIIII· Enarmonium vero genus hoc modo dividimus. Quoniam ea, quae erat parhypate meson diatonos, vel ea, quae erat parhypate meson chromatice, duos tonos distabat a mese obtinens numerum ·$\overline{\text{V}}$·DCCCXXXII·, ea in enarmonio genere erit lichanos meson enarmonios, ·L· littera pernotata, duos nihilominus ad mesen obtinens tonos. Reliquum igitur semitonium, quod est inter lichanon meson enarmonion et hypaten meson, id est inter ·$\overline{\text{V}}$·DCCCXXXII· et ·$\overline{\text{VI}}$·CXLIIII·, in duas diesis hoc modo dividimus. Aufero differentiam ·$\overline{\text{V}}$·DCCCXXXII· ad ·$\overline{\text{VI}}$·CXLIIII. Ea est ·CCCXII· Hanc dimidiam partior, fient ·CLVI· Hoc ad ·$\overline{\text{V}}$·DCCCXXXII· iungo, fient ·$\overline{\text{V}}$·DCCCCLXXXVIII. Et haec sit ·K· parhypate meson enarmonios. Duae vero sunt diesis inter lichanon meson enarmonion et parhypaten meson enarmonion, id est inter ·$\overline{\text{V}}$·DCCCXXXII· et ·$\overline{\text{V}}$·DCCCCLXXXVIII· et inter parhypaten meson enarmonion et hypaten meson, id est inter ·$\overline{\text{V}}$·DCCCCLXXXVIII· et ·$\overline{\text{VI}}$·CXLIIII. Divisum

2 fiant g; fient h, k. || eadem i. 3 fient g, h, k, i, o. 5 unum . . . meson *in margine* k. || chromatice ·N· g; chromaticem i. 6 parhypaten meson . . . meson chromaticen et *om.* h. 7 et aliud] alterum k. || parhypaten] hypaten g, i. 8 meson maticen *et in margine* chrom̄. k. 10 dividitur h, k. 11 vel ea, quae erat *corr. add.* f. 13 amornio g. 14 duo i. 16 est *om.* i. || inter *om.* o. 17 inter *om.* g, o. 20 ·$\overline{\text{V}}$·DCCCXXXII] ·$\overline{\text{V}}$·DCCCCLXXXVII· h. 22 diesis *et* e *supra alterum* i h. 23 enarmonium h, k; enarmonior o. 24 *Post* enarmonion *addit* f: et hypate meson enarmonion *quae secunda manu sunt inducta.*

est igitur meson tetrachordum, quod ita in descriptione ponatur, ut superius descriptis tetrachordis adgregetur.

(Vide descriptionem in tabula seorsum addita.)

Monochordi hypaton per tria genera partitio et totius dispositio descriptionis.

XI. Nunc ergo hypaton tetrachordon per tria genera dividendum est. Sumo hypates meson, id est ·$\overline{\text{VI}}$·CXLIIII· dimidiam partem, quae fit ·$\overline{\text{III}}$·LXXII. Hanc eidem si adiecero, fient ·$\overline{\text{VIIII}}$·CCXVI·, quae est proslambanomenos ad hypaten meson diapente consonantiam servans. Eiusdem autem hypates meson, id est ·$\overline{\text{VI}}$·CXLIIII·, si auferam tertiam partem, quae est ·$\overline{\text{II}}$·XLVIII· eidemque adiecero, fient ·$\overline{\text{VIII}}$·CXCII· et haec est ·B· hypate hypaton. Igitur hypates meson ad proslambanomenon diapente est consonantia, ad hypaten hypaton vero diatessaron. Ab hac igitur hypate meson, id est ·$\overline{\text{VI}}$·CXLIIII· pars auferatur octava, erit ·DCCLXVIII. Hanc eisdem si quis adiungat, fient ·$\overline{\text{VI}}$·DCCCCXII·, quae est ·E· lichanos hypaton diatonos ad hypaten meson toni obtinens proportionem. Rursus de ·$\overline{\text{VI}}$·DCCCCXII· pars auferatur octava. Ea est ·DCCCLXIIII· Haec si eidem copuletur, fient ·$\overline{\text{VII}}$· ·DCCLXXVI·, quae est ·C· parhypate hypaton diatonos ad lichanon hypaton diatonon toni, ad hypaten meson duorum tonorum distantiam sêrvans. Relinquitur igitur semitonium inter parhypaten hypaton diatonon et hypaten hypaton,

3 *Dispositionem eodem modo descriptam praebet* g, *quo* h *et* k. *Vide supra in fine capitis sexti;* i *om.* H. I. N. P. R. S. AA. BB. HH. *ponitque* HH. *loco* KK., KK. *loco* LL; f *om.* S. R. BB. HH. AA. *ponitque* HH. *loco* KK., KK. *loco* LL. 4 *Inscript. om.* g. || divisio vel partitio f. || et] ac k. 6 Hunc o. || ergo] vero i; igitur g. || hypaton et i. || tetrachordum h, k, o. 8 fit] sit i, o. || adicero h. 9 fiunt g. 11—12 hypates meson ... quae est *om.* i. 15 vero *bis* g, o. 16 auferamus i. 17 octavam i. || erunt f. || eidem i. 18 ·E· *om.* g, h, i, k. 23 toni *om.* i.

Descriptio pag. 332 addenda.

H. I. M. O. Q. T. V.

hypate meson — parhypate meson diatonos — lichanos meson diatonos — mese — trite synemm. diatonos — paran. synemm. diatonos — nete synemm.

IIII. DCVIII. — IIII. CCCLXXIIII. — III. DCCCLXXXVIII. — III. CCCCLVI.

VI. C. XLIIII. — V. DCCC. XXXII. — V. C. LXXXIIII.

S.

mese — trite synemm. chrom. — paran. synemm. chrom. — nete synemm.

IIII. DCVIII. — IIII. CCC. LXXIIII. — IIII. CCCIIII. — III. CCCCLVI.

N. P. R.

hypate meson — parhypate meson chrom. — lichanos meson chrom. — mese — trite s. en. — paran. synemm. enarm. — nete synemm.

IIII. DCVIII. — IIII. CCCCXCI. — IIII. CCCLXXIIII. — III. CCCCLVI.

VI. C. XLIIII. — V. DCCC. XXXII. — V. CCCC. LXXII.

X. Y. CC. DD. FF. KK. LL.

mese — paramese — trite diez. diatonos — paran. diez. diatonos — nete diez. — trite hyperb. diatonos — paran. hyperb. diatonos — nete hyperb.

IIII. DCVIII. — IIII. XCVI. — III. DCCCLXXXVIII. — III. CCCCLVI. — III. LXXII. — II. DCCCXVI. — II. DXCII. — II. CCCIIII.

K. L. BB. HH.

hypate meson — parh. mes. en. — lichanos meson enarm. — mese — paramese — trite diez. chrom. — paran. diez. chrom. — nete diez. — trite hyperb. chrom. — paran. hyperb. chrom. — nete hyperb.

IIII. DCVIII. — IIII. XCVI. — III. DCCC. LXXXVIII. — III. DCXLVIII. — III. LXXII. — II. DCCCC. XVI. — II. DCC. XXXVI. — II. CCCIIII.

VI. C. XLIIII. — V. DCCCC. LXXX. VIII. — V. DCCC. XXXII.

Z. AA. EE.

mese — paramese — trite diez. en. — paran. diez. enarm. — nete diez. — trite h. en. — paran. hyperb. enarm. — nete hyperb.

IIII. DCVIII. — IIII. XCVI. — III. DCCCC. XCII. — III. DCCC. LXXXVIII. — III. LXXII. — II. DCCCC. XCIIII. — II. DCCCC. XVI. — II. CCCIIII.

id est inter ·$\overline{\text{VII}}$·DCCLXXVI· et ·$\overline{\text{VIII}}$·CXCII. Et diatonici quidem generis hypaton tale tetrachordum est, chromaticum vero tali ratione dividimus. Sumo enim differentiam hypates meson et eius, quae est lichanos hypaton diatonos, id est ·$\overline{\text{VI}}$·CXLIIII· et ·$\overline{\text{VI}}$·DCCCCXII. Ea est ·DCCLXVIII· Hanc dimidiam partior, ut duo efficiam semitonia, fient ·CCCLXXXIIII· Hanc adicio ·$\overline{\text{VI}}$·DCCCCXII, ut tria semitonia fiant; erunt ·$\overline{\text{VII}}$·CCXCVI. Haec erit ·F· lichanos hypaton chromatice ab ea, quae est hypate meson, tribus semitoniis distans. Relinquuntur ergo duo semitonia, unum quidem inter lichanon hypaton chromaticen et parhypaten hypaton chromaticen, id est inter ·$\overline{\text{VII}}$·CCXCVI· et ·$\overline{\text{VII}}$·DCCLXXVI·, aliud vero inter parhypaten hypaton chromaticen et hypaten hypaton, id est inter ·$\overline{\text{VII}}$·
·DCCLXXVI· et ·$\overline{\text{VIII}}$·CXCII. Restat enarmonium genus, cuius ad superius exemplar talis divisio est. Quoniam enim parhypate hypaton diatonos vel parhypate hypaton chromatice, quae ·$\overline{\text{VII}}$·DCCLXXVI· unitatibus insignita est, duobus tonis distat ab ea, quae est hypate meson, eadem erit in genere enarmonio lichanos hypaton enarmonios, quae ab hypate meson duobus integris differat tonis. Restat igitur ex diatessaron consonantia semitonium, quod est inter lichanon hypaton enarmonion et hypaten hypaton, id est inter ·$\overline{\text{VII}}$·DCCLXXVI· et ·$\overline{\text{VIII}}$·CXCII. Hoc in duas diesis ita dividimus. Sumo differentiam eius, quae est lichanos hypaton enarmonios, et hypates hypaton, id est ·$\overline{\text{VII}}$·DCCLXXVI· et ·$\overline{\text{VIII}}$·CXCII. Ea est ·CCCCXVI· Huius dimidiam sumo, sunt ·CCVIII· Hanc adicio ·$\overline{\text{VII}}$·
·DCCLXXVI· fient ·$\overline{\text{VII}}$·DCCCCLXXXIIII· quae sit ·D· parhypate hypaton enarmonios. Sunt igitur duae diesis, una

2 chromatici g. 3 divimus g. 4 hypaton] hypaten g. 5—7 Ea est . . . ·$\overline{\text{VI}}$·DCCCCXII· *om.* h. 9 est] sunt f. 14 ·$\overline{\text{VII}}$·DCCLXXVI·] ·$\overline{\text{VII}}$·LXXVI· i. 15 enarmonion f. 20 genere enarmonion f. 21 integris] in tribus i. 24 in] inter h. 25 diesis *mutatum in* dieses h.

quidem, quae inter lichanon hypaton enarmonion et parhypaten hypaton enarmonion, id est inter ·VII·DCCLXXVI· et ·VII·DCCCCLXXXIIII·, altera vero, quae est inter parhypaten hypaton enarmonion et hypaten hypaton, id est inter ·VII·DCCCCLXXXIIII· et ·VIII·CXCII· Tonus vero ultimus inter proslambanomenon et hypaten hypaton, id est inter ·VIIII·CCXVI· et ·VIII·CXCII. continetur. Divisum est igitur hypaton tetrachordum secundum tria genera, diatonicum, chromaticum, enarmonion. Quod si superioribus tetrachordis hyperboleon, diezeugmenon, synemmenon, meson adiungatur, fit integra perfectaque descriptio divisi per omnia [tria genera] monochordi regularis.

(Vide descriptionem in tabula seorsum addita.)

Ratio superius dispositae descriptionis.

XII. In superiore igitur forma obtinet quidem consonantiam diapason proslambanomenos ad mesen, mese vero ad neten hyperboleon, bis autem diapason proslambanomenos ad neten hyperboleon; diatessaron autem consonantiam servant hypate hypaton ad hypaten meson, hypate meson ad mesen, mese ad neten synemmenon, paramese ad neten diezeugmenon, nete diezeugmenon ad neten hyperboleon, atque hoc ita, ut in his consonantiis integra tetrachorda numeremus. Atque ut clarius omnis in hac forma respiciatur ordo nervorum secundum tria genera, ·V· tantum notantur esse tetrachorda: primum atque gravissimum hypaton, cuius est princeps hypate hypaton, ultima hypate meson, secundum vero meson, cuius

1 quidem *om.* h. || hypaten g, h. 3 parhypaten] hypaten i. 9 enarmonium h, k, o. || *Post* enarmonium *in* h *et* k *spatium tredecim versuum vacuum relictum est.* || si *om.* o. 12 [tria genera] *om. codd.* 13 *Dispositionem disponunt* g, h, k *ut supra est adnotatum*; i *om.* S. D. K. L. AA. *et ponit* I I. HH. KK. *loco* HH. KK. LL.; f *om.* S. Y. K. L. HH. AA. *et ponit* HH. KK. CC. *loco* KK. LL. EE. 14 *Inscript. om.* g. || positae k; digestae f. 15 optinent i. 20 mese] meses g, h, k. 26 est *om.* o.

A.	B.	C.	E.	H	I.	M.
proslambanomenos	hypate hypaton.	parhyp. hypat. diatonos	lichanos hypaton diatonos	hypate meson	parhypate meson diatonos	lichanos meson diatonos
VIIII. CC. XVI.	VIII. C. XCII.	VII. DCC. LXXVI.	VI. DCCCC. XII.	VI. C. XLIIII.	V. DCCC. XXXII.	V. C. LXXXIIII.

			F.			N.
proslambanomenos	hypate hypaton	parhyp. hypat. chrom.	lichanos hypaton chrom.	hypate meson	parhypate meson chrom.	lichanos meson chrom.
VIIII. CC. XVI.	VIII. C. XCII.	VII. DCC. LXXVI.	VII. CC. XCVI.	VI. C. XLIIII.	V. DCCC. XXXII.	V. CCCC. LXXII.

		D.			K.	L.
proslambanomenos	hypate hypaton	parh. hyp. en.	lichanos hypaton enarm.	hypate meson	parh. mes. en.	lichanos meson enarm.
VIIII. CC. XVI.	VIII. C. XCII.	VII. D. CCCC. LXXX. IIII.	VII. DCC. LXXVI.	VI. C. XLIIII.	V. D. CCC. LXXX. VIII.	V. DCCC. XXXII.

Descriptio pag. 334 addenda.

I. M. O. Q. T. V.

parhypate meson diatonos V. DCCC. XXXII.

lichanos meson diatonos V. C. LXXXIIII.

mese IIII. DCVIII.

trite synemm. diatonos IIII. CCCLXXIIII.

paran. synemm. diatonos III. DCCCLXXXVIII.

nete synemm. III. CCCCLVI.

S.

mese IIII. DCVIII.

trite synemm. chrom. IIII. CCC. LXXIIII.

paran. synemm. chrom. IIII. CIIII.

nete synemm. III. CCCCLVI.

N. P. R.

parhypate meson chrom. V. DCCC. XXXII.

lichanos meson chrom. V. CCCC. LXXII.

mese IIII. DCVIII.

trite s. en. IIII. CCCCXCI.

paran. synemm. enarm. IIII. CCCLXXIIII.

nete synemm. III. CCCCLVI.

X. Y. CC. DD. FF. KK. LL.

mese IIII. DCVIII.

paramese IIII. XCVI.

trite diez. diatonos III. DCCCLXXXVIII.

paran. diez. diatonos III. CCCCLVI.

nete diez. III. LXXII.

trite hyperb. diatonos II. DCCCCXVI.

paran. hyperb. diatonos II. DXCII.

nete hyperb. II. CCCIIII.

K. L. BB. HH.

parh. mes. en. V. D. CCCC. LXXX. VIII.

lichanos meson enarm. V. DCCC. XXXII.

mese IIII. DCVIII.

paramese IIII. XCVI.

trite diez. chrom. III. DCCC. LXXXVIII.

paran. diez. chrom. III. DCXLVIII.

nete diez. III. LXXII.

trite hyperb. chrom. II. DCCCC. XVI.

paran. hyperb. chrom. II. DCC. XXXVI.

nete hyperb. II. CCCIIII.

Z. AA. EE.

mese IIII. DCVIII.

paramese IIII. XCVI.

trite diez. en. III. DCCCC. XCII.

paran. diez. enarm. III. DCCC. LXXXVIII.

nete diez. III. LXXII.

trite h. en. II. DCCCC. XCIIII.

paran. hyperb. enarm. II. DCCCC. XVI.

nete hyperb. II. CCCIIII.

est princeps hypate meson, extrema vero mese, tertium synemmenon, cuius est princeps mese, finalis nete synemmenon, quartum diezeugmenon, cuius est prima paramesos, nete vero diezeugmenon extrema, quintum vero est hyperboleon, cuius est quidem princeps nete diezeugmenon, ad neten vero hyperboleon terminatur extremam.

De stantibus vocibus et mobilibus.

XIII. Harum vero omnium vocum partim sunt in totum inmobiles, partim in totum mobiles, partim vero nec in totum inmobiles nec in totum mobiles sonant. In totum inmobiles sunt proslambanomenos, hypate hypaton, hypate meson, mese, nete synemmenon, paramesos, nete diezeugmenon, nete hyperboleon idcirco, quoniam in omnibus tribus generibus eaedem sunt, nec loca nec nomina permutantes sive pentachorda sive tetrachorda contineant; pentachorda quidem, ut proslambanomenos ad hypaten meson et mese ad neten diezeugmenon, tetrachorda vero, ut hypate hypaton ad hypaten meson et hypate meson ad mesen. Mobiles vero sunt, quae secundum singula genera permutantur hoc modo, ut paranete et lichanos diatonici et chromatici, trite et parhypate enarmonii. Alia est enim paranete hyperboleon diatonos, alia paranete hyperboleon chromatica, alia trite enarmonios. Diversae sunt etiam paranete diezeugmenon diatonos atque chromatica, nec est eadem quae in generibus ceteris trite diezeugmenon enarmonios. Neque eaedem sunt paranete synemmenon diatonos et chromatica et trite synemmenon enarmonios his, quae sunt in reliquis gene-

2 principium h, k. 3 parameses g, h, i, k, o. 4 vero *post* nete *om.* g, h, k. 5 quidem *om.* g, h, k, o. 6 extrema g, h, k, o. 7 *Inscript. om.* g. || et] ac k. 8 Parum o: Earum k. 9 partim vero h, k. 10 sonant] *Haud scio an* sunt *scribendum sit.* 12 parameses h, k, o. 14 eadem f, i. 21 lichanae f, i. 22—23 diatonos . . . hyperboleon *om.* i. 23 chromaticae f. || tritae i. 24 etiam] autem i. 25 est *om.* o. || eaedem o. 26 eadem i; eedem f.

ribus trite. Distant etiam lichanos meson diatonos et lichanos meson chromatice, et parhypate meson enarmonios nulli aliorum generum parhypate similis invenitur. Nec eosdem locos ac numeros servant lichanos hypaton diatonos et lichanos hypaton chromatice. Nam parhypate hypaton enarmonios aliorum generum parhypatis repperitur esse dissimilis. Non in totum vero inmobiles aut mobiles sunt, quae in duobus quidem generibus manent, id est chromatico et diatonico, sed in enarmonio permutantur. Id autem sic consideratur. Trite hyperboleon diatonos et trite hyperboleon chromatice eadem in superiore forma descripta est isdem numeris ·$\overline{\text{II}}$·DCCCCXVI· At vero cum enarmonium genus aspicimus, triten aliam repperimus, id est ·$\overline{\text{II}}$·DCCCCXCIIII. Quae igitur vox duobus fuit generibus communis, eadem in tertio permutata est. Idem est in diezeugmenon tetrachordo. Nam trite diezeugmenon diatonos et trite diezeugmenon chromatica eaedem sunt sibique consentiunt, trite autem diezeugmenon enarmonios a superioribus distat. In synemmenis etiam idem est. Trite enim synemmenon diatonos et trite synemmenon chromatice eaedem sunt, sed trite synemmenon enarmonios est diversa. Item parhypate meson diatonos et parhypate meson chromatica eaedem notantur, sed in enarmonio genere, sicut superius trite, ita hic parhypatae iuxta hypatas meson quidem inveniuntur, vi autem ac soni acumine diversae sunt ceteris. Rursus parhypate hypaton diatonos et parhypate hypaton chromatica eadem est, sed non eadem est, cum in enarmonio genere quaeritur. Sed ut harum non plena mutabilitas clarius conliquescat, ad hyperboleon tetrachordon

1 lichanos meson diatonos et *corr. add.* f. 2 chromaticae f. 3 parhypatis h, k, o. 5 chromaticae f, g. || Nam] *Fortasse scribendum* Iam. 8 duabus i. 9 sic *om.* h. 10 Trito i. 11 hisdem f, g, h, k, o. 13 tritem g, h. i, k. 15 Idem est et f, o. 17 chromaticae o. || eadem i; eedem f. 18—19 trite autem ... idem est *om.* o. 19 idem] id i. 20 chromatica g, h, k. || eadem i; eedem f. 23 pernotantur f. 24 trite *om.* h. || parhypate f, g, h, i, k, o. || hypate h; hypate *et supra versum* i hipatas k. 25 vi] ·VI· f. || ac] aut o. 27 est eadem f.

redeamus. In hoc igitur, quae in diatonico atque chromatico genere trite hyperboleon est, eadem mutatur in enarmonio et fit paranete. Item quae trite diezeugmenon vel in diatonico vel chromatico genere vocabatur, paranete in enarmonio dicitur. Quae trite synemmenon in chromatico vel diatonico fuit, in enarmonio in paraneten transit. Quae vero parhypate meson in chromatico vel diatonico visebatur, eadem lichanos meson in enarmonio repperitur; quae autem parhypate hypaton vel in diatonico vel in chromatico dicebatur, lichanos hypaton in enarmonio nuncupatur. Sunt igitur inmobiles quidem proslambanomenos, hypate hypaton, hypate meson, mese, nete synemmenon, paramesos, nete diezeugmenon, nete hyperboleon; mobiles vero, quas lichanus vel paranetas vel diatonicas vel chromaticas vel enarmonius vocamus; non in totum mobiles aut inmobiles, quas parhypatas, tritas in diatono vel chromate, lichanus autem vel paranetas in enarmonio genere dicimus.

De consonantiarum speciebus.

XIIII. Nunc de speciebus primarum consonantiarum tractandum est. Primae autem consonantiae sunt diapason, diapente, diatessaron. Species autem est quaedam positio propriam habens formam secundum unumquodque genus in uniuscuiusque proportionis consonantiam facientis terminis constituta; ut in diatonico genere. Nam si diezeugmenon tetrachordum inter hyperboleon tetrachor-

3 Item quae] Itemque o. || vel *om.* f, o. 4 vocabitur h. 5 chromaticos i. 9 hypaton *om.* h; *supra versum* k. 9—10 vel in diatonico . . . hypaton lichanos dicebatur *post* nuncupatur i. 10 chromate f, i. || dicebantur h, k. 13 parameses g, h, i, k, o. 14 vero *om.* h. || quos o. || lichanas g, h, k; lichanos o. || paranetes h. 15 enarmonias g, h; enarmonicos k. 16 aut] nec in totum h, k. || diatonico h, k, o. 17 vel in o. || lichanas g, h, k, o; lichanos f. 19 *Inscript. om.* g. 23 unamquodque i. || unum *om.* h; *supra versum* k.

dum mesenque ponamus, subtracto scilicet synemmenon tetrachordo, erunt ·XV· nervi. At si ab his proslambanomenos detrahatur, erunt ·XIIII· Hi ergo disponantur hoc modo. Sit ·A· hypate hypaton, ·B· parhypate hypaton, ·C· hypaton lichanos, ·D· hypate meson, ·E· parhypate meson, ·F· lichanos meson, ·G· mese, ·H· paramese, ·I· trite diezeugmenon, ·K· paranete diezeugmenon, ·L· nete diezeugmenon, ·M· trite hyperboleon, ·N· paranete hyperboleon, ·O· nete hyperboleon. Ab hypate igitur ad paramesen diapason consonantia est, ab eadem vero paramese ad hypaten meson diapente, a mese vero ad hypaten meson diatessaron. Erit igitur diapason quidem octo chordarum, diatessaron vero quattuor, diapente autem quinque. Ac per hoc habebit diatessaron quidem species tres, diapente autem species quattuor, diapason vero species septem; semperque una minus species erit, quam fuerint voces. Ut enim a mese ceteras ordiamur, diatessaron consonantiae species sunt tres hoc modo. Una quidem species erit ab ·G· ad ·D·, secunda vero ab ·F· ad ·C·, tertia ab ·E· ad ·B· et huc usque diatessaron species progrediuntur idcirco, quia huc usque species binos continent nervos eiusdem diatessaron, ut ·GD· quidem eos, qui sunt ·E·F·, et ·FC· eos, qui sunt ·E·D·, et ·EB·, eos, qui sunt ·C·D· Si vero his adiecero diatessaron ·DA· diversa erit ab ea, quae est ·GD·; unum enim solum ·GD· consonantiae nervum continebit, id est ·D· solum. Excessit igitur ·GD· consonantiam. Atque ideo diatessaron tres species habere perhibetur. Et in ceteris quidem consonantiis idem est.

1 mesenque] et mesen o. 1—2 subtracto scilicet synemmenon tetrachordo *om.* i, o; *in margine superiore* f. 6 ·I·] ·K· *hic et infra* f, i, o. 7 ·K·] ·L· *hic et infra* f, i, o. || ·L·] ·M· *hic et infra* f. i, o. 8 ·M·] ·N· *hic et infra* f, i, o. || ·N·] ·X· *hic et infra* f, i, o. 9 paramesen] mesen f, i. 10 paramese] mese f, i, o. 11 ad] a f. || hypaten meson] lichanon hypaton f, i, o. 12 quidem diapason o. 13 autem] vero f, o. 16 septies f. 19 tertia vero abest ab ·B· i. 22 primae eiusdem g, k; primos eiusdem h. || ut *om.* g, h, k. 23 ·FC·] fit o. || *Ante* ·EB· *addit* g: eos qui, qui sunt. || ·C·D·] ·ED· g, h, i; ·EO· o. 25 ·DG· g. || *alt.* ·GD·] quae est ·DG· o. 26 ·D· *om.* i.

Diapente autem quattuor species erunt hoc modo. Una quidem ab eo, quod est ·H·, ad ·D·, alia vero ab eo, quod est ·G·, ad ·C·, alia ab eo, quod est ·F·, ad ·B·, alia autem ab eo, quod est ·E·, ad ·A· Diapason vero consonantiae septem erunt species hoc modo. Prima ab eo, quod est ·O·, ad ·G·, secunda ab eo, quod est ·N·, ad ·F·, tertia ab eo, quod est ·M·, ad ·E·, quarta ab eo, quod est ·L·, ad ·D·, quinta ab eo, quod est ·K·, ad ·C·, sexta ab eo, quod est ·I·, ad ·B·, septima ab eo, quod est ·H·, ad ·A· Liquet igitur ex his, quae dicta sunt, diatessaron consonantiam semel tantum inmobilibus ac statutis vocibus contineri. Nam si ab hypate hypaton incipiam, erit ·AD·, id est ab hypate hypaton in meson hypaten, ea, quae est in hoc ordine prima. Nam ceterae non statutis vocibus terminantur, ut ·BE· ·CF· Nam et parhypate hypaton et parhypate meson et lichanos hypaton et lichanos meson mobiles esse monstratae sunt. Quod si rursus ab hypate meson diatessaron consonantiam inchoemus, erit species diatessaron statutis vocibus terminata ·DG· ea, quae est prima, id est ab hypate meson in mesen, reliquae minime, ut ·EH· et ·FI· Nam parhypate meson et lichanos meson et trite diezeugmenon non probantur inmobiles. Rursus si eandem diatessaron paramese suscipiat ordiendam, erit quae statutis coerceatur sonis diatessaron species ·HL·, id est a paramese in neten diezeugmenon, quae est prima. Nam ceterae, quae sunt ·IM· et ·KN· mobilibus terminantur sonis. Nam trite diezeugmenon et paranete diezeugmenon et trite hyperboleon mobiles voces esse praediximus. Item dia-

2 vero ab ea g. 6 ab eo *om.* i, o. || secunda vero i. || quod est ·N·] quod est *om.* g. 9 sexta vero h, k. 10 ·H· ad ·A· *om.* g. 12 in immobilibus o; in *corr. add.* h. || si ab] sub i. 14 hoc *om.* h, o. 18 ab] a g, ad h. 20 ·GD· g, h, i, k, o. 21 minimae g, h, o. || ·FI·] ·FK· f, i; ·FG· o; ·FL· g, h, k. 22 *Post alt.* meson *addit* f: et paramese, *quae vocabula in* k *supra versum adscripta sunt.* 24 erit quae] eritque i. 25 cohërceatur f, g, h, k. || a *om.* f. 27 ·KN·] ·LX· i, o; ·LO· f. 29 *Post* hyperboleon *addunt* f, o: et paranete hyperboleon; *in* k *supra versum* et paranete.

pente consonantia duas tantummodo species tenet, quae statutis vocibus includuntur. Ut si ab hypate meson ordiamur, una quidem est ·DH· id est ab hypate meson in paramesen ea, quae est prima, altera vero ·GL·, id est a mese in neten diezeugmenon. Haec vero est quarta. Reliquae vero, id est ·EI· ·FK· minime statutis vocibus clausae sunt. Nam parhypate et lichane et trite et paranete instabiles approbantur. Similis autem ratio erit, si a nete diezeugmenon in graviorem partem, id est ad mesen consonantiae huius species considerentur. Eisdem enim inmobilibus vocibus, quae superius dictae sunt, continebuntur. Sive autem ab hypate meson seu a mese seu a paramese sive etiam a nete hyperboleon consonantias ad graviorem partem ducamus, duarum, quae statutis vocibus coerceantur, non poterit esse districtio. Diapason vero consonantiae, sive ab hypate hypaton in paramesen, sive a nete hyperboleon in mesen ordo sumatur, tres tantummodo species obtinebit, quae inmobilibus vocibus coerceantur. Nam ab hypate hypaton ordientibus una est ·AH· ea, quae est prima, ab hypate hypaton in paramesen, altera ·DL· ea, quae est quarta, ab hypate meson in neten diezeugmenon, dehinc ·GO· — haec est septima — id est a mese in neten hyperboleon. Reliquarum vero specierum voces extimae nullo modo constitutae sunt. Nam parhypate et lichane et trite et paranete, ut supra quoque dictum est, non sunt inmobiles. Similiter autem et per easdem voces, si ab hyperboleon nete ordiamur, specierum

2 ordiantur g. 5 Haec] In haec i; In hac f. 7 lichanoe f, *quod haud scio an rectius sit. Etiam* parhypatae tritae, paranetae *videntur rectius posse scribi.* 8 Similes f. 12 se a mese i. 13 hyperboleon *et supra versum* diezeugmenon k. || ad *om.* i; in f. 15 coherceantur g, h, i, k. || distinctio f, i; distrinctio *mutatum in* distinctio k. 17 a nete] autem g. || meson g, h, i, k. 18 in immobilibus, in *corr. addito*, h. || coherceantur f, g, h, i, k. 19 ab *om.* i. || ·HA· h. 22 ·GD· i. || est *om.* i, o. || septima est f, h, k. 24 vocis f. || existime i; extremae o. 25 lichamae i; lichano f; *fortasse scribendum* parhypatae et lichanoe et tritae et paranetae. 26 immobiles non sunt f, i, o. 27 neten f, i. || speciemur i.

ordo contexitur. Quorum omnium intellegentiam subiecta descriptio faciet esse notiorem.

A	Hypate hypaton
B	Parhypate hypaton
C	Hypaton lichanos
D	Hypate meson
E	Parhypate meson
F	Lichanos meson
G	Mese
H	Paramese
I	Trite diezeugmenon
K	Paranete diezeugmenon
L	Nete diezeugmenon
M	Trite hyperboleon
N	Paranete hyperboleon
O	Nete hyperboleon.

De modorum exordiis, in quo dispositio notarum per singulos modos ac voces.

XV. Ex diapason igitur consonantiae speciebus existunt, qui appellantur modi, quos eosdem tropos vel tonos nominant. Sunt autem tropi constitutiones in totis vocum ordinibus vel gravitate vel acumine differentes. Constitutio vero est plenum veluti modulationis corpus ex consonantiarum coniunctione consistens quale est vel diapason vel diapason et diatessaron vel bis diapason. Est enim dia-

3 *Litteras et lineas om.* g; *litteras om.* o; X *loco* O *ponit litteraeque* O *lineam sine nomine attribuit* i; h *et* k *inter lineas intervallorum signa ponunt* $\overset{s}{T}\ \overset{o}{T}\ \overset{o}{T}\ \overset{s}{T}\ \overset{o}{T}\ \overset{o}{T}\ \overset{o}{T}\ \overset{s}{T}\ \overset{o}{T}\ \overset{o}{T}\ \overset{s}{T}\ \overset{o}{T}\ \overset{o}{T}$. *In* k *etiam altera dispositio invenitur angulorum formis et arcubus ornata.* 17 *Inscript. om.* g. || per singulos ... voces *om.* h. 21 constitutionis f. 24 *Prius* vel diapason *om.* f, g, h, i, k. 25 et] vel h, k. || enim] autem h, k, o.

pason constitutio a proslambanomeno in mesen ceteris quae sunt mediae vocibus adnumeratis, vel a mese rursus in neten hyperboleon cum vocibus interiectis, vel ab hypate meson in neten diezeugmenon cum his, quas extremae voces medias claudunt. Synemmenon vero constitutio ea est, quae a proslambanomeno in neten synemmenon cum his, quae mediae interiectae sunt, constat. Bis diapason autem a proslambanomeno in neten hyperboleon cum his, quae in medio sunt interpositae, consideratur. Has igitur constitutiones si quis totas faciat acutiores, vel in gravius totas remittat secundum supradictas diapason consonantiae species, efficiet modos ·VII·, quorum nomina sunt haec: hypodorius, hypophrygius, hypolydius, dorius, phrygius, lydius, mixolydius. Horum vero sic ordo procedit. Sit in diatonico genere vocum ordo dispositus a proslambanomeno in neten hyperboleon atque hic sit hypodorius modus. Si quis igitur proslambanomenon in acumen intendat tono hypatenque hypaton eodem tono adtenuet ceterasque omnes tono faciat acutiores, acutior totus ordo proveniet, quam fuit priusquam toni susciperet intentionem. Erit igitur tota constitutio acutior effecta hypophrygius modus. Quod si in hypophrygio toni rursus intentionem voces acceperint, hypolydii modulatio nascetur. At si hypolydium quis semitonio intendat, dorium faciet. Et in aliis quidem similis est in acumen intentionemque processus, quorum non ut intellegentia solum ratio conprehendatur, verum oculis quoque forma possit agnosci, ab antiquis tradita

1 constitutio] consonantia o. 2 medie g, i. 4 extreme f, i. 5 mediae g. || Synemmenon vero] Diapason vero et diatessaron o. 6 a *om.* i, o. 10 vel graves g, k; vel in graves o. || vel totas graves h. 11 consonantiae diapason h, k. 12 modus i. || haec sunt o. 13 hypolydius *om.* g. 14 Sic i. 15 ordo *om.* i. 16 in *om.* o. 19 faciet g. || perveniet g, h, i, k. 20 susciperet intentionem toni h; susciperet toni intentionem k. 22 ipso phrygio f, g, i; ipso hypophrygio o. || vocis f, i. 23 nascitur h, k, 24 quis] quoque o. || semitonium i. || intendas o. || facies o. || in *om.* h, i. 26 intellegentiae g, k; intellegentiae *et supra versum* l a h.

Hypermixolydius.	Mixolydius vel Hyperdorius.	Lydius.	Phrygius.	Dorius.	Hypolydius.	Hypophrygius.	Hypodorius.	
ω Ʌ	∇ ⊣	Z ⊢	\ E	N Π	Ϙ H	Ɜ ω	⬦ ⬦	Proslambanomenos.
Φ F	ω Ʌ	⅂ Γ	Z ⊢	\ E	ɪɪ Ʉ	Ϙ H	Ɜ ω	Hypate hypaton.
Y Ц	Ψ Y	R L	F ⊥	Λ Ш	V ɾ	N Π	b ω	Parhypate hypaton.
Π Ↄ	T ꟻ	Φ F	ω Ʌ	∇ ⊣	Z ⊢	\ E	N Π	Lichanos hypaton.
M ℸ	Π Ↄ	C C	Φ F	ω Ʌ	⅂ Γ	Z ⊢	\ E	Hypate meson.
Λ ᐊ	O K	P ∪	Y Ц	⊁ ʓ	R L	F ⊥	Λ Ш	Parhypate meson.
H 7	K Λ	M ℸ	Π Ↄ	T ꟻ	Φ F	ω Ʌ	∇ ⊣	Lichanos meson.
Γ Ч	H 7	I <	M ℸ	Π Ↄ	C C	Φ F	ω Ʌ	Mese.
B /	Z ⊏	Θ V	Λ ㄥ	O K	P ∪	Y Ц	⊁ ʓ	Trite synemmenon.
✱ ʎ	A \	Γ N	H 7	K Λ	M ℸ	Π Ↄ	T ꟻ	Paranete synemmenon.
⊥ Y	✱ ʎ	Ʊ Z	Γ N	H 7	I <	M ℸ	Π Ↄ	Nete synemmenon.
Ʊ Z	Γ N	Z ⊏	I <	M ℸ	O K	C C	Φ F	Paramese.
⅄ Y	B /	E Ш	Θ V	Λ ㄥ	Z Y	P ∪	Y Ц	Trite diezeugmenon.
⊥ Y	✱ ʎ	Ʊ Z	Γ N	H 7	I <	M ℸ	Π Ↄ	Paranete diezeugmenon.
M' Π'	⊥ Y	⊖ ᴍ	Ʊ Z	Γ N	Z ⊏	I ∠	M ℸ	Nete diezeugmenon.
Λ' ㄥ'	O' K'	⅄ ɣ	⅄ Y	B /	E Ш	Θ V	Λ ㄥ	Trite hyperboleon.
H' 7́	Λ' ㄥ'	M' ℸ'	⊥ Y	✱ ʎ	Ʊ Z	Γ N	H 7	Paranete hyperboleon.
Γ' N'	H' 7́	I' <́	M' ℸ'	⊥ Y	⊖ ᴍ	Ʊ Z	Γ N	Nete hyperboleon.
1	2	3	4	5	6	7	8	

Descriptio II. pag. 348 addenda.

Hypermixolydius.													ω		Φ	Y		Π		M	Λ		H		Γ	B		Ж		⊥		M'	Λ'		H'		Γ'
																									Mͤ	/		ʎ		Y							
																											Ʊ	⅄		⊥							
													ϡ		F	ш		ɔ		ℸ	∠		7		N		Z	Y		Y		ℸ'	∠'		7'		N'
Mixolydius vel Hyperdorius.											∇		ω	Ψ		T		Π	O		K		H	Z		A		Ж		⊥	O'		Λ'		H'		
																							Mͤ	Ε		\		ʎ									
																									Γ	B		Ж									
											⊣		ϡ	Y		Ⅎ		ɔ	K		Λ		7		N	/		ʎ		Y	K'		∠'		7̇		
Lydius.										Z		¬	R		Φ		C	P		M		I	Θ		Γ		Ʊ		⊕	λ		M'		Γ'			
																						Mͤ	V		N		Z										
																								Z	E		Ʊ										
										⊢		Γ	L		F		C	◡		ℸ		<		⊏	Ш		Z		Ч	⅄		ℸ'		Ż			
Phrygius.								\		Z	F		ω		Φ	Y		Π		M	Λ		H		Γ		Ʊ	⅄		⊥		M'					
																				Mͤ	∠		7		N												
																						I	Θ		Γ												
								E		⊢	⊥		ϡ		F	ш		ɔ		ℸ		<	V		N		Z	Y		Y		ℸ'					
Dorius.						N		\	⋀		∇		ω	⊬		T		Π	O		K		H		Γ	B		Ж		⊥							
																		Mͤ	K		Λ		7														
																				M	Λ		H														
						Π		E	ш		⊣		ϡ	ʒ		Ⅎ		ɔ		ℸ	∠		7		N	/		ʎ		Y							
Hypolydius.					ϙ		ϻ	V		Z		¬	R		Φ		C	P		M		I		Z	E		Ʊ		⊕								
																	Mͤ	◡		ℸ		<															
																			O	Z		I															
					H		Ⴘ	Ɪ		⊢		Γ	L		F		C		K	Y		<		⊏	Ш		Z		Ч								
Hypophrygius.			Ɜ		ϙ	N		\		Z	F		ω		Φ	Y		Π		M		I	Θ		Γ		Ʊ										
															Mͤ	ш		ɔ		ℸ																	
																	C	P		M																	
			ω		H	Π		E		⊢	⊥		ϡ		F		C	◡		ℸ		<	V		N		Z										
Hypodorius.	ο		Ɜ	ɓ		N		\	⋀		∇		ω	⊬		T		Π		M	Λ		H		Γ												
													Mͤ	ʒ		Ⅎ		ɔ																			
															Φ	Y		Π																			
	ο		ω	ω		Π		E	ш		⊣		ϡ		F	ш		ɔ		ℸ	∠		7		N												
					5					10					15					20					25					30					35		

musicis descriptio subponenda est. Sed quoniam per singulos modos a veteribus musicis unaquaeque vox diversis notulis insignita est, descriptio prius notularum videtur esse ponenda, ut his primum per se cognitis in modorum descriptione facilis possit esse dispectio.

(Vide descriptionem I. in tabula seorsum addita.)

Descriptio continens modorum ordinem ac differentias.

XVI. Superior igitur descriptio chordarum nomina tenet adscripta, notulas vero iuxta positas et quae cuiuscunque sit modi sive lydii sive phrygii sive dorii, vocabulorum signat adiectio. Sed quoniam hos modos diximus in speciebus diapason consonantiae repperiri, age eosdem in diatonico tantum genere describamus, ut, qui eorum ordo sit, sub aspectum cadens intellegentiam non moretur.

(Vide descriptionem II. in tabula seorsum addita.)

Ratio superius dispositae modorum descriptionis.

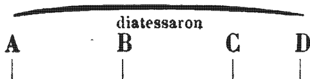
XVII. Septem quidem esse praediximus modos, sed nihil videatur incongruum, quod octavus super adnexus est. Huius enim adiectionis rationem paulo posterius eloquemur. Nunc illud est considerandum, quod hae pagi-

5 dispectio] descriptio o. 6 *Descriptionem om.* g, i. *Signorum formas quantum potui ex codicum consensu descripsi: ubi nimia erat formarum varietas, satius duxi eam formam sequi, quam Westphal attulit in libro, quem de Harmonica et Melopoeia Graecorum scripsit.*
6, *col.* 7 *et* 8, *col.* 8 H *loco* Π f. 10, 8 H *loco* E f.
11, 5 *et* 12, 5 ⊔ *et* ∍ *loco* ≁ *et* ʅ h, k.
7 *Inscript. om.* g. *In* i *deest hoc caput una cum descriptione.* 9 cuiusque f, o. 10 modis g; modo f. || *prim.* sive] vel h, k. 11 signet g, k *et* h *prima manu*; signata f. || obiectio g, k *et* h *prima manu.* 14 aspectu o. || intellegentiam *om.* g. 15 *Descriptionem om. g.*
16, 20 Ͻ *loco* ˥ h, k. 17, 14 ⊔ *loco* ≁ h, k. 20, 14 Ͻ′ *loco* ʅ h, k.
24, 20 X *loco* Υ f. 28, 3 *et* 32, 3 E *loco* ω f.
16 *Inscript. om.* g, i. || modorum dispositae k. 17 XVII. *om.* i. 19 eloquamur i. 20 quod] quam i.

nulae, quas inter se rectus linearum ordo distinguit, aliae quidem habent notulas musicas, aliae vero minime veluti in eo modo, qui inscribitur hypermixolydius, prima quidem paginula ·ω·, tertia ·Φ· litteris adnotatur, secunda notulis vacat. In hac igitur intercapedine notularum tonus interesse monstratur. Quod vero ·Φ· tertiae atque ·Y· quartae paginae notam non paginula dividit, sed versus recto ordine deductus, semitonium eas differre pronuntiat. Quod probatur hoc modo. Nam si ·ω· proslambanomenos est, ·Φ· hypate hypaton, ·Y· parhypate hypaton, necesse est inter proslambanomenon, quod est ·ω· et inter hypaten hypaton, quod est ·Φ·, toni esse distantiam, inter hypaten autem hypaton, quod est ·Φ· et parhypaten hypaton, quod est ·Y·, semitonii differentiam contineri. Itaque hoc regulariter in cunctis est considerandum, ut, si vocum notulas integra pagina disgregaverit, toni inter eas sciamus esse distantiam, sin versus notulas ac non pagina distinguet, semitonii non ignoremus esse distantiam. His igitur ita praemissis si duo ordines in bis diapason consonantia constituti sibi invicem comparentur, ut, qui ordo sit gravior, possit agnosci, si proslambanomenos proslambanomeno fuerit gravior, vel quaelibet alia vox eiusdem loci voce gravior pernotetur, in eodem scilicet genere constituta, totum quoque necesse est ordinem esse graviorem. Tamen id melius sumetur a media, quae est mese. Duorum enim ordinum bis diapason consonantium, cuius mese fuerit gravior, eiusdem totus quoque ordo gravior erit. Nam ceterae singulae singulis comparatae, graviores nihilo minus inveniuntur. Itaque si media ab alia media tono aut

2 velud f; velut o. 3 scribitur f, g, i, o. 4 ·ω· ·Φ· *om.* g. *hic et infra.* 5 tonos f, i. 6 monstrabitur h, k. || ·Φ· Y· *om.* g. *hic et infra.* || tertiae *om.* o. || tertiae ·Φ· atque quartae ·Y· h, k. 7 paginulam f. 8 diductus f, g, h, k. 10 ·Y·] hy o. 11 inter] in o. || est *om.* f, i. 12 inter *om.* f. 13 *alt.* hypaton *om.* f. 16 desegregaverit i. 17 ac non pagina notulas h, k. || distinguat h, k; distinguit o. 21 proslambanomeno *om.* g, h, i, o; *supra versum* k. 24 totum quoque] totumque i. 25 ad mediam g, h, k. 28 nichilominus g, o. 29 Itaque] Ita i.

acutior videatur aut gravior, omnes quoque nervi si in eodem genere sint, singuli singulis sibimet comparati tono acutiores aut graviores esse videbuntur. Quattuor autem mediis si prima ad quartam diatessaron distantiam servet, prima vero a secunda tono differat, secunda vero a tertia eodem differat tono, tertia ad quartam semitonii faciet differentiam hoc modo. Sint quattuor mediae ·A·B·C·D· et ·A· ei, quae est ·D·, comparata servet ad eam sesquitertiam proportionem, quae est diatessaron, item ·A· a ·B· distet tono, ·B· a ·C· distet tono, relinquitur, ut ·C· ad ·D· semitonii distantiam servet.



Et si quinque sint mediae, eodem modo. Si enim prima a quinta sesqualtera destiterit proportione, primaque a secunda, ac secunda a tertia tertiaque a quarta singulis destiterint tonis, quarta ad quintam semitonii faciet differentiam. Item quaecunque mediae aliorum modorum proslambanomenis accedunt, hae graviores modos operantur, quaecunque netis, illae acutiores efficiunt. Quoniam igitur in superiore pagina descriptis modis partem sinistram legentis primi proslambanomeni tenent, dextera vero legentis extremis clauditur netis, erit omnibus quidem acutior modus, qui inscribitur hypermixolydius, omnibus vero gravior is, qui hypodorius. Nos vero a gravissimo, id

2 sint *om.* o. || sint genere f. || sibimet *om.* h, k. 3 acutiores aut *om.* f, i, o. 4 quartum i. 5 *alt.* vero] quoque f, i, o. 6 semitonium g. h, k. 7 Sint] Sin g. 8 servat h, k. 9 A. A. B. i; ·A· ab ·B· h, k, A. B. f. 10 B. A. C. i; ·B· ab ·C· h, k. 12 *Descriptionem om.* g. 13 sint] sine g. || sint mediae *om.* h. 14 *alt.* a *om.* i. 15 a *utroque loco om.* i. || tertiaque a quarta] quartaque a quinta o. 16 destiterit h *et* k *prima manu.* || tonis *om.* g. || quarta] tertia o. || ad] id i. || quintam] quartam o. 18 haee f; haec g. || operiantur i. 19 ille f, g, i. || Quoniam igitur] Et quoniam o. 20 sinistra o; sinixtram g. 21 dextra h. 24 *alt.* vero] quidem h, k. || a *om.* i. || gravissimo quidem o.

est hypodorio inchoantes ceteros quam inter se habeant differentiam designabimus. Namque in hypodorio modo mese, quae est ·ω·, ab ea mese, quae est in modo hypophrygio, tono distat. Quod in hoc facile perspicietur, si quis ad mesen hypophrygii, quae est ·Φ·, eiusdem hypophrygii ·ω· comparet, quae est hypodorii quidem mese, in hypophrygio autem lichanos meson. Nam ·Φ· atque ·ω· tono differunt, quod pagina interiecta demonstrat. Item mese hypolydii ab ea, quae est mese hypophrygii, toni differentiam facit. Namque ·C· quae est mese hypolydii tono distat a ·Φ·, quae est in hypolydio quidem lichanos meson, in hypophrygio autem mese. Item mese hypolydii[1], quae est ·C·, ab ea, quae est mese dorii, semitonio distat. Quod hinc poterit agnosci, quoniam ordinem sursum prodeuntem eius meses, quae est hypolydii atque eum ordinem in sursum prodeuntem eius meses, quae est dorii, unus versiculus non pagina distinguit. Quo fit ut mese hypodorii ab ea mese, quae est dorii, integra diatessaron consonantia distet. Idque probatur hoc modo. Nam quae est mese ·ω· in hypodorio, eadem est ·ω· in dorio hypate meson, ab ea, quae est mese, in quovis modo vel genere diatessaron consonantia differens. Item mese dorii, quae est ·Π·, ab ea mese, quae est phrygii, id est ·M·, distat tono. Nam quae est mese in dorio ·Π·, eadem in phrygio lichanos meson. Rursus mese phrygii, quae est ·M·, ab ea mese, quae est lydii, id est ·I·, distat tono. Nam quae in phrygio est ·M· mese, in lydio est lichanos meson. Rursus mese lydii modi, id est ·I·, ab ea mese, quae est mixolydii,

2 Nam h, k. 4 hoc] eo f, i, o. || perspiceretur h. 8 a pagina g, 9—10 ab ea, quae est . . . mese hypolydii *om.* g, h; *in margine* k. 13 mese quae est f. 14 rursum i. 15—16 hypolydii atque . . . meses, quae est *om.* g, h, k, o. 19 Idque] Id g. || Nam quae] Namque i. 22 consonantiam f, i. 23 hypophrygii i. 23—25 distat tono . . . Rursus mese *om.* g. 24 Nam quae] Namque i. || hypophrygio i. 25 phrygii, quae est ·M· *om.* g. || quae est *om.* i. 26 est *ante* lydii *om.* h. || Nam quae] Namque i. || quae est f. 27 phrygii g; phrygio *in litura* h. || lydii g, h *et* k *prima manu.* 28 id est ·I· *om.* f, g, i, o. || *alterum* mese *om.* o.

id est ·H·, semitonio distat. Etenim is ordo, qui rectus lydii continet mesen, ei ordini, qui rectus mixolydii mesen habet, comparatus non paginula sed versu disiungitur. Ea quoque mese, quae est mixolydii, id est ·H·, ad eam mesen, quae est hypermixolydii, id est ·Γ·, toni differentiam facit idcirco, quoniam ·H·, quae in mixolydio mese est, eadem in hypermixolydio lichanos meson. Unde fit, ut mese dorii ab ea mese, quae est mixolydii, diatessaron consonantiam distet. Id probatur hoc modo. Nam mese, quae est dorii, id est ·Π·, eadem est mixolydii, id est ·Π·, hypate meson, quae ad cuiuslibet modi mesen diatessaron consonantiam servat. Item mese dorii, id est Π,, ad eam mesen, quae est hypermixolydii, quae est ·Γ·, diapente consonantiam servat. Ea enim mese, quae est dorii, id est ·Π·, in ordine hypermixolydii lichanos hypaton est. Lichanos autem hypaton ad mesen in diatonico genere, in quolibet modo si comparetur, diapente consonantiam distat. Cur autem octavus modus, qui est hypermixolydius, adiectus sit, hinc patet. Sit bis diapason consonantia haec:

A B C D E F G H I K L M N O P

Diapason igitur consonantiam servat ·A· ad id, quod est ·H·. Octo enim vocibus continetur. Primam igitur diximus esse speciem diapason eam, quae est ·AH·, secundam vero ·BI· tertiam ·CK· quartam ·DL· quintam ·EM· sextam

1—2 id est ·H· . . . rectus mixolydii *om.* o. || ·H·] ·N̄· f, i *hic et infra.* || is] his f, i. || quis h. 3 paginola g. || distinguitur h, k. 6 est mese h, k. 7 eadem est f, o. || in *om.* o. || ut in mese h; ut me g. 10 quae est *om.* h, k. 11 meson g, h, k. 13 est *ante* ·Γ· *om.* g. 14 Ea ... dorii] Etenim mese dorii g, h, k. 16 autem *om.* g, h, k. 18 adiectus est f, g, h, i, k, o. 20 *Dispositionem om.* g; *ordinem litterarum invertunt* h, k. 21 h *hinc initium sumit capitis duodevicesimi, quod inscriptum est:* Quomodo diapason septem species habeat. || igitur] autem. || consonantia f, i. 22 ·H·] ·N· i. || Prima f, i. 23 ·AH·] ·AN̄· i. 24 ·BI·] ·DI· i. || ·DL·] ·DB· f.

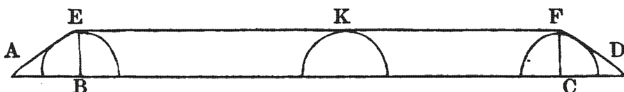
·FN· septimam ·GO· Relinquitur igitur extra ·HP·, quae ut totus ordo inpleretur, adiecta est. Atque hic est octavus modus, quem Ptolomaeus superadnexuit.

Quemadmodum indubitanter musicae consonantiae aure diiudicari possint.

XVIII. Ut vero indubitanter consonantiarum ratio colligatur, tali brevissimo ac simplici effici poterit instrumento. Sit regula diligenter extensa ·AD· Cui duo semispheria, quas magadas Graeci vocant, insuper apponantur ita, ut ab ea, quae est ·E· curvatura, ad id quod est ·B· deducta linea rectos circum se angulos efficiat. Item ab ea, quae est ·F· curvatura, ad id quod est ·C· punctum deducta linea rectos circum se angulos reddat. Sint vero hae aequaliter undique perpolitae et ad eosdem usus sint eisdem aliae aequales paratae. Super has intendatur nervus aequalis undique is, qui est ·AEFD· Si igitur diatessaron consonantiam, qualis sit, repperire voluero, hoc modo faciam. Ab ·E· puncto, quo nervus semispherium tangit, usque ad ·F· punctum, quo rursus ab alia parte nervus semispherio iungitur, divido spatium, quod est ·EF·, partibus septem et ad partem quattuor septimarum appono punctum, quod est ·K· Est igitur ·EK· ad eam, quae est ·KF· sesquitertia. Si igitur ad ·K· aequum superioribus semispheriis apposuero, atque alterutra vicissim ·EK· et ·KF· plectro adhibito pellantur, diatessaron distantia consonabit, sin vero simul utrasque percussero, diatessaron

4 musice f. 5 diiudicare i; iudicari f, h. 6 ·XVI· i; ·XVIIII· h. 7 efficit f. 9 vocant *om.* g. || apponuntur h. 10 ita ut] aut i. || curvatur i. 11 diducta f, g, h, k. || circa g, h, k. 12 curvat ra i. || puncto g, h, k. 13 deductum f, o. || Sin vero i. 14 haec i. || hyperpolyte i; polite o. || sunt i. 15 parate f, g, i, o. 16 is, qui] isque i. 17 sint f. 19 quo] quos h. || parte altero nervus o; parte altero rursus nervus f. 20 spatio g. 20—22 ·EF· . . . quod est *om.* i. || ·EF·] ·F· f. 22 ad eam] ab ea f. 23 ·KF·] ·F· h. || igitur] autem h, k. 24 ·EK·] ·FK· i. 26 utrasque simul i.

consonantiam nosco. Quod si diapente efficere volumus, quinque partibus totam divido ac tres uni portioni, duas vero reliquae dabo atque ita posito semispherio secundum superius dictum modum consonantias dissonantiasque perpendo. Item si diapason consonantiam temptare voluero, totam tribus partibus seco atque in unam duasque distribuens easdem simul vel alterutram pulsans, quid consonet vel quid dissonet utraque, cognosco. Tripla vero, quae ex permixtis consonantiis nascitur, ita redditur, ut, si totam quattuor partium divisionibus partiamur, atque in tres et unam tota nervi prolixitas dividatur, itaque semispherium tribus appositum triplae proportionis dissonantiam et consonantiam reddat.



Explicit de musica id est armonica institutione liber quartus.
Incipit liber quintus.

I. Proemium.
II. De vi armonicae et quae sint eius instrumenta iudicii et quonam usque sensibus oporteat credi.
III. Quid sit armonica regula vel quam intentionem armonicae Pythagorei vel Aristoxenus vel Ptolomaeus esse dixerunt.

3 relique i. || posito ita f. 4 dictum *om.* i. 7 alterutrum g, h, k. 8 vere g. 9 mixtis f. 10 totum i. 12 tribus partibus g, h, k. || propositionis g. 13 reddet f. 14 *Figuram om. g.* 15 *Inscript. om.* g, h, o. 16 liber quintus eiusdem k. 17 *Capitum indicem om.* f, h, k; k *tamen in fine libri addit inscriptiones capitum deperditorum; numeros tantum om.* g, o. || Proemium *om.* o; prohemium i; prophemium g. 18 Des ·VI· g. || et *om.* g, i. || sunt g. || instrumento i. 19 quoniam g, i. || us *omisso* que g, || oportebat i. 20 Quod g; quae o. || sit ut g, i. || qua intentione g, i, o. || armonici g, i, o. 21 Pythagorici o. || tholomeus *vel* pholomeus *vel* ptholomeus *hic et infra* g.

2 posuerunt o. 4 apte i. 5 statuat i; statuunt g. 6 Pythagoricus g, i. || in *om.* o. 8 et *om.* o. 9 consonantiae i, o. 10 *Hunc titulum om.* o. 11 consonantia g. 12 equisonie g; aequisone o. || consone o. || vel quae g, o; vel que i. 14 intervallo g. 15 octochordi o. 17 quomodo . . . continetur g, i, o. || consonantiae g, i, consonancia, o. 18 genere g, i. 19 eiusque . . . dispositio *om.* g, i, o. 20 earumque g. 22 Archita g, o; Archite i. 23 tetrachordarum o. 24 Quomodo g, i, o. 25 fieri *om.* g. 26 ex aequalitate *om.* g. || inaequalitate i. 28 Quomodo g.

Proemium.

I. Post monochordi regularis divisionem adicienda esse arbitror ea, in quibus veteres musicae doctores sententiae diversitate discordant, habendumque de omnibus subtile iudicium. Atque id, quod proposito deest operi, mediocris doctrinae dispensatione supplendum est. Potest enim alia quoque esse divisio, in qua non unus tantummodo nervus adsumitur, qui positis proportionibus dividatur, verum octo, atque huiusmodi fiat cithara, ut in pluribus et quanti necessarii sint nervi tota proportionum ratio quasi oculis subiecta cernatur.

De vi armonicae et quae sint eius instrumenta iudicii et quonam usque sensibus oporteat credi.

II. Sed de his paulo post loquemur. Nunc dicendum

1 sit g; sunt i. 2 obtandei g; aptande i, k, o. || et enarmonii] enarmonio g. 3 Ptolomaei] et tholomei g, i, k, o *hic et infra.* 4—5 mollis . . . Chromatis *om.* k. 5 incitati *bis* g; incitati toni i. 9 nec divisio g. 10 toniaei] toni g, o; incitati i; toniei k. 11 Depositio g. 13 Diatonicae o. || qualis o. 14 *Inscript. om.* g, h, k; Prohemium i; Prooemium f. 15 regularis monochordi h, k. 18 quod *om.* i. 22 ut] aut f. || in *om.* i. 23 et quanti sunt, necessarii sunt nervi g. 24 sub oculis f. 25 *Inscript. om.* g, h. 27 loquimur g.

est, quae sit vis armonicae, de qua tractare instituentes quattuor inplevimus libros. Naturam vero eius vimque exprimendam in huius quinti voluminis seriem distulimus. Armonica est facultas differentias acutorum et gravium sonorum sensu ac ratione perpendens. Sensus enim ac ratio quasi quaedam facultatis armonicae instrumenta sunt. Sensus namque confusum quiddam ac proxime tale, quale est illud, quod sentit, advertit. Ratio vero diiudicat integritatem atque imas persequitur differentias. Itaque sensus invenit quidem confusa ac proxima veritati, accipit vero ratione integritatem. Ratio vero ipsa quidem invenit integritatem, accipit vero confusam ac proximam veri similitudinem. Namque sensus nihil concipit integritatis, sed usque ad proximum venit, ratio vero diiudicat. Velut si quis manu circulum scribat; fortasse eum vere circulum oculus esse arbitretur, ratio vero nullo modo esse id quod simulatur intellegit. Hoc vero idcirco est, quoniam sensus circa materiam vertitur, speciesque in ea conprehendit, quae ita sunt fluvidae atque inperfectae nec determinatae atque ad unguem expolitae, sicut est ipsa materia. Quare sensum quoque confusio sequitur, mentem vero atque rationem quoniam materia non moratur, species, quas pervidet, praeter subiecti communionem intuetur, atque ideo eam integritas comitatur ac veritas, potiusque, quod in sensu aut peccatur aut minus est, aut emendat aut conplet. Fortasse autem id, quod sensus non integre sed confuse atque a veritate minus quasi quidam incallidus aestimator agnoscit, in singulis minus habeat errati, collecta vero multiplicantur in summam atque

1 est *om.* g, h, k. 2 veram vero g. 6 sunt instrumenta h, k. 7 proximae f, i. 8 advertit *om.* h, i; avertit g. 10 invenit sensus o. || ac *om.* i, o. || proximi g. 12 accipit ac perpendit k; accipit *et supra versum* perpendit g. perpendit *in litura* h. 13 concipit] coepit h, k. 15 verum g, h, k. 17 similatur g, h, k. 20 ad *om.* g. || unguen h, k. 21 confusio quoque o. 22 vero] quoque h, k. 24 committatur i. 26 implet i. 28 estimator h, k, o; estimatur g. 29 errati] veritati i. || collecti o. || collecta vero in unum g, h, k.

idcirco maximam faciunt differentiam. Nam si duas voculas tonum sensus distare arbitretur neque distent, rursusque ab una earum tonum distare putet tertiam, neque sit integra ac vera toni distantia, item tertiae quartaeque toni sensus differentiam putet, atque in eadem quoque erret, neque sit differentia toni, ab hac etiam quarta quintam distare semitonium putet, neque vere atque integre aestimet; in singulis fortasse minus videatur erratum, quod vero in primo tono sensus reliquit atque id, quod in secundo et tertio atque in quarto semitonio peccatum est, in unum congregatum atque collectum efficiet, ut prima vox ad quintam vocem diapente non contineat consonantiam, quod oportebat fieri, si tres tonos ac semitonium sensus integre iudicasset. Quod igitur in singulis tonis minus pervidebatur, id collectum in consonantia evidenter apparuit. Atque ut pervideatur, sensum quidem confusa colligere, nullo modo autem ad integritatem rationis ascendere, sic consideremus. Datae enim lineae maiorem minoremve aliam repperire, nihil est difficile sensui. Proposita vero mensura, ut tanto maiorem tantove minorem repperiat, id non faciet sensus prima conceptio, sed sollers rationis inventio. Vel si rursus datam lineam propositum sit vel duplicare vel dimidiam secare, id fortasse, licet paulo difficilius quam confuse maiorem minoremve repperire, poterit tamen sensus inventione constitui. Si vero imperetur, ut propositae lineae tripla ponatur vel ab ea pars tertia recidatur vel quadrupla constituatur vel pars quarta resecetur, nonne inpossibile sit sensui, nisi integritas rationis accedat? Hoc ideo, quia per processus quidem rationi locus adcrescit, deficit sen-

4 itemque o. 5 soni i. || putat h, k. || eodem h, k. 10 est peccatum i. 11 congregatum est f. 12 prima illa vox h, k. 13 si et tres i. 15 consonantiam i, o. 17 colligere] diligere f. 18 adscendere f. 19 nichil g, o. 21 minoremve tanto h, k. 22 solers g. 23 secare dimidiam f. 24 qua i. 25 repperit i. || tamen] tam f. || sensus] se risus i. 26 imperiri f. 27 vel et ab ea f. || recidantur i. 29 nisi *om.* i. || integritas *om.* o. 30 per *om.* *g.*

sui. Si enim octavam partem propositae lineae auferre aliquis imperetur, vel eiusdem octuplam dare cogatur, totius quidem dimidiam sumere conpellitur dimidiaeque dimidietatem, ut sit quarta, quartaeque dimidium, ut sit octava; rursusque totius duplam duplaeque duplam, ut sit quadrupla, quadruplaeque duplam, ut sit octupla. Itaque in tanta rerum numerositate nihil efficit sensus, cuius omne iudicium subitum atque in superficie positum integritatem perfectionemque non explicat. Idcirco non est aurium sensui dandum omne iudicium, sed exhibenda est etiam ratio, quae errantem sensum regat ac temperet, qua labens sensus deficiensque veluti baculo innitatur. Nam ut singulae artes habent instrumenta quaedam, quibus partim confuse aliquid informent, ut acisculum, partim vero, quod est integrum, deprehendant, ut circinum, ita etiam armonica vis habet duas iudicii partes, unam quidem huiusmodi, per quam sensu conprehendit subiectarum differentias vocum, aliam vero, per quam ipsarum differentiarum integrum modum mensuramque considerat.

Quid sit armonica regula vel quam intentionem armonicae Pythagorei vel Aristoxenus vel Ptolomaeus esse dixerunt.

III. Huiusmodi igitur instrumentum, in quo rationis adhibito modo sonorum differentiae perquiruntur, vocatur armonica regula. In qua re multa doctorum sententiae discordia fuit. Quidam enim, qui Pythagoricis disciplinis maxime crediderunt, hanc intentionem armonicae esse dicebant, ut cuncta rationi consentanea sequerentur. Sen-

1 partem *om.* f. 4 que *om.* i, o. || dimidium] mediam f. 5 duplae quoque o. 7 in tanta] intenta o. 9 que] quae i. || explicavit i. 12 labans f. 13 ut] et g. 14 confusae f, i; confusum o. || asciculum o; adcirculum f. || partem f, i. 15 circinnum g. 16 duas] quas i. 17 eiusmodi g. 19 consideret f, g, h, i, k. 21 *Inscript. om.* g, h. || qua intentio i. || armonici f, i, k. 25 multae i; multorum o. 27 armonice g. 28 ratione i.

sum enim dare quaedam quodammodo semina cognitionis, rationem vero perficere. Aristoxenus vero e contrario rationem quidem comitem ac secundariam esse dicebat, cuncta vero sensus iudicio terminari et ad eius modulationem consensumque esse tendendum. A Ptolomaeo autem alio quodam modo armonicae definitur intentio, ea scilicet, ut nihil auribus rationique possit esse contrarium. Id enim secundum Ptolomaeum armonicus videtur intendere, ut id, quod sensus indicat, ratio quoque perpendat, et ita ratio proportiones inveniat, ut ne sensus reclamet, duorumque horum concordia omnis armonici intentio misceatur. Atque in eo maxime Aristoxenum ac Pythagoricos reprehendit, quod Aristoxenus nihil rationi sed tantum sensibus credit, Pythagoricos autem, quia minimum sensibus, plurimum tamen proportionibus rationis invigilent.

In quo Aristoxenus vel Pythagorici vel Ptolomaeus gravitatem atque acumen constare posuerint.

IIII. Quoniam vero sonum esse omnes consentiunt aëris percussionem, gravitatis atque acuminis differentiam diversa ratione ponebant Aristoxenum secuti et Pythagorici. Aristoxenus quippe sonorum differentias secundum gravitatem atque acumen arbitrabatur in qualitate consistere, Pythagorici vero in quantitate ponebant. Ptolomaeus autem Pythagoricis proprior videtur idcirco, quoniam ipse quoque gravitatem atque acumen non in qualitate putat sed in quantitate constitui; etenim spissiora ac subtiliora corpora acumen, rariora et vastiora edere gravitatem, ut nihil nunc de intentionis relaxationisque modo

2 perficere vero i. || e contraria ratione i. 5 autem] vero o. 6 quadamodo f. || armonica g, h, k; armonici f, i. 9 quod *om.* i. || et] ut g. 10 proportionis i. 12 maximae k. || ac] aut o. 13 rationis i, o. || sed *om.* o. || tantum] totum h, k. 14 quia] quod o. 17 *Inscript. om.* g, h. 19 esse *om.* g. 21 Pythagoricos f, g, h, k. 22 differentiam h, k. 24 vero] quidem h, k. 25 proprior] prior f. 27 putet i. 29 intensionis g, h, i, k.

dicatur; quamquam etiam, cum relaxatur aliquid, quasi fit rarius atque crassius, cum vero intenditur, spissius redditur subtiliusque tenuatur.

De sonorum differentiis Ptolomaei sententia.

V. His ita igitur expeditis differentias sonorum Ptolomaeus dividit hoc modo. Vocum aliae sunt unisonae, aliae minime. Unisonae sunt, quarum sonus unus est vel in gravi vel in acuto; non unisonae vero, quando est alia gravior, alia acutior. Harum partim ita sunt, ut earum inter se differentia communi fine iungatur. Non enim discreta est, sed a gravi in acutum ita deducitur, ut continua videatur. Aliae vero sunt non unisonae, quarum differentia silentio interveniente distinguitur. Ut vero voces communi fine iungantur, fit hoc modo. Sicut enim cum in nubibus arcus aspicitur ita colores sibimet sunt proximi, ut non sit certus finis, cum alter ab altero disgregatur, sed ita verbi gratia a rubro discedit ad pallidum, ut per continuam mutationem in sequentem vertatur colorem nullo medio certoque interveniente, qui utrosque distinguat, ita etiam fieri solet in vocibus, ut si quis percutiat nervum eumque, dum percutit, torqueat, evenit ut in principio pulsus gravior sit, dum torquetur vero, vox illa tenuetur continuique fiant gravis vocis sonitus et acutae.

Quae voces armoniae sint aptae.

VI. Cum igitur non unisonarum vocum aliae sint continuae, aliae disgregatae, continuae quidem tales sunt, ut

1 etiam] enim h, k. 2 phitrarius g. || grassius i. 4 *Inscript. om.* g, h. 5 igitur *om.* h, k. 7 minimae f, i, k, o. || quarum] quantum o. || in *ante* gravi *om.* i. 9 Horum i. 10 fide f. 11 diducitur f, g, h, k. 14 iungatur f. 17 a *om.* f. || discendit f. || pallium f. 21 percutiet g, h, k. 22 ut *om.* k. 23 continuisque f, i. 24 acute i, o. 25 *Inscript. om.* g, h. 27 disgregate i.

inter se earum differentia communi fine iungatur, nec habeat locum designatum vox acuta gravisque, quem teneant. Discretae vero habent proprios locos veluti colores inpermixti, quorum differentia visitur suo quodam loco constituta. Continuae quidem non aequisonae voces ab armonica facultate separantur. Sunt enim sibi ipsis dissimiles nec unum aliquid personantes. Discretae vero voces armonicae subiciuntur arti. Potest enim distantium sibique dissimilium vocum differentia deprehendi, in quibus, qui iuncti efficere melos possunt, εμμελεις dicuntur, εκμελεις autem, quibus iunctis melos effici non potest.

Quem numerum proportionum Pythagorici statuant.

VII. Consonae autem vocantur, quae copulatae mixtos suavesque efficiunt sonos, dissonae vero, quae minime. Et hoc quidem est Ptolomaei de sonorum differentia iudicium. Nunc autem quid a ceteris in consonantiarum positione destiterit dicendum videtur. Pythagorici enim consonantias diapente ac diatessaron simplices arbitrantur atque ex his unam diapason consonantiam iungunt. Esse etiam diapente ac diapason et bis diapason, illam tripli, hanc quadrupli. Diapason vero ac diatessaron consonantiam esse non aestimant idcirco, quoniam non in superparticulari vel multiplici cadit comparatione, sed in multiplici superpartiente. Est enim haec proportio vocum ut octo ad tres. Si quis enim horum in medio quattuor ponat, efficiet terminos hos VIII. IIII. III. Quorum octo ad quattuor diapason efficiunt consonantiam, quattuor ad tres diatessaron. Octo vero ad tres in multiplici superpartiente constituitur. Quae autem sit multiplex superpartiens com-

1 iungantur i. 2 gravisve f. 3 discrete i, o. 5 ab *om.* g; ad i. 7 nec unum *om.* g. || armonice o; armoniae f. 8 parti f. 10 iunctis f. || meles i. || εμμελετος i. 11 in quibus f. 12 *Inscript. om.* g, h. || proportionum *om.* f. 14 minimae h, i, o. 18 arbitrabantur g, h, i, k, o. 22 estimant f, g, h, k, o. 25 quattuor in medio g, h, k. || in *om.* f. || medii i. 26 efficit g, h, k.

paratio, ex arithmeticis libris cognoscendum est, et ex his, quae secundo huius institutionis libro digessimus. Pythagorici autem consonantias in multiplicibus ac superparticularibus ponunt, sicut eodem libro secundo quartoque praedictum est, a superpartientibus vero ac multiplicibus superpartientibus consonantias separant. Quibus autem modis diapason quidem duplici, diatessaron vero sesquitertio ac diapente sesqualtero coniungant Pythagorici, ex secundo huius institutionis musicae libro et quarto petendum est.

Quod reprehendat Ptolomaeus Pythagoricos in numero proportionum.

VIII. Reprehendit autem Pythagoricos Ptolomaeus totamque eam, quam praedictis libris exposuimus, demonstrationem pluribus modis, in quo totum illud etiam, quod diatessaron ac diapente sesqualtero et sesquitertio coniungunt, reliquis vero superparticularibus, cum eiusdem sint generis, nullas omnino applicent consonantias.

Demonstratio secundum Ptolomaeum diapason et diatessaron consonantiam esse.

VIIII. Probat autem ex diapason ac diatessaron quandam fieri symphoniam hoc modo, quoniam diapason consonantia talem vocis efficit coniunctionem, ut unus atque idem nervus esse videatur, idque Pythagorici quoque consentiunt. Quocirca si qua ei consonantia fuerit addita, integra inviolataque servatur. Ita enim diapason consonan-

2 exstitutiones i. 3 autem *om* h, k. || in] igitur o. 4 secundo libro f. 8 coniungunt g, h, i, k, o. || Pythagorici coniungant f. 9 institutionis huius f. 11 *Inscript. om.* g, h. || Quid f, i. || numeros i, k. 13 Ptolomaeus Pythagoricos o. 15 totum] tum g, h *et* k *prima manu.* 16 sesqualteri g. || et *om.* g. 17 iungunt g. || in reliquis g, h, k, o. 19 *Inscript. om.* g, h. 20 consonantiae f, i || esse *om.* f. 24 videatur esse f. 25 ei si qua f.

tiae additur tamquam uni nervo. Sit igitur diapason consonantia, quae contineatur inter hypaten meson et neten diezeugmenon. Utraque haec ita sibi consentit atque coniungitur sono, ut una vox, quasi unius nervi non quasi duorum mixta pellat auditum. Quamcunque igitur huic diapason consonantiae consonantiam iunxerimus, servatur integra, quia ita iungitur, tamquam uni voculae ac nervo. Si igitur hypate meson et nete diezeugmenon duae in acutum diatessaron fuerint iunctae, sicut iungitur nete quidem diezeugmenon ea, quae est nete hyperboleon, hypate autem meson ea, quae est mese: utraque ad utramque consonabit et mese ad neten diezeugmenon et eadem mese ad hypaten meson, item nete hyperboleon ad neten diezeugmenon et ad hypaten meson. Item si ad graviorem partem utriusque diatessaron consonantiae relaxentur, erit ad meson quidem hypaten diatessaron retinens consonantiam hypate hypaton, ad neten autem diezeugmenon paramese, consonabitque et hypate hypaton, ad hypaten meson et ad neten diezeugmenon et paramese ad neten diezeugmenon et ad hypaten meson, sed eo modo, ut gravior quae est ad sibi quidem proximam diatessaron retineat consonantiam, ad ulteriorem vero diatessaron ac diapason, ut hypate hypaton ad hypaten me-

1 additur consonantiae i. || additur diatessaron g, h, k. || tamquam uni *om.* g. || Si igitur k. 3—8 Utraque haec . . . . nete diezeugmenon *om.* o. 5 Quamcunque] quam h. 8 Si igitur . . . . duae *bis* f. 9 fuerant i. || si coniungitur o; sic coniungitur g, h, k. 10 ea] ei i. 11 ea] ei f. || ad] ab i. 12—13 mese ad neten . . . ad hypaten meson *in* h *linea sunt subnotata et supra rec. manu additum est:* hypate meson ad mesen et ad neten hyperboleon. 13 hyperboleum i. 14—360,2 hyperboleon *om.* g. 15 utrisque f, i. || relaxantur *mutatum in* relaxentur h. 16 meses f, i, o; mesen g, h, k. || hypaton f, g, h, i, k, o. 18 parameses i. || et *om.* i. 19—20 et ad neten . . . . ad hypaten meson] *in margine* k: al ad paramesen autem nete diezeugmenon (*supra versum:* s. dyātessaron) et ad hypate meson (*supra versum:* s. dyapason). 19 *alt.* et *om.* o; ad i. || paramese . . . et ad *om.* f. || paramesen i. || parameses autem et ad nete o. 20 mesos i. 22 verum i. 23 ut] et i; vel ut o.

son diatessaron, ad neten diezeugmenon diatessaron ac diapason. Item nete hyperboleon quae est acutior ad sibi proximam neten diezeugmenon diatessaron consonantiam, ad hypaten meson diatessaron ac diapason.

Quae sit proprietas diapason consonantiae.

X. Hoc vero idcirco evenire contendit, quoniam diapason paene una vocula est talisque consonantia est, ut unum quodammodo effingat sonum, et sicut denario numero qui fuerit additus intra eum positus integer inviolatusque servatur, cum in ceteris id ita minime eveniat, ita etiam in hac consonantia. Nam si duo tribus adicias, quinque continuo reddis et numeri species inmutata est, si vero eosdem denario addas, duodecim feceris et binarius iunctus denario conservatus est. Item ternarius ceterique eodem modo. Ita igitur symphonia diapason quamcunque aliam susceperit, consonantiam servat nec inmutat nec ex consona dissonam reddit. Nam sicut diapente symphonia iuncta diapason consonantiae in tripla scilicet proportione diapason ac diapente consonantiam servat, ita etiam diatessaron cum sit consonantia iuncta cum diapason, aliam consonantiam reddit et fit secundum Ptolomaeum alterius consonantiae additio eius, quae est diapason ac diatessaron in multiplici superpartiente constituta, estque ea proportio dupla superbipartiens ut octo ad tres. Habent enim ternarium octo bis duasque eius partes id est duas unitates.

Quibus modis Ptolomaeus consonantias statuat.

XI. Et de Pythagoricorum quidem opinione Ptolo-

2 Idem f. || in nete f. 5 *Inscript. om.* g, h. 7 una *supra versum rec. manu* h. || *alt.* est *om.* g, h, k. 8 ut sicut g, k. 9 posito k. 11 duobus i. 13 duodecim] ad ·XII· i. 14 ceterisque i. 17 ex consono dissonum h, k. || sicut] sic f. 24 est quae f, i. 26 id est] idem g. 27 *Inscript. om.* g, h.

maeus ita diiudicat. Quibus vero modis ipse consonantiarum proportiones numerosque vestiget, hinc ordiendum est. Voces, inquit, inter se vel unisonae sunt vel non unisonae. Non unisonarum autem vocum aliae quidem sunt aequisonae, aliae consonae, aliae emmelis, aliae dissonae, aliae ekmelis. Et unisonae quidem sunt, quae unum atque eundem singillatim pulsae reddunt sonum, aequisonae vero, quae simul pulsae unum ex duobus atque simplicem quodammodo efficiunt sonum, ut est diapason eaque duplicata, quae est bis diapason. Consonae autem sunt, quae compositum permixtumque, suavem tamen, efficiunt sonum, ut diapente ac diatessaron. Emmelis autem sunt, quaecunque consonae quidem non sunt, possunt aptari tamen recte ad melos, ut sunt hae, quae consonantias iungunt. Dissonae vero sunt, quae non permiscent sonos atque insuaviter feriunt sensum; ekmelis vero, quae non recipiuntur in consonantiarum coniunctione, de quibus paulo posterius in divisione tetrachordorum dicemus. Quoniam igitur univocis quidem comparationibus proximae sunt aequivocae, necesse est, ut aequis numeris ea numerorum inaequalitas adiungatur, quae est proxima aequis. Est autem iuxta aequalitatem numerorum ea, quae est dupla. Nam et prima multiplicitatis species est et maior numerus, cum minorem supervenit, aequo eum ipsi minori transcendit, ut duo unum uno transgrediuntur, qui eidem unitati aequalis est. Iure igitur duplex proportio aequisonis aptatur, id est diapason, bis diapason vero bis duplici, id est quadruplo. Quae autem proportiones dividunt duplicem proportionem primae ac maximae his aptandae sunt consonantiis, quae dividunt diapason aequisonantiam. Unde fit, ut diapente quidem

1 diiudicant f. || modis vero f. 2 vestigiet k. 3 Vocis f. || unisoni f. 5 emeles g; emmeles h, k, o. 6 ecmeles g; ekmeles h, k, o. 9 sonum efficiunt h, k. || ut] et f. 10 ea quae i, o. 11 conpitum i. 14 hae, quae] aeque i; heeque f. 21 inaequalitatis adiungantur f. || proximae f, i. 23 *prius* est *om.* g, h, k. 24 maiorum g. || minore o. 25 ipso f. 28 quadrupli f, i. 30 [maxime?] 31 aequisonantiam] aequi consonantiam consonantiis f.

sesqualterae, diatessaron vero sesquitertiae comparationi copulentur. Iunctae vero consonae cum aequisonis alias efficiunt consonantias, ut diapente ac diapason in triplo, diatessaron ac diapason in ea proportione, quae est octo ad tres. Emmelis autem sunt, quae diapente ac diatessaron dividunt, ut tonus ceteraeque proportiones, de quibus paulo posterius in divisione tetrachordorum loquemur, simplices earum scilicet partes.

Quae sint aequisonae, quae consonae, quae emmelis.

XII. Igitur aequisonae quidem sunt diapason ac bis diapason, quoniam earum temperamento mixturaque unus ac simplex quodammodo efficitur sonus. Consonae autem sunt primae quidem in superparticularibus sesqualtera et sesquitertia, id est diapente ac diatessaron; et diapason ac diapente et diapason ac diatessaron. Hae sunt compositae atque coniunctae ex aequisonis et consonantibus. Emmelis autem sunt reliqui, qui inter has poni possunt, ut inter diatessaron ac diapente differentia tonus, iunguntur que quodammodo aequisonae quidem consonantibus, ut diapason ex diatessaron ac diapente, consonae autem ex his, qui emmelis soni vocantur, ut eadem diapente et diatessaron tonis ceterisque posterius dicendis proportionibus. Sed quonam modo quidem horum omnium proportio colligi possit, ex eo loco sumendum est, quem quarto volumine in fine descripsimus, ubi nervus super semispheria tendebatur. Ibi enim deprehenditur aequi-

1 comparationi] comparatio non i; conparatio f. 2 copulantur i; copulatur f. || consonae] consonantiae f. 4 ac] a g. || est *om.* g. 5 Emmilis k. || quae] qui f, i. 7 tetrachordarum k *et* h *prima manu.* 8 partis f. 9 *Inscript. om.* g, h. || sunt f. 12 consonae] consonantiae i. 15 Haec i. || sunt *om.* f, i. 16 coniuncte g, k. 18 differentias i; consonantia o. || tonos f, i. || iunguntur quae f. 20 ac] et o. || consonae] consonantiae f, g, i. 21 qui] quae *et supra versum* ł qui k. || emmeles o. || et] ac h, k, o. 23 quonam] quo f, i. 24 quemque i. 26 hemispheria h, k. || Ubi i. || aequi sonantio f; aequisonatio *mutatum in* ae-

sonatio diapason ac bis diapason et consonantiae simplices diapente ac diatessaron et consonantiae compositae diapason ac diapente et diapason ac diatessaron et qui sunt emmelis soni, ut in toni differentia consistentes.

Quemadmodum Aristoxenus intervalla consideret.

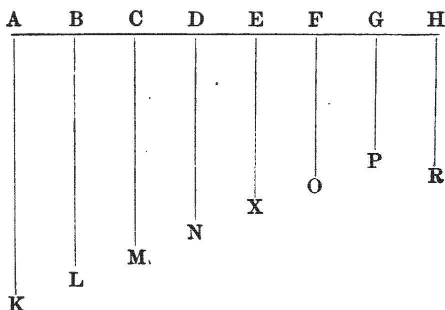
XIII. Quid vero de his Aristoxenus sentiat, breviter aperiendum est. Ille enim quoniam minime tractatum rationi constituit, sed aurium iudicio permittit, idcirco voces ipsas nullis numeris notat, ut earum colligat proportiones, sed earum in medio differentiam sumit, ut speculationem non in ipsis vocibus, sed in eo, quod inter se differunt, collocet, nimis inprovide, qui differentiam se scire arbitretur earum vocum, quarum nullam magnitudinem mensuramve constituat. Hic igitur et diatessaron consonantiam duorum tonorum ac semitonii esse proponit, et diapente trium tonorum ac semitonii et diapason sex tonorum, quod fieri non posse superioribus voluminibus demonstratum est.

Descriptio octachordi, qua ostenditur diapason minorem esse sex tonis.

XIIII. Docet autem Ptolomaeus per cuiusdam octachordi divisionem diapason intra sex tonos cadere hoc modo. Intendantur enim octo chordae, id est A. B. C. D. E. F. G. H., fiatque sesquioctava ·AK· eius, quae est ·BL·, et ·BL· eius, quae est ·CM·, et ·CM· eius, quae est ·DN·, et ·DN· eius, quae est ·EX·, et ·EX· eius, quae est ·FO·, et

quisonantia k. 1 simplices ac diapente f. 4 emmeli f; emmeles o. 5 *Inscript. om.* g, h. 8 ratione f. 11 in *ante* ipsis *om.* g, h, k. 14 mensuram vel g. 19 *Inscript. om.* g, h. || octochordi k. || diapason consonantia minor k. 21 octochordi h, k, o. 23 modo *supra versum rec. manu* h. || octachordae i. || K *inter* A *et* B *ponunt* f, i. 24 fietque g, h, k. || sexquioctava f. 26 eius *post* ·EX· *supra versum rec. manu* h.

·FO· eius, quae est ·GP. Erunt igitur sex toni. Rursus ·H· dividatur nervus medius ad ·R· Erit igitur ·AK· dupla ab eo, quod est ·HR· Pulsae igitur simul ·AK· ·HR· diapason aequisonantiam consonabunt. Si vero aliquis ·GP· percutiat, semper erit paulo acutior, quam est ·HR· ac per hoc transcendunt sex toni diapason consonantiam. Si enim ·AK· et ·GP· diapason pulsati resonarent, tonorum sex esset diapason consonantia. Si vero his non consonantibus ·AK· et ·HR· diapason consonarent, et ·HR· acutior esset quam ·GP·, diapason consonantia sex tonos excederet. Nunc vero, quia consonantibus ·AK· et ·HR· eadem ·HR· ab ea, quae est ·GP·, gravior invenitur, non potest, quin sex toni diapason consonantiam excedant. Atque ita sensu quoque potest colligi, diapason consonantiam intra sex tonos cadere. Sic igitur Aristoxeni error sine dubitatione convincitur.



Diatessaron consonantiam tetrachordo contineri.

XV. Nunc de tetrachordorum divisione dicendum.

2 nervus dividatur f. || ad ·R·] ·ADR· g. || ·R· *om.* f. 5 percutiet g. 7 pulsanti g, i. 8—9 Si vero .... ·HR·] His vero non consonantibus si ·AK· et ·HR· g, h, k. 9—11] diapason consonarent .... ·AK· et ·HR· *bis* i. 9 *Supra* consonarent *rec. manu* non h. 10 excideret i. 12 ab ea] apta f. 13 excidant i. 17 *Dispositionem om.* g. h *et* k *arcus et inscriptiones addunt.* 19 *Inscript. om.* g, h. || tetrachordi f. 20 de *om.* g, i.

Etenim diatessaron consonantia quattuor efficitur nervis, idcirco etiam diatessaron nuncupatur. Ut igitur duobus nervis altrinsecus positis ac diatessaron symphoniam consonantibus fiat tetrachordon duos necesse est statui in medio nervos, qui ad se invicem atque ad extremos tres proportiones efficiant.

Quomodo Aristoxenus vel tonum dividat vel genera eiusque divisionis dispositio.

XVI. Hoc igitur diatessaron Aristoxenus per genera tali ratione partitur. Dividit enim tonum in duas partes atque id semitonium vocat. Dividit in tres, cuius tertiam vocat diesin chromatis mollis. Dividit in quattuor, cuius quartam cum propria medietate, id est cum octava totius toni appellat diesin chromatis hemiolii. Cum igitur haec ita sint cumque generum divisio secundum eum sit duplex, unum quidem genus est mollius, aliud vero incitatius. Et mollius quidem est enarmonium, incitatius vero diatonicum. Inter haec vero consistit chromaticum incitatione mollitieque participans. Fiunt igitur secundum hunc ordinem differentiae permixtorum generum sex, una quidem enarmonii, tres autem chromatici, id est chromatici mollis et chromatici hemiolii et chromatici toniaei, duae vero reliquae diatonici mollis atque incitati. Quorum omnium talis secundum Aristoxenum divisio est. Quoniam enim quarta pars toni diesis enarmonios nuncupari praedicta est, quoniamque Aristoxenus non voces ipsas inter se comparat, sed differentiam vocum intervallumque metitur, est secundum eum tonus ·XII· unitatum. Huius igitur erit pars quarta diesis enarmonios ·III· Quoniam vero

3 ac] ad g, k. 4 tetrachordum h, k, o. 6 efficiat f; efficiunt, a *supra* u *posito*, g. 7 *Inscript. om.* g, h. 12 cromatis g, o. 14 apellat k. 19 mollicieque g; mollitiaeque i; molliciaeque h. || hunc] hoc g. 20 trium generum g, h, k. 22 'thonici f. 25 diesin g, h, k; diesi i. || ermonios g; enarmonio f, i. || praedictum f, g, h, i, k. 27 mittitur i. 28 est] et i. 29 quarta pars o.

ex duobus tonis ac semitonio diatessaron consonantia iungitur, erit tota diatessaron ex bis ·XII· ac ·VI· unitatibus constituta. Sed quoniam saepe fit, ut, si usque ad octavas velimus deducere partes, non in integros numeros, sed in aliquas particulas incurramus, idcirco facienda quidem est tota diatessaron ·LX· at vero ·XXIIII· tonus, semitonium ·XII·, pars quarta, quae diesis enarmonios dicitur, ·VI·, octava autem ·III· Iuncta vero octava cum quarta, ·VI· scilicet cum tribus, ut faciat diesin chromatis hemiolii, erunt ·VIIII· His igitur ita constitutis tria genera, enarmonium, chromaticum, diatonicum, has Aristoxeno videntur habere proprietates, ut alia eorum dicantur spissa, alia minime. Spissa sunt, quorum duae graviores proportiones unam eam, quae ad acutum apposita est, magnitudine non vincunt; non spissa vero, quorum duae proportiones unam reliquam poterunt superare. Est autem enarmonium et chromaticum spissum, diatonicum vero non spissum. Itaque enarmonium secundum Aristoxenum dividitur sic VI. VI. XLVIII., ut inter gravem nervum ac prope gravem sit quarta pars toni, quae dicitur diesis enarmonios, cum sit tonus ·XXIIII· unitatibus constitutus. Item secundum intervallum inter secundum a gravi nervo ad tertium sit eadem quarta pars toni ·VI· Reliqui vero, qui restant ex ·LX·, qui totius proportionis sunt, inter tertium a gravi nervo atque acutissimum quartum ponuntur ·XLVIII· Et duae proportiones ad gravem positae, id est ·VI· et ·VI·, unam reliquam ad acutum locatam, id est ·XLVIII· non vincunt. Chromatis vero mollis hanc facit divisionem VIII. VIII. XLIIII., ut ·VIII· atque ·VIII· sint tertiae partes tonorum. Est enim tonus, ut dictum est, ·XXIIII· unitatum et dicitur toni pars tertia diesis chromatis mollis. Item chromatis hemiolii diatessaron ita par-

1 ac] et h, k. || consonantiam i. || coniungitur o. 2 ·VI·] ·LX· i. 4 in *om.* f, i, o. 5 incirco f. 6 tonos f, i. 9 faciat] fiat g. || diesis f, i. 11 et chromaticum h, k. 13 *et* 15 quarum *codd.* 16 poterant i. 22 a *om.* i. 27 et] ad g, h, i, k, o. 30 partis i; propartes g. || tonos i. 31 tertiae f. 32 emiolii g, o.

titur VIIII. VIIII. XLII. Est enim diesis chromatis hemiolii pars octava toni cum quarta, id est ex XXIIII. VI. cum tribus. Item chromatis toniaei talis secundum Aristoxenum partitio est. XII. XII. XXXVI. scilicet ut in duobus intervallis singula semitonia constituat, et quod est reliquum in ultimo. Atque in his omnibus duae proportiones, quae graviori nervo sunt proximae, reliquam, quae ad acutum posita est, minime magnitudine superant. Sunt enim, ut dictum est, spissorum generum. Spissa quippe genera sunt enarmonium atque chromaticum. Diatonica vero divisio ipsa quoque est duplex. Et mollis quidem diatonici divisio est hoc modo XII. XVIII. XXX., ut XII. semitonium sit, ·X· et ·VIII· semitonium et quarta pars toni, ·XXX· vero quod reliquum est. Quorum ·X· et ·VIII· atque ·XII· efficiunt ·XXX· nec superantur ab ea parte, quae reliqua est. Item diatonici incitati talis partitio est, ut semitonium ac duos habeat integros tonos, idest XII. XXIIII. XXIIII., ex quibus ·XXIIII· et ·XII·, id est ·XXXVI. non superantur a reliqua parte, quae ad acutum est, sed potius vincunt. Est igitur secundum Aristoxenum tetrachordorum praedicta partitio, quae subiecta descriptione monstrabitur.

XLVIII.	XLIIII.	XLII.
VI.	VIII.	VIIII.
VI.	VIII.	VIIII.
LX.	LX.	LX.
Enarm.	Chrom. moll.	Chrom. hemiol.

3 toni et i; toni ei f; toniei h. ‖ et secundum o. 4 partio f. ‖ ·XXXVI·] ·XXVII· f; ·XXVI· o. 5 emitonia f, g. ‖ et quod est] ut quo dem g. 7 quae *om.* i. ‖ proxime g. 11 et ipsa quoque h, k. 15 ·XXX·] ·CCXXX· i. ‖ nec. *om.* g. 16 partio i. 17 duas g; duo f, i. 18 ·XXXIIII· *loco primi* ·XXIIII· f. 21 partitio praedicta h. 23—28 *et*

XXXVI.	XXX.	XXIIII.
XII.	XVIII.	XXIIII.
XII.	XII.	XII.
LX.	LX.	LX.
Chrom. ton.	Diat. moll.	Diat. incit.

Quomodo Archytas tetrachorda dividat eorumque descriptio.

XVII. Archytas vero cuncta ratione constituens non modo sensum aurium in primis consonantiis observare neglexit, verum etiam maxime in tetrachordorum divisione rationem secutus est, sed ita, ut neque eam, quam quaerebat, efficaciter expediret, neque sensui proposita ab eo ratio consentiret. Ille enim tria genera esse arbitratur, enarmonium, diatonicum, chromaticum, in quibus eosdem gravissimos statuit atque acutissimos sonos, in omnibus quidem generibus gravissimos sonos faciens ·$\overline{\mathrm{II}}$· ·XVI·, acutissimos vero ·M·DXII. Inter hos in tribus generibus nervum gravissimo proximum collocat eum scilicet, qui sit ·$\overline{\mathrm{I}}$·DCCCC·XLIIII·, ut ad eum ·$\overline{\mathrm{II}}$·XVI· sesquivicesimam septimam obtineant proportionem. Post hunc vero infra acutum nervum, tertium vero a gravissimo, eum collocat in enarmonio genere, qui sit ·$\overline{\mathrm{I}}$·DCCC·XC·, ad quem ·$\overline{\mathrm{I}}$·DCCCC·XLIIII· sesquitricesima quinta proportione iungantur. Idemque ·$\overline{\mathrm{I}}$·DCCC·XC· ad acutissimum,

1—6 *Descript. om.* g. h *et* k ·LX· *supra reliquos numeros ponunt.* 7 *Inscript. om.* g, h. || que *om.* i; forumque f. 13 expederet i. 14 arbitrabatur g, h, k, o. 15 chromatichum f, g, o. 18 ·M· *om.* i; ·$\overline{\mathrm{I}}$· h, k. || generibus *om.* g. 19 nervo g. 21 optineat f, i. 23 in armonio g. 24 sesquivicesima o. || sesquitricesimam quintam optinet proportionem. Iugantur f.

id est ·Ī·DXII· in sesquiquarta proportione sit constitutus. Item in diatonico genere tertium quidem a gravissimo nervo, secundum vero ab acutissimo, eum ponit, qui sit ·Ī·DCCI·, ad quos ·Ī·DCCCC·XLIIII· sesquiseptima proportione coniuncti sint, ipsi autem ·Ī·DCCI· ad acutissimum ·Ī·DXII· sesquioctava. In chromatico vero genere tertium a gravissimo et secundum ab acutissimo eum ponit, qui ad ·Ī·DCCI·, qui est secundus in diatonico genere eam obtineat proportionem, quam obtinent ·CCLVI· ad ·CCXLIII· Hic autem est ·Ī·DCCXCII· qui est secundus ab acutissimo appositus. Habetque proportionem secundus ab acutissimo in diatonico genere, id est ·Ī·DCCI· ad secundum ab acutissimo in chromatico genere, id est ·Ī·DCCXCII· eam, quam habent ·CCXLIII· ad ·CCLVI· Eorumque tetrachordorum secundum Archytae sententiam divisorum formam monstrat subiecta descriptio.

Enarm.	Diaton.	Chrom.
M.DXII.	M.DXII.	M.DXII.
M.DCCCXC.	M.DCCI.	M.DCCXCII.
M.DCCCCXLIIII.	M.DCCCCXLIIII.	M.DCCCCXLIIII.
ĪI.XVI.	ĪI.XVI.	ĪI.XVI.

Quemadmodum Ptolomaeus et Aristoxeni et Archytae tetrachordorum divisionem reprehendat.

XVIII. Sed utrasque tetrachordorum divisiones Ptolomaeus ita reprehendit. Archytae quidem primo, quoniam

2 a *om.* f. 4 unum *post* quos *addit* f. 8 secundus ab acutissimo o; secundus a gravissimo f, i. 9 optinet f, i. 10 est autem g; autem *om.* k; *supra versum rec. manu* h. 11 abpositus g; positus i. 13 ·Ī· *om.* i. 17—21 *Descriptionem om.* g. 21 Enarm. Diaton. Chrom. *om.* h; *rec. manu add.* k. 22 *Inscript. om.* g, h. 23 reprehendit f. 24 tetracordorum g; tetrachordarum h. ‖ divisiones tetrachordorum o. ‖ divisione f. 25 Archite o; Architem g, h,

secundus ab acutissimo nervus in chromatico genere, id est ·$\overline{\text{I}}$·DCCXCII· ita est collocatus, ut nec ad acutissimum ·$\overline{\text{I}}$·DXII· nec ad proximum graviori ·$\overline{\text{I}}$·DCCCC.XLIIII· ullam superparticularem efficiat proportionem, cum Archytas tantum superparticularibus comparationibus habuerit dignitatem, ut eas etiam in consonantiarum ratione susceperit. Dehinc, quod primam a gravissimo nervo proportionem in chromatico quidem maiorem sensus esse deprehendat, quam fecerit Archytas. Hic namque in chromatico genere ·$\overline{\text{I}}$·DCCCC·XLIIII· ad ·$\overline{\text{II}}$·XVI· distare fecit sesquivicesimam septimam proportionem, cum secundum consuetam chromatici generis modulationem sesquivicesima prima esse debuerit. Item enarmonii generis ea proportio, quam prima a gravissimo secundum Archytae retinet divisionem, talis est, ut longe minor esse debeat, quam in ceteris generibus invenitur. Hic autem aequam eam ceteris generibus statuit, dum primas a gravi proportiones in tribus generibus sesquivicesimas septimas ponit. Aristoxenum vero culpat, quoniam in chromate molli et chromate hemiolio tales posuerit primas secundasque a gravi nervo proportiones, quae a se minimo et quantum sensus non possit internoscere distarent. Est quippe proportio prima in chromatis mollis divisione secundum Aristoxenum ·VIII·, at in chromate hemiolio ·VIIII· Sed ·VIII· ad ·VIIII· unitatis differentia distant. Est autem totus tonus ·XXIIII· unitatibus secundum positionem, quorum unitas vicesima quarta est. Primae igitur a gravi inter se proportiones chromatis mollis et chromatis hemiolii

k; Architam f, i. 2 collatus f, g. 5 tantam f, g, h, k, o. || adhibuerit f. 6 rationes ceperit g. 8 esse *om.* g, h, k. 10 ad] a f. 11 sesquivicesima septima proportione o. 13 Item quoniam o. || enarmonium genus f, g, h, i, k, o. || ea *om.* o, eam f, g, h, i, k. 14 proportionem f, g, h, i, k, o. || quam *om.* o. || primam f, h, i, k, o. || a *om.* g. 20 talis i. 21 semitonio *et supra versum* se minimo h. 22 in quantum k, *et* h *prima manu.* || potest o. 24 at] et g; atque f. 26 tonus totus g, o. || totus *om.* h, k. || propositionem g. 27 Prime g.

vicesima quarta parte toni distant, quod propter brevitatem differentiae nullo modo sentit auditus. Idem etiam Aristoxenum reprehendit, cur diatonici generis duas tantum fecerit divisiones, ut in mollem incitatumque divideret, cum possint aliae quoque diatonici generis species inveniri.

Quemadmodum Ptolomaeus tetrachordorum divisionem fieri dicat oportere.

XVIIII. Ptolomaeus enim tetrachorda diversa ratione partitur, illud in principio statuens, ut inter duos altrinsecus sonos tales voculae aptentur, quae se superparticularibus proportionibus excedant, inaequalibus tamen, quoniam superparticularis proportio non potest in aequa dividi; dehinc ut omnis comparatio, quae fit ad eum nervum, qui est gravissimus in tribus minor sit ceteris, quae acutis vocibus coniunguntur. Sed in his ea, quae spissa nominamus, talia esse debent, ut duae proportiones, quae gravitati sunt proximae, minores sint ea proportione, quae relinquitur ad acutum. In non spissis vero ut in diatonicis generibus nusquam una.

7 *Inscript. om.* g, h. 14 dividi] partyri f. 16 acutis] acutissimis f. || ea] eam g. || spissa esse f. 17 talia] alia f. || ut] et g. 18 sunt g, k. 19 Inconon g. || In *om.* i. || in *om.* h. 20 *Ulteriora desunt.* h *add.* FINIT; k: Finit. Haec desunt de libro ·V· armoniae instytu. Quomodo Ptolemaeus dividat diatessaron iđuas partes *et cetera secundum capitum indicem.*

BOETII
QUAE FERTUR GEOMETRIA.

NOTARUM EXPLICATIO.

e = codex Erlangensis 288 saec. XI., satis diligenter scriptus et inscriptionibus et figuris ornatus. Figurarum tamen pars non parva imperiti hominis manum produnt. Itaque eas, quae nihil ad rem pertinebant, omisi, eas, quae addendae erant, correxi.

m = codex Monacensis 23511 (zz, 511) saec XII. continet geometriam in tres libros divisam. Figurarum magnam partem omittit. Ille locus, qui incipit: *Sed iam tempus est ad geometricalis mensae traditionem* usque ad ea verba, quae post abaci figuram leguntur: *ut si sub unitate naturalis numeri ordinem iam dictos caracteres* alia et minus periti hominis manu scriptus est quam reliqua. Cum maximam partem a codice e non admodum longe recedat, sunt tamen loci, qui de suo quaedam editorem vel autorem huius codicis dedisse ostendunt.

n = codex principis Boncompagni 230 saec. XII. Summa sua humanitate et liberalitate Boncompagni rogatu meo exemplar locorum ad minutiarum figuram et abaci tabulam pertinentium diligentissime scriptum mihi misit. Proxime accedit hic codex ad e.

n_1 = cod. Vatican. 3123 saec. X.

n_2 = cod. Barber. 830 saec. XII.

n_3 = cod. Ottobon. Vatican. saec. XIII.

Excerptos ex his de abaco et de minutiis locos eiusdem principis Boncompagni liberalitati debeo.

p_1= cod. Par. 7377. C. antiquae fundationis.

p_2= cod. Par. 7185. ant. fund.

Contuli ex his, quae Woepcke edidit in quaestione de Indorum arithmetica in Occidentem translata. (Sur l'introduction de l'arithm. Indienne en Occident Rome 1859).

q = cod. Monacensis 560 saec. XI—XII. qui continet geometriam in quattuor libros distributam ita tamen, ut secundus et tertius partem tantum priorem libri, qui in codice e est prior, praebeant. Quae ibi leguntur de figuris geometricis et sequentia in q omissa sunt. Liber primus et quartus maxime alieni sunt a Boetii geometria. Sed et ea, quae Boetii esse credideris, adeo a codice e recedunt, ut aut duorum eiusdem operis graece conscripti interpretationem latinam aut correctionem interpretationis non admodum idoneae videre te putes.

Incipit geometria Euclidis a Boetio in latinum lucidius translata.

Quia vero, mi Patrici, geometrum exercitissime Euclidis de artis geometricae figuris obscure prolata te adhortante exponenda et lucidiore aditu expolienda suscepi, inprimis quid sit mensura diffiniendum opinor.

De mensura.

Mensura vero est quidquid pondere capacitate longitudine latitudine altitudine animoque finitur. Principium

19 Anitii Mallii Severini Boetii prologus in geometriam incipit m; incipit liber secundus artis geometriae de figuris q. 25 Explicit prologus, incipit liber I de elementis m. 26 vero *om.* m. 27 animo terminatur m. || *Ante* Principium *in* q *inscriptio:* De figuris.

autem mensurae punctum vocatur. Punctum est, cuius pars nulla est. Linea vero sine latitudine longitudo est. Lineae vero fines puncta sunt.

De generibus linearum.

Recta linea est, quae aequaliter in suis protenditur punctis. Superficies vero est, quod longitudine latitudineque censetur. Superficiei autem fines lineae sunt. Plana superficies dicitur, quae aequaliter in rectis suis lineis continetur.

Planus angulus est duarum linearum in plano invicem sese tangentium et non in directo iacentium ad alterutram conclusio. Quando autem quae angulum continent lineae rectae sunt, tunc rectilineus angulus nominatur.

Cum vero recta linea super rectam lineam stans circum se aequos sibi invicem fecerit angulos, rectus est uterque aequalium angulorum et linea super rectam lineam stans, perpendicularis dicitur.

Obtusus angulus maior recto est.

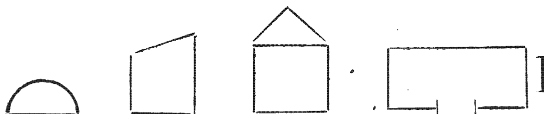
Acutus autem angulus recto minor est.

De modis figurarum.

Figura est, quae sub aliquo vel aliquibus terminis continetur, terminus vero, quod cuiusque est finis.

1 autem *om.* q. || punctus vocatur cum medium tenet figurae q. || vocatur] est m. || Punctus q. 2 Lineae q. || praeter latitudinem q. || est *om.* q. 4 *Inscript. om.* m, q. 5 aequaliter] ex aequo q. || protenditur punctis] punctis iacet q. 6 vero est *om.* m. || quod] quae m. 6—7 longitudine ... censetur] latitudinem solam habet q. 7 autem] vero q. || finis q. 8 dicitur] est q. 8—9 aequaliter ... continetur] ex aequo in suis rectis lineis iacet q. 11 in directo] directe m; directo q. 12 collusio q. 13 tunc *om.* m. 14 Cum vero] Quando autem q. 15 angulos aequos sibi invicem fecerint q. 16 et quae superstat linea super eam, quam insistit, stans superpendicularis vocatur q. 16—17 super ... stans] superstans m. 18 Optusus q. || est maior recto q. 19 autem *om.* q. || est minor recto q. 20 *Inscript. om.* m, q. 21 Locus figura est quod q. || continetur extraclusus sine fundo q. 22 vero] est m, vero est q. || est *om.* q.

[Lapides finales


]

Circulus vero est figura quaedam plana et circumducta et sub una linea contenta, ad quam a puncto, quod infra figuram positum est, omnes quae incidunt rectae lineae sunt invicem sibi aequales. Hoc vero punctum centrum circuli nominatur. Diametrus autem circuli est quaedam recta linea per centrum ducta et ab utraque parte in circumferentia circuli terminata, quae in duas partes aequas circulum dividit.

Semicirculus vero est figura plana, quae sub diametro et ea, quam diametrus apprehendit, circumferentia continetur.

Rectilineae figurae sunt, quae sub rectis lineis continentur. Trilatera quidem figura est, quae sub tribus rectis lineis continetur, quadrilatera autem quae sub quattuor.

[Finitima vero linea mensuralis est, quae aut pro aliqua observationum aut aliquo terminorum observatur.]

Multilatera itaque figura est, quae sub pluribus quam quattuor lateribus continetur.

1 Lapides finales *om.* e, m. 2 *Lapidum formas om.* m; q *loco primae habet* ⌂, *loco quartae* [arca]. 3 vero *om.* m, q. || quaedam *om.* q. || et] quae vocatur q. 4 continetur q. || a] ab uno q. || quod] eorum quae q. 5 posita sunt q. || quae] que q. 6 aequae sibi invicem sunt q. 7 autem *om.* q. || recta quaedam q. 8 in *om.* q. 9 aequas partes q; partes aequales m. 11 vero *om.* m. 12 adprehendit q; comprehendit m. 14 Rectae lineae e, q. 15 quidem *om.* m. || est *om.* q. || tribus] duabus q. 16 autem *om.* m; vero q. 18 Finitima vero *om.* m; Finitima autem q. || pro *om.* q. 19 observatione m, q. || servatur q. 20 Multilatera . . . est] Multilatere vero q.

De triangulis.

Aequilaterum igitur triangulum est, quod tribus aequis lateribus continetur; isosceles vero, quod duo tantummodo latera habet aequalia; scalenon vero, quod tria latera continet inaequalia.

Amplius trilaterarum figurarum orthogonium id est rectiangulum quidem triangulum est, quod habet angulum unum rectum.

Amblygonium vero, quod latine obtusiangulum dicitur, est quod obtusum habet angulum.

Oxygonium vero, id est acutiangulum, est, in quo tres sunt anguli acuti.

De quadrilateris.

Quadrilaterarum vero figurarum quadratum vocatur, quod est aequilaterum atque rectiangulum. Parte altera longius vero est, quod rectiangulum quidem est, sed aequilaterum non est. Rombos vero est, quod aequilaterum quidem est, sed rectiangulum non est. Romboides autem est, quod in contrarium collocatas lineas atque angulos habet aequales, non autem rectis angulis, nec aequis lateribus continetur. Praeter haec autem omnes quadrilaterae figurae trapeziae id est mensulae nominantur.

Parallelae id est alternae rectae lineae nuncupantur,

1 *Inscript. om.* m, q. 2 Aequilaterem q. 3 continetur] clauditur q. || hisòceles e, q; hissoceles m. || vero] etiam est e, m. 4 vero *om.* m. || continet inaequalia] inaequalia possidebit q. 6 id *om.* m. 7 quidem triangulum est *om.* m. 8 unum] undique e, q. 9 vero] enim e, est m. || latine obtusiangulum] habet obtusum angulum q. 9—10 dicitur . . . angulum] in quo obtusus angulus fuerit q. 10 est quod] et m. 11 vero *om.* m. || *Alterum* est *om.* q. 12 anguli sunt q. 13 *Inscript. om.* m, q. 15 Parte vero altera longius q. 16 vero *om.* m. || est *om.* q. 17 vero *om.* m. || est *om.* q. 18 Rombon id est q. 20 non autem] id autem nec q. 21 Praeter omnes autem hae m. 22 figurae *om.* e, m. || trapizea q. || nominentur q. 23 nuncupantur] nominantur m.

quae in eadem plana superficie collocatae atque utrimque productae in neutra parte concurrent.

De petitionibus, quae sunt in geometria.

Petitiones vero, sive postulata, ut veteribus placuit, dicantur, quinque sunt:

Prima, ut ab omni puncto in omne punctum recta linea ducatur, postulat.

Secunda, ut definita recta linea in continuum rectumque producatur, admonet.

Tertia omni centro et omni spatio circulum designare praecipit.

Quarta omnes rectos angulos sibi invicem aequos esse vult.

Quinta autem, si in duas rectas lineas linea incidens interiores et ad easdem partes duos angulos duobus rectis fecerit minores, rectas lineas in infinitum productas ad eas partes, in quibus duo interiores anguli duobus rectis minores sunt, concurrere iubet.

De conceptionibus, quae sunt in geometria.

Communes igitur animi conceptiones sunt, quae a

1 atque utrimque productae *om.* e, m. 2 in *om.* m. concurrunt e, m. 3 *Inscript. om.* q; Incipiunt petitiones geom̄. m. 4 vero *om.* m, q. || sive . . . dicantur *om.* q. 5 dicantur *om.* m. || sunt quinque q. 6 Prima ut] petatur q. *In* e *additi sunt singulis petitionibus numeri* I. II. III. IIII. V. *praeter vocabula* prima *et seq.* || in omnem e, m. || rectam lineam ducere *omisso* postulat q. 8—9 Secunda . . . admonet] Item definitam lineam in continuam rectumque producere q. 9 ammonet e. 10 Tertia] Item q. 11 praecipit *om.* q. 12 Quarta] et q. || sibi] quos ibi q. || aequos *om.* q. 13 vult *om.* q. 14 Quinta autem] Item q. 15 et ad easdem partes *om.* e, m. 16—18 rectas lineas . . . iubet] productas infinitum rectas lineas concurrere ad eas quibus duobus rectis angulis sunt. 19 *Inscript. om.* q; Incipiunt conceptiones geom̄. m. 20 Minores vero communes q. || igitur *om.* q; autem m. || quae . . . vocantur *om.* q.

Graecis κοιναι εννοιαι vocantur. Cum spacia et intervalla eidem sunt aequalia, et sibi invicem sunt aequalia.

Et si ab aequalibus aequalia auferantur, quae relinquuntur, aequalia sunt.

Et si aequalibus aequalia addantur, tota quoque aequalia sunt.

Et quae sibimet ipsis conveniunt, aequalia sunt.

Omne parallelogrammum rectiangulum sub his duabus rectis lineis, quae rectum angulum continent, dicitur contineri.

Omnis vero parallelogrammi spacium unumquodque gnomo eorum quae circa diametrum eandem sunt parallelogrammorum nuncupatur.

De circulis.

Circuli aequales sunt, quorum diametri aequales sunt; inaequales vero sunt, qui sic se non habent.

Circulus circulum non contingere dicitur, qui, cum circulum tangat, in utraque eiectus parte non secat circulum. Circuli se invicem contingere dicuntur, qui tangentes sese invicem secant.

1 kenas ethnias e, m. || Cum . . . intervalla] Haec quae q. 2 idem e. || sunt *ante* et *addunt* e, m. 3 auferatur q. 5 addantur aequalia q. 7 convenit animo finitionis, aequalia sunt q. 8 *Ante hunc versum addit* q: Nemo resistere ullo tempore parti convenienti poterit. 9 rectum ambiunt angulum q. || continent *om.* e, q. 11—13 *Quae in* q *leguntur, haec sunt:* Omnis vero parallelogrammi spatii eorum quae circa eundem diametrum sunt parallelogrammorum quotlibet unum cum supplementis duobus ginomo nominetur.

Hic de extracluso loco dicit. Hic de trigono dicit. Si sint duae rectae lineae, quarum una quidem indivisa, altera vero quotlibet divisionibus secta, quod sub duabus rectis lineis rectiangulum continetur, aequum erit his, quae sub ea, qui indivisa est et unaquaeque divisione quod rectiangulo continetur habebere possessores. 12 gnomio e. 14 *Inscript. om.* e, m. 15 Aequales circuli q. || sunt aequales q. 16 sunt *om.* q. 17 Recta linea circulum contingere dicitur, quae q. 18 eiecta e; eiecta egesta q. 19 se] sese q. || tangentes] tam gentes q.

Rectae lineae in circulo aequaliter a centro distare dicuntur, quando a centro in ipsas ductae perpendiculares invicem sibi sunt aequales. Plus vero a circulo distare dicitur linea, in quam perpendicularis longior cadit.

Portio circuli est figura, quae sub recta linea et circuli circumferentia continetur. In portione circuli angulus esse dicitur, quando in circumferentia sumitur aliquod punctum et ab eodem puncto ad lineae terminos duae rectae lineae subiunguntur. Angulus circuli dicitur, qui sub duabus subiunctis lineis continetur, quando lineae, quae adiunguntur, aliquam circumferentiae comprehendunt particulam, ut in ea angulus consistere perhibeatur.

Sector circuli est figura, quae sub duabus a centro ductis lineis et sub circumferentia, quae ab eisdem comprehenditur, continetur.

Similes circulorum portiones dicuntur, quae aequales suscipiunt angulos, vel in quibus, qui inscribuntur anguli, sibi invicem sunt aequales.

Figura intra figuram dicitur inscribi, quando ea, quae inscribitur, eius, in quam inscribitur, latera uno quoque suo angulo ab interiore parte contingit.

Circuli vero figura figurae circumscribi perhibetur, quotiens ea, quae circumscribitur, figurae eius, cui circumscribitur, suis omnibus lateribus omnes angulos tangit.

3 sibi invicem q. 4 linea *om.* q. || perpendiculares q. 5—6 est figura . . . angulus *om.* q. 7 dicatur q. || circumferentiam q. 8 et ab eodem] eo vero q. 9 circuli *om.* q. 10 subiectis m. || lineae] autem q. 12 angulos q. 17 describuntur q. 19 *Ante hunc versum addit* q: Hic trigonus. || Figuram q. || eam q. 20 in quam scribitur q. 22 Circulus scribi vero figura figurae q. 23 ea quae] aequa q. || circumscribitur *om.* q. || figura q. || circum inscribitur q. 24 q *addit:* Intra datum circulum datae rectae lineae, quae in diametro minime maior excitat, aequam rectam lineamque aptare. Portio circuli est figura, quae surrecta linea et circuli circumferentia continetur. In portione angulus esse dicatur, quando in circumferentiam sumitur aliquod punctum ab eo vero puncto ad lineae terminos duae rectae lineae subiunguntur.

Explicit prolegomena. Incipit scema.

Supra datam rectam lineam terminatam triangulum aequilaterum constituere. Ad datum punctum datae rectae lineae aequalem rectam lineam collocare.

Duabus rectis lineis inaequalibus datis a maiore minori aequam rectam lineam abscidere.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus habent aequa, alterum alteri, et angulum angulo habent aequum eum, qui sub aequalibus rectis lineis continetur, et basim basi aequam habebunt, et triangulum triangulo aequum erit, et reliqui anguli reliquis angulis erunt aequales, alter alteri, sub quibus aequalia latera subtenduntur.

Si triangulus aequalia latera habeat, qui sub eius basi trianguli sunt, aequales alter alteri sunt, et aequalibus lineis et basibus et angulis aequalibus utrique erunt. Si trianguli duo anguli aequi sibimet invicem sint, et quae sub aequalibus angulis subtenduntur latera sibi invicem sunt aequalia.

Et super eandem aequalem rectam lineam duabus eisdem rectis lineis aliae duae rectae lineae, altera alteri, nullo modo constituentur ad aliud atque aliud punctum ad easdem partes eosdem fines aequalis rectae lineae possidentes.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequa possideant, alterum alteri, et basim basi habeant aequam, et angulo angulum habebunt aequalem, qui sub aequalibus

1 Incipit liber I theorematum Geom̄. m; Incipit de trianguli ratione et linearum q. 2—3 Supra datam . . . constituere *om.* q. 5 inaequalibus rectis lineis q. || minore q; minorem e, m. 6 abscindere m. 7 triangula q. 8 habeant m. || habente cum eis q. 9 continentur q. 10 basis basim q. 13—15 Si triangulus . . . utrique erunt *om.* q. 14 alter *bis* m. 15 utrimque m. 16 aequae q. 18 sunt] erunt q. 19 Et *om.* q. || eisdem aequalibus rectis lineis ceciderint aliae m. 20 linea m. 21 ad] . Ad q. 22 aequali e; aequales m; aequalibus q. || rectis lineis q. 24 Si *om.* q. 25 possident q. || aequa q. 26 angulum angulo habebunt aequale q.

rectis lineis continetur. In triangulo datam rectam lineam terminatam in duas aequales dividere partes. Datam rectam lineam secundum eam, quae superstat, dividere.

Et datae rectae lineae ab eo, quod in ea est, puncto rectam lineam secundum rectos angulos elevare non disconvenit.

Super datam vero lineam rectam infinitam ab dato puncto, quod ei non inest, perpendicularem rectam lineam ducere oportet. Quaecunque super rectam lineam recta linea consistens angulos fecerit, aut duos rectos faciet, aut duobus rectis reddet aequales. Si ad aliquam rectam lineam atque ad eius punctum duae rectae lineae non in eandem partem ducantur et circum se angulos duobus rectis fecerint aequos in directum sibi eas lineas iacere necesse est. Si duae rectae lineae sese dividant, ad verticem angulos sibi invicem facient aequos.

Omnium triangulorum exterior angulus utrisque interioribus et ex adverso angulis constitutis maior existit.

Omnium triangulorum duo anguli duobus rectis angulis sunt minores omnifariam sumpti.

Omnium triangulorum maius latus sub angulo maiore subtenditur.

Omnium triangulorum maior angulus sub latere maiore protenditur.

Omnium triangulorum duo latera ceteris maiora sunt in omnem partem suscepta. Si in uno quolibet trianguli latere a finibus lateris duae rectae lineae interius constituantur angulum facientes, quae constituuntur reliquis quidem trianguli duobus lateribus sunt minores, maiorem vero angulum continebunt.

2 in *om.* q. 2—3 Datam . . . dividere *om.* q. 4 in eo e, q. 5 non disconvenit *om.* q. 7 Et super q. || vero *om.* m, q. || rectam lineam q. 8 inest] inem q. 9 oportet *om.* q. || Quocunque q. || super] per q. 10 linea *om.* e, q. 11 reddit m. || aliquam] aequam e; eam m. 14 fecerit m. || aequis q. 16 invicem *om.* m. 18 constitutis angulus maior m. 23—26 Omnium triangulorum . . . suscepta *om.* q. 26 suscepta] sumpta m. 28 constituentur m. 29 duobus *om.* q. || maiores e.

Datis tribus rectis lineis, quae sunt aequales, tres in eo qui datus est triangulo rectas lineas oportet constituere. Quarum duo latera ceteris maiora oportet esse omnifariam sumpta propter hoc, quod omnium triangulorum duo latera ceteris fortiora sunt in omnem partem suscepta. Ad datam rectam lineam et datum in ea punctum dato rectilineo angulo aequales rectilineos angulos collocare necesse est.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus aequalia habuerint, alterum alteri, quod angulum angulo maiorem habebit eum, qui sub aequali recta linea continetur, et basim basi maiorem habebit.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus aequalia habuerint, alterum alteri, quod basim basi maiorem habebit, et angulum angulo maiorem habebit eum, qui sub aequalibus rectis lineis continetur.

Si duo trianguli duos angulos duobus angulis habuerint aequos alterum alteri unumque latus uni lateri sit aequale, sive id, quod aequis adiacet angulis, seu quod sub uno aequalium tenditur angulorum, et reliqua latera reliquis lateribus habebunt aequa altera alteris et reliquum angulum aequalem reliquo angulo possidebunt.

Si in duas rectas lineas recta linea incidens alternatim angulos fecerit aequos, rectas lineas alternas esse necesse est.

Si in duas rectas lineas linea incidens exteriorem angulum interiori et ex adverso angulo constituto reddat aequalem, rectas lineas aequales sub alternas esse conveniet.

1—5 Datis tribus . . . suscepta *om.* q. 1 tres in eo qui datus est *om.* m. 5 ceteris *om.* m. 6 rectolineo q. 7 rectilineo e, m; relilineae q. || necesse est *om.* q. 9—16 Si duo . . . continetur *om.* q. 9 aequa *m.* 11 ita et e. 17 triangula q. 19 sive id] sibi q. 20 sub uno dequalium subtenditur q. 21 aequalia m. || alteri q. 23 incidens quod alternatim sit et hos angulos fecerint aequos q. 26 in *om.* q. 27 interiorem m; interior q. || constituta m. 28 aequales *om.* q.

Si in duas inter se rectas lineas recta linea incidens alternos angulos aequales inter se fecerit, qui deintus et contra et in eisdem partibus sunt, et quae deintus lineae sunt duabus rectis lineis sunt aequales.

Iterum ipsae rectae lineae adversus se ipsas erunt altera alteri.

Per datum punctum datae rectae lineae alteram rectam lineam designare necesse est. Omnium triangulorum exterior angulus duobus interius et ex adverso constitutis angulis est aequalis; interiores vero tres anguli duobus rectis angulis sunt aequales. Quae aequas et alternas rectas lineas ad easdem partes rectae lineae coniungunt, ipsae quoque et alternae sunt et aequales. Eorum spaciorum, quae alternis lateribus continentur, quae parallelogramma nominantur, et ex adverso latera atque anguli constituti sibi invicem aequales sunt; ea quoque diametrus in duo aequa partitur. Omnia parallelogramma, quae in eisdem basibus et in eisdem alternis lineis fuerint constituta, sibi invicem probantur aequalia. Nam parallelogramma in basibus aequalibus et in eisdem alternis lineis constituta aequalia esse necesse est.

Aequa sibi sunt cuncta triangula, quae in aequis basibus et in eisdem alternis lineis fuerint constituta.

Aequa triangula, quae coaequalibus basibus, et in eisdem alternis lineis sunt constituta.

1—6 Si in duas . . . altera alteri *om.* q. 6 alterius m. 7 Per] Super m. 8 lineam *om.* m. || necesse est *om.* q. || et exterior q. 10 interioris q. || tres anguli] trianguli tres e; tris angulis q; anguli m. 13 *Prius* et *om.* m, q. || *Alterum* et *om.* q. 14 alteribus q. || qui q. || parallelogrim̄a q; parallelogram̄ata m. 16 sunt aequales q. || ea quoque] eamque q. || aeque patiuntur q. 17 parallelogrammata m. 18 fuerint *om.* e, q. || invicem *bis* m. 19—20 probantur . . . constituta *om.* m. 23 fuerint lineis q. || fuerint] sunt m. 24—25 Aequa . . . constituta *om.* q. 24 Aequi e. || triangula sunt m. || coaequalibus basibus] *Videtur scribendum:* in aequalibus basibus sunt constituta. 25 alternis *om.* m. || *Post* constituta *addit* e: aequalia sibi invicem sunt.

Aequa triangula, quae in eadem basi et in eadem parte fuerint constituta, in eisdem quoque alternis lineis esse pronuntianda sunt.

Aequa triangula in aequis atque in directum positis basibus constituta et in eisdem partibus et in eisdem quoque alternis lineis esse necesse est.

Si parallelogrammum triangulumque in eadem basi atque in eisdem alternis lineis fuerint constituta, parallelogrammum triangulo duplex esse conveniet.

Omnis parallelogrammi spacii eorum quae circa eandem diametrum sunt parallelogrammorum supplementa aequa sibi invicem esse necesse est.

Dato triangulo aequale parallelogrammum in dato rectilineo angulo constituendum est. Iuxta datam rectam lineam dato triangulo dato rectilineo angulo parallelogrammum aequale protendendum est.

Dato rectilineo angulo aequale parallelogrammum in dato rectilineo angulo collocare id est diametrum oportet.

Quadratum ad datam lineam terminatam praebendum est.

In his triangulis, in quibus unus rectus est angulus, quem rectiangulum nominamus, quadratum, quod a latere rectum angulum subtendente describitur, aequum est his quadratis, quae a continentibus rectum angulum lateribus conscribuntur.

Si ab uno trianguli latere quadratum quod describitur aequum fuerit his quadratis, quae ab reliquis duobus late-

1 Aequi e. || in easdem partes q. 3 pronuntianda sunt] pronuntio q. 4 Aequi e. 6 lineis *om.* e, q. || esse *om.* m, q. 8 lineis *om.* q. 10 eandem *om.* q. 11 dimetrum q. || sublementa e. 14 constituendum est] constituere q. || datam *om.* q. 15 in angulo q. 16 aequalem praetendere q. 17 angulo *om.* q. || aequalem q. 18 id est diametrum] *Haec intacta relinquere quam corrigere malui.* || oportet *om.* q. 19 ad data linea terminata q. || praebendum est] constituendum est m; discribere q. 23 subtendentem discribitur q. 24 a] ac q. || continentibus] subtendentibus m. 26 discribitur q.

ribus describuntur, rectus est angulus, qui sub duobus reliquis lateribus continetur.

Explicit ratio angulorum.

Si sint duae rectae lineae, quarum una quidem est indivisa, altera vero quotlibet divisionibus secta, quod sub duabus rectis lineis rectiangulum continetur, aequum erit his, quae sunt sub ea, quae indivisa est, et unaquaque divisione rectiangula.

Si recta linea secetur, quod sub tota et una portione rectiangulum continetur, aequum est ei, quod sub utraque portione rectiangulum clauditur, et ei quadrato, quod ad praedictam proportionem describitur.

Si recta linea secetur utlibet, quod describitur a tota quadratum, aequum est his, quae describuntur ab unaquaque portione, quadratis et eidem bis rectiangulo, quod sub eisdem est portionibus.

Si recta linea per aequalia ac per inaequalia secetur, quod sub inaequalibus totius sectionibus rectilineum continetur, cum eo quadrato, quod ab ea describitur, quae inter utrasque est sectiones, aequum est ei, quod describitur a dimidia, quadrato.

Si recta linea per aequalia dividatur, alia vero ei in directum linea recta iungatur, quod sub tota et ea, quae adiecta est, rectilineum continetur, cum eo, quod descri-

2 reliquis] rectis m. 3 *Inscript. om.* m. || de ratione q. || *Inscriptioni addita sunt in q:* Incipit regula rectarum linearum. 4 sunt m. || est *om.* q. 8 rectiangula continetur e, m; rectiangulum continetur q. 9 tota] data m. 10 rectianguli e. || ei] eius q. || quod] quae e, m. 11 et *om.* m. 12 describit e; discribitur q. 13 toto e, m. 14 unaquoque q. 15 eidem bis] idem ius *vel* vis e; ius *vel* vis ei q. 16 est *om.* m, q. || *Post* portionibus *addit* e convenit, m clauditur. 17 ac per *bis* m; ac pro q. || inaequalia *bis* m. 20—21 ei quadrato qui describitur ab ea, quae constat ex adiecta atque dimidia e; ei quadrato ab ea, quae constat ex adiecta atque dimidia m. 22 per aequali dividitur q. 23 lineam rectam iungantur q. 24 rectilineam q.

bitur a dimidia, quadrato aequum est ei quadrato, quod describitur ab ea, quae constat ex adiecta atque dimidia.

Si recta linea per aequalia ac per inaequalia secetur, quadrata, quae ab inaequalibus totius portionibus describuntur, dupla sunt his quadratis, quae fiunt a dimidia et ab ea, quae inter utrasque est sectiones.

Si recta linea per aequalia secetur eique in directum quaedam linea recta iungatur, quadratum, quod describitur a tota cum addita, et quadratum, quod describitur ab ea, quae addita est, utraque quadrata pariter accepta, ab eo quadrato, quod describitur a dimidia, et ab eo quadrato, quod ab ea describitur, quae ex dimidia adiectaque consistit, utrisque quadratis pariter acceptis, dupla esse necesse est.

Datam rectam lineam sic secare convenit, ut, quod sub tota et una portione rectilineum continetur, aequum sit ei, quod fit ex reliqua sectione quadratum sive trigonum.



In hac trianguli figura, quae obtusum habet angulum, tanto amplius ea, quae obtusos obtendit angulos, lateribus potest, quae obtusum continent angulum, quantum est quod tenetur bis sub una earum [et ea] quae ad obtusum angulum a perpendiculari extra deprehenditur.

Dato rectilineo aequum necesse est collocare quadratum.

1 dimidio e, m. || aeque q. 3—6 Si recta . . . sectiones *om.* q. 4 portionis m. 8 iungantur q. 9 a *om.* q. || cum] eum q. 10 adiecta m. 11 ad dimidia q. 12 ab ea *om.* m; ab eo e. || quae *om.* m. || ex *om.* q; a m. || que] quae q. 15 convenit *om.* q. 16 ei *om.* q. 17 quod] quo q. || sive] sibi q. 18 hac] ista q. || triangulis q. || figura *om.* q. *Figuram ipsam om.* m. || qui q. 19 amplius *om.* q. || obtunsos q. 20 amplius potest q. || *Ante* quae *addunt* e, m: quam ea. || qui obtunsum q. || continet e, m. 21 continetur m. || bis *om.* e, m. || et ea *om.* e, m, q. || obtunsum q. 22 anguli e. || a perpendiculari extra deprehenditur *om.* e, m. 23 necesse est *om.* q.

Si in circulo per centrum linea quaedam recta dirigatur ad aequandam lineam rectam in centro positam, in duas aequas partes rectus eam angulus secat, et si rectus eam angulus secet, in duas eum agrum dividet partes, quem comportionales sibi defendunt.

Si intra circulum punctum sumatur interius, quod est centrum, et ab eo puncto ad circulum duae lineae vel plures dirigantur, per eas lineas dantur circuli portiones, sed ab una parte una portio, quae est circuli conclusa figura, sub recta linea et circuli circumferentia concluditur et cuius oportet consignari describatur in portione. Namque est figura, quae hic angulos facit et sub duabus coniunctis lineis continetur. Quando autem adiunguntur lineae, aliquas circumferentiae comprehendunt particulas, ut in eis angulis consistere perhibeatur.

Similes circulorum portiones dicuntur, quae sibi invicem sunt aequales, sive quadratae sive trigonae sint.

Si circulum linea recta contingat, a contactu vero in circumferentia quaedam circulum secans linea recta ducatur, quoscunque angulos facit, duo anguli, qui sunt a lateribus perpendiculi ab alterna divisione circuli, pares sunt; quas unumquemque suas intus in forma oportet accipere portiones. Nam est eminens forma recta locorum

1 *Hunc versum praecedunt in* q *inscriptiones:* Explicit liber geometrice artis secundus. Incipit liber ·III· Anicii Manilii Severini Boetii geometricorum ab Euclide translatorum. || pro centro e. 2 ad *om.* q. || centrum q. 3 aequales q. || partes rectus] dividet prorectus q. || rectus eam angulus] proporrectos angulos q. 4 secat m. || agrum *om.* m. || dividit m. || quae comportiones m. 6 summittatur q. 8 portionem q. 9 qui q. 11 describitur. In portione namque m. || Nam qui q. 12 quae hic] qui hos q. || fecit m. || duobus q. 14 lineas q. || aliquae m. 15 in eas angulos q. || perhibeantur q. 17 seu q. || quadrati m. || trigoni e, m. || *Post* sint *addit* q : sicut infra monstravi et datos possessores infra unum agrum quos conportionales fieri oportet, sic et ceteri. 18 Si intra circulum linea recta ducatur q. 18—20 a contactu . . . ducatur *om.* q. 20 duo angula q. 21 perpendiculum q. || pares sunt] partes facit q. 22 unusquisque intus forma q.

divisio spectationum terrae mensura et ideo non ab hominibus sed ab aeterno creatore formata.

Ex adverso sibimet anguli constituti duobus rectis angulis sunt aequales.

In aequis circulis, qui in circumferentiis aequalibus anguli consistunt, sibimet invicem sunt aequales seu a centro seu a circumferentia progrediantur.

Datam circumferentiam semicirculi in duo aequa dividere potis est.

In circulo idem angulus, qui in semicirculo est, rectus existit. Qui vero in maiore portione est, angulus maior est recto. Qui autem in minore portione est angulus, minor est recto. Et maioris quidem portionis angulus recto maior existit, minoris vero portionis angulus recto minor existit.

Si circulum linea recta contingat, a contactu vero in circumferentia quaedam circulum secans linea recta ducatur, quoscunque angulos facit, duo anguli, qui sunt in alternis circuli portionibus, sunt aequales. Ex hoc igitur manifestum est, quoniam, si a puncto circuli duae lineae rectae sese contingant et sibi invicem sint aequales, super datas rectas lineas circuli describere partes convenit.

Intra datum circulum datae rectae lineae, quae diametro minime maior existat, aequam rectam lineam coaptare oportet.

Intra datum circulum dato triangulo aequorum angulorum triangulum collocare convenit.

Circa datum circulum dato triangulo aequalium angulorum triangulum designandum est.

1 mensurata q. 4 anguli q. 7 seu] sibi q. 9 potis es m; possit q. 10 isdem q; id est e. 11 maior] minor q. 12 minor] maior q. 15 existat q. 16 in circum *omisso* ferentia q. 18 in alterna ante circuli q. 21 invicem *om.* m. || sunt q. 22 datas] dectas q. || convenit *om.* q, *in quo addita sunt haec:* quae dato rectilineo angulo unus quis suas intus circulo oportet accipere portiones q. 25 oportet *om.* q. 27 convenit *om.* q. 28 datae triangulo q. 29 designandum est] designare q.

Intra datum circulum triangulum interdum designare necesse est.

Intra datum circulum quadratum aliquando describere utile est.

Intra propositum quadratum circulum designare et intra circulum per rectas lineas triangulos fieri aliquando praecipiendum est.

Circa datum circulum quinquangulum aequilaterum et aequiangulum designare geometres praecipiunt.

Intra datum circulum quinquangulum, quod est aequilaterum atque aequiangulum designare non disconvenit. Nam omnia, quaecunque sunt, numerorum ratione sua constant et proportionabiliter alii ex aliis constituuntur circumferentiae aequalitate multiplicationibus suis quidem excedentes atque alternatim portionibus suis terminum facientes.

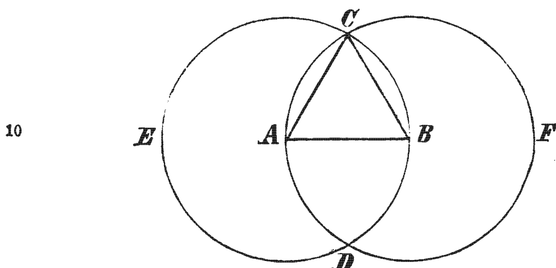
De figuris geometricis.

Supra positarum igitur speculationibus figurarum ab Euclide succincte obscureque prolatis et a nobis verbum videlicet de verbo exprimentibus strictim translatis, quaedam iteranda repetendaque, ut animus lectoris non obscuritate deterreatur, sed a nobis potius alicuius exempli luce infusa delectetur, videntur.

1 interdum *om.* q. 2 necesse est *om.* q. 3 aliquando *om.* q; aliquid e. 4 utile est *om.* q. 5 infra e, m. 6 circulo prorectas q. || aliquando praecipiendum est *om.* q. 9 aequiangulum] qui angulum q. || geometres praecipiunt *om.* q. 10 circulum *post* aequiangulum *ponit.* q. 11 non disconvenit *om.* q. 12 quaecunque] quae m. 13 proportionaliter m. 14 quidam q. 15 propositionibus m. 17 De I th.' m; Explicit liber III. Anicii Manilii Severini et Boetii Geometricorum ab Euclide translatorum, qui continet numerorum causas et divisiones circulorum et omnium figurarum rationes extremitatium et summitatium genera, angulorum et mensurarum expositiones. Incipit altercatio duorum geometricorum de figuris, lineis et mensuris. q. *Longe igitur alia in* q *sequuntur, quam in* e *et* m *leguntur; neque tamen haec neque illa Boetio videntur tribuenda.*

Sunt enim a nobis quaedam huic operi inserenda, huic arti valde necessaria et supradictis respondentia et subsequentibus convenientia, ad quae intelligenda quicunque in nostrorum arithmeticorum theorematibus instructus accesserit, expeditiori intellegentia ducitur.

Supra dictum igitur est, super datam rectam lineam terminatam triangulum aequilaterum constituere oportere, sed nimis involute. Qua de re huius exempli notam subiecimus.



Sit data recta linea terminata AB. Oportet igitur super eam, quae est AB, triangulum aequilaterum constituere et centro quidem A spatio vero B circulus scribatur BCED et rursus centro B spatio autem A circulus scribatur AFCD et ab eo puncto, quod est C, quo se circuli dividunt, ad ea puncta, quae sunt A, B, adiungantur rectae lineae CA, CB. Quoniam igitur A punctum centrum est BCED circuli, aequa est AB ei, quae est AC. Rursus quoniam B punctum est centrum ACFD circuli, aequa est AB ei, quae est BC. Sed et AB ei, quae est CA, aequa esse monstrata est. Et AC igitur ei, quae est BC, erit aequalis. Tres igitur, quae sunt CA, AB, BC, aequae sibi invicem sunt. Aequilaterum igitur est CAB triangulum et constitutum est supra datam rectam lineam terminatam eam, quae est AB; quod oportebat facere.

3 sequentibus m. [] ad quae] atque m. 9 subiicimus m. 10 *Figura deest in* m. 11 rectilinea e. 25 *Post hunc versum addit* m *inscriptionem:* De secundo th.'

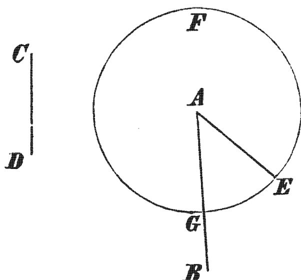
In superioribus vero dictum est, ad datum punctum datae rectae lineae aequalem rectam lineam collocare oportere, sed huius artis expertibus obscure difficulterque. Sed nos animum lectoris quasi introducendo oblectantes huius subsequentis figurae explanationem positis literarum linearumque notulis patefacimus.

Sit quidem datum punctum A, data vero recta linea BC. Oportet igitur ad punctum A rectae lineae BC aequam rectam lineam collocare. Adiungatur enim ab A puncto ad B punctum recta linea, quae est AB, et constituatur super AB rectam lineam triangulum aequilaterum, quod est DAB et eiciantur in rectum DA, DB rectae lineae ad AG et BM et centro quidem B, spatio autem BC circulus scribatur CFE. Et rursus centro D, spatio autem FD circulus describatur FKL. Quoniam igitur B punctum centrum est CFE circuli, aequa est CB ei, quae est BF. Rursus quoniam D punctum centrum est FLK circuli, aequa est DL ei, quae est DF. Quarum quidem AD ei, quae est DB, aequa est. Aequilaterum enim triangulum est, id quod est DAB. Reliqua igitur AL reliquae BF existit aequalis. Sed et BF ei, quae est BC, aequa esse monstrata

7 *Figura deest in* m. 14 ad] AD e, m. 21 reliquiis e; reliquis m.

est et BC ei, quae est AL, erit aequalis. Ad datum igitur punctum, id quod est A, datae rectae lineae ei, quae est BC aequa locata est ea, quae est AL; quod oportebat facere, ut subiecta descriptio monet.

Tertio igitur loco superius ab Euclide prolatum est, duabus rectis lineis inaequalibus propositis a maiore minorem aequam lineam abscidere convenire, sed nimis strictim et ob id confuse involuteque. Nos vero ut animus lectoris ad enodatioris intelligentiae accessum quasi quibusdam gradibus perducatur, huius descriptionem formulae subiecimus.



Sint datae duae rectae lineae inaequales AB, CD et sit maior AB. Oportet igitur a maiore AB CD minorem lineam abscidere. Collocetur enim ad A punctum ei, quae est CD, aequa ea, quae est AE, et centro A, spatio vero AE circulus describatur EGF. Quoniam igitur A punctum centrum est EGF circuli et AE ei, quae est CD, erat aequalis, et CD ei, quae est AG, erit aequalis. Duabus igitur datis rectis lineis inaequalibus eis, quae sunt AB, CD, a maiore, quae est AB, minori, quae est CD, aequalis abscisa est ea, quae est AG; quod oportebat facere.

4 subiecta] facta superius m. 5 *Ante hunc versum addit* m *inscriptionem:* De ·III· th.' 7 convenit m. 14 maiori m. || AB minori CD minorem e. *Videtur scribendum:* minori CD aequam. 15 abscindere m. || ei] ea m. 16 aequa] a qua e, m. || et *om.* m. 21 minor m. || quae est CD, AG e.

His iam compendiosis et tamen huius artis rudibus pernecessariis introductionibus lector initiatus si in aliquibus superius propositis vacillando abhorreat, per se similes figurarum descriptiones sine omnis impedimenti reclamatione adinvenire potest et componere.

Sed iam tempus est ad geometricalis mensae traditionem ab Archita, non sordido huius disciplinae auctore, Latio accommodatam venire, si prius praemisero, quot sint genera angulorum et linearum et pauca fuero praelocutus de summitatibus et extremitatibus.

De angulis.

Rationabilium igitur angulorum genera sunt tria, hoc est rectum, hebes, acutum. Haec autem habent species VIIII: tres rectarum linearum, tres autem rectarum et circumferentium, tres hebetis et circumferentium.

Rectus angulus est ethigrammos, id est rectis lineis comprehensus, latine normalis appellatus. Quotiens vero recta linea super rectam lineam stans circum se angulos pares fecerit, ut singuli anguli recti sint, extans perpendicularis eius lineae super quam insistit, vertex est, cuius sedem si subtendens linea perpendiculari fuerit iuncta, efficiet triangulum rectiangulum.

Hebes angulus est plus normalis hoc est anguli recti positionem excedens, quia et si triangulus secundum hanc positionem constitutus fuerit, perpendicularem extra finitimas lineas habebit.

Acutus autem angulus est compressior recto. Qui si a recta linea quae sedis loco fuerit, rectam lineam secundum suam inclinationem emiserit, similique cohibitione rectam lineam in occursum exceperit, efficiet triangulum, qui perpendicularem intra tres lineas habebit.

Rectus ergo angulus est normalis, hebes plus norma-

1 iam] etiam e. 5 *Post hunc versum addit* m: Explicit liber I. Incipit prologus in secundum librum. 8 quod m. 11 Incipit liber secundus m. 19 parens e.

lis, acutus minus normalis. Linearum vero genera sunt tria, rectum, circumferens, flexuosum.

Recta linea itaque est, quae aequaliter in suis signis posita est, quae aequaliter in planitie posita non concurrit.

Circumferens vero linea est, cuius signa ex utraque parte curvata et a se invicem distantia non concurrunt. Quae signa si convenerint, circulus non circumferens linea debet appellari.

Flexuosa autem linea est multiformis velut arborum aut fluminum ceterorum signorum in quorum similitudinem et arcifiniorum agrorum finitur extremitas et multorum quae similiter in aequali linea sunt formata naturaliter.

Summitatum igitur genera sunt duo. Summitas et plana summitas. Summitas est secundum geometricam appellationem, quae longitudine latitudineque protenditur. Summitatis autem fines lineae sunt. Plana vero summitas, quae aequaliter rectis lineis undique versum finitur. Omnium summitatum in metiundo observationes sunt duae, enormis et liquis.

Enormis vero est, quae per omne latus rectis lineis continetur. Liquis autem est, quae minuendi laboris causa et salva rectorum angulorum ratione secundum ipsas extremitates subtenditur.

Extremitatum quippe genera sunt duo, unum, quod pro rigore, et alterum, quod observatur pro flexuoso.

Rigor est quidquid inter duo signa veluti in modum lineae directum prospicitur. Flexuosum vero est, quidquid secundum naturam locorum curvatur. Nam quod in agro a mensore operis causa ad finem directum fuerit, rigor appellatur. Quicquid ad horum imitationem in forma scribitur, linea appellatur.

1 vero] ergo m. 11 similitudine e. 18 autem *om.* m. 20 Omnium] autem m. || meciendo m. 21 liquis] reliqua m. 23 liquis] iq̃s m. 30 Nam] a m. 31 directum] rectum m.

Bini rigores sunt, quando singulis spatiis intervenientibus tendunt, ut itinera plerumque peragunt.

Nosse autem huius artis dispicientem, quid sint digiti, quid articuli, quid compositi, quid incompositi numeri, quid multiplicatores quidve divisores ad huius formae speculationem, quam sumus tradituri, oportet. Digitos vero, quoscunque infra primum limitem, id est omnes, quos ab unitate usque ad denariam summam numeramus, veteres appellare consueverunt.

Articuli autem omnes a deceno in ordine positi et in infinitum progressi nuncupantur.

Compositi quippe numeri sunt omnes a primo limite id est a decem usque ad secundum limitem id est viginti ceterique sese in ordine sequentes exceptis limitibus.

Incompositi autem sunt digiti omnes annumeratis etiam omnibus limitibus.

Multiplicatores igitur numeri mutua in semet replicatione volvuntur, id est interdum maior minoris interdum autem minor maioris multiplicator existit, interdum vero numerus in se excrescens multiplicationis augmenta suscipit.

Divisores autem maiorum semper minores constituuntur numeri.

De ratione abaci.

Priscae igitur prudentiae viri Pythagoreum dogma secuti, Platonicaeque auctoritatis investigatores speculatoresque curiosi totum philosophiae culmen in numerorum vi constituerunt. Quis enim musicarum modulamina symphoniarum numerorum expers censendo pernoscat?

2 in itinera m. 3 Scisse m. || despicientem p_2. || *Post* dispicientem *in* m *alia manus addidit* oportet. 6 Digiti appellantur quincunque n. 9 veteres appellare *om.* n. || consueverunt, *et supra* verunt runt e. 18 volventur m. || id est *om.* m.

24 *Inscript. om.* m, n_1, p_2. || abici e. 25 Pythagoricum n_3, p_1, p_2. 26 que *om.* n_1. 28 musicorum volumina *prima manu* n. 29 expertia e; ex pericia m; expercia n_1, n_2; experitia n_3; sine experientia p_2. || censendo *om.* m. || *Ante* pernoscat *addit* p_1 scientiae.

Quis ipsius firmamenti siderea corpora stellis compacta naturae numerorum ignarus deprehendat, ortusque signorum et occasus colligat. De arithmetica vero et geometrica quid attinet dicere, cum si vis numerorum pereat, nec in nominando appareant? De quibus quia in arithmeticis et in musicis sat dictum est, ad dicenda revertamur.

Pythagorici vero, ne in multiplicationibus et participationibus et in podismis aliquando fallerentur, ut in omnibus erant ingeniosissimi et subtilissimi, descripserunt sibi quandam formulam, quam ob honorem sui praeceptoris mensam Pythagoream nominabant, quia hoc, quod depinxerant, magistro praemonstrante cognoverant; a posterioribus appellabatur abacus, ut quod alta mente conceperant, melius si quasi videndo ostenderent, in notitiam omnium transfundere possent, eamque subterius habita sat mira descriptione formabant.

$\overline{C}\overline{M}\overline{M}$	$\overline{X}\overline{M}\overline{M}$	$\overline{M}\overline{M}$	$\overline{C}\overline{M}$	$\overline{X}\overline{M}$	$\overline{M}$	$\overline{C}$	$\overline{X}$	$\overline{I}$	C	X	I

1 Sydera m, n, p_1; siderea *om.* p_2. 2 naturae *om.* n. 3 et de geometrica n_1. 4 pareat m. 6 est *om.* n_3. 7 et in n_1. ‖ particionibus n_1, n_3, p_1, p_2. 10 praeceptoris sui n_1. 11 quod *om.* m. 13 ut quod . . . conceperant *om.* m_1, n_2. 14 sic n. ‖ quod in n. 15 subterius] ut subtus patet n_1. 16 sat mira habita n_1, n_3. 17 *Descriptionem abaci om.* p_1, p_2. *Huius abaci simplicissimam tantum formam in contextum recepi; quas codices praebeant formas cum cognovisse ad matheseos historiam aliquantum intersit, in tabula eas ex codicum fide addidi.*

Tabula pag. 396 addenda

Superius vero digestae descriptionis formula hoc modo utebantur. Habebant enim diverse formatos apices vel caracteres. Quidam enim huiuscemodi apicum notas sibi conscripserant, ut haec notula responderet unitati 1, ista autem binario , tertia vero tribus , quarta vero quaternario , haec autem quinque asscriberetur , ista autem senario , septima autem septenario conveniret , haec vero octo 8 , ista autem novenario iungeretur . Quidam vero in huius formae descriptione literas alfabeti sibi assumebant hoc pacto, ut littera quae esset prima unitati, secunda binario, tertia ternario, ceteraeque in ordine naturali numero responderent naturali. Alii autem in huiusmodi opus apices naturali numero insignitos et inscriptos tantummodo sortiti sunt. Hos enim apices ita varie ceu pulverem dispergere in multiplicando et in dividendo consuerunt, ut si sub unitate naturalis numeri ordinem, iam dictos caracteres adiungendo, locarent, non alii quam digiti nascerentur. Primum autem numerum id est binarium, unitas enim, ut in arithmeticis est dictum,

1 *Supra hunc versum addit* n_2 *inscriptionem:* De caracteribus numeros in abico significantibus. || vero *om.* n_3. 3 karacteres n_1. 5] n_1, n_2, n_3 p_1; || quarta autem m_1, n_1, n_2, n_3, p_1, p_2. 6] n_1 n_2 n_3 p_1 || ascriberetur n_2, n_3, p_1, p_2. 7] n_1 p_1 ||] n_1 n_2, n_3. || septima vero n_1. 8] n_1 n_2 n_3 p_1. || 8] n_1 n_3. 9] n_1 || depictione m_1, n_2, p_1, p_2; depinctione n_1, n_3. 12 ł′ ordini n_3. || naturali responderent n_1. 14 naturali numero] *supra versum* I. II. III. *et cet.* n_1. 15 etenim n_1, n_2, n_3, p_1, p_2. 17 consueverunt m, n_1. 18 iam dictos ordine p_1. || karacteris n_1.

numerus non est, sed fons et origo numerorum, sub linea X inscripta ponentes XX et ternarium XXX et quaternarium XL ceterosque in ordine sese sequentes proprias secundum denominationes assignare constituerunt.

Sub linea vero centeno insignita numero eosdem apices ponentes binarium CC, ternarium CCC, quaternarium CCCC ceterosque certis denominationibus respondere decreverunt. In sequentibus vero paginularum lineis idem facientes nullo erroris nubilo obtenebrabantur.

Scire autem oportet et diligenti examinatione discutere in multiplicando et partiendo, cui paginulae digiti et cui articuli sint adiungendi. Nam singularis multiplicator deceni digitos in decenis, articulos in centenis, idem vero singularis multiplicator centeni digitos in centenis, articulos in millenis et multiplicator milleni digitos in millenis et articulos in decenis millenis et multiplicator centeni milleni digitos in centenis millenis, articulos autem in millenis milibus habebit.

Decenus autem suimet ipsius multiplicator digitos in pagina C inscripta, articulos in millenis, et multiplicator centeni digitos in millenis et articulos in $\overline{X}$, et multiplicator milleni digitos in $\overline{X}$, et articulos in C$\overline{M}$, et multiplicator centeni milleni digitos in millenis milibus et articulos in X$\overline{M}\overline{I}$ habebit.

Centenus vero aeque suimet ipsius multiplicator digitos in $\overline{X}$ et articulos in $\overline{C}$ et millenum multiplicans digitos

1 sub linearum X inscriptione m. 3 in ordinem n_3. ‖ sese] se m. 6 CC, ternarium *om.* n_2. ‖ CC tis e, n_3. 8 insequentibus p_2; insequentes p_1. ‖ vero] it' m. 9 errore e. ‖ obtenebrantur e; obtenebantur p_1. 11 partiendo] dividendo n_1. 13 deceni] decem n. 15 et *om.* m, n_1. ‖ multiplicator deceni milleni digitos in decenis millenis articulos in centenis millenis et multiplicator centeni n_1. 17 autem *om.* n_1. 21 *prius* et *om.* m. ‖ $\overline{X}$] decenis millenis m. 22 milleni] centeni m. ‖ $\overline{X}$] ·C·$\overline{M}$ n_3. ‖ et *om.* n_1. ‖ centum ·$\overline{M}$· e; centenis $\overline{I}$ m. et *om.* n_1. 24 decies mille milibus m; decies millenis milibus p_1. 25 suimet] sui n_3.

in $\bar{C}$ et articulos in X$\bar{C}$, et centenum millenum multiplicans digitos in Xes $\bar{M}\bar{I}$ et articulos in C$\bar{M}\bar{I}$, et decenum millenum multiplicans digitos in $\bar{M}\bar{I}$ et articulos in Xes $\bar{M}\bar{I}$ subtendet.

Millenus itidem se ipsum multiplicans digitos in Xes $\bar{C}$ et articulos in Ces $\bar{C}$, et centeni milleni multiplicator digitos in C$\bar{M}\bar{I}$ et articulos in M$\bar{M}\bar{I}$, et decenum millenum excrescere faciens digitos in Xes $\bar{M}\bar{I}$ et articulos in Ces $\bar{M}\bar{I}$ habere dinoscetur.

Decenus autem millenus multiplicator centeni milleni digitos in M$\bar{M}\bar{I}$ et articulos in Xes M$\bar{M}\bar{I}$ seque ipsum adaugens digitos in C$\bar{M}\bar{I}$ et articulos in M$\bar{M}\bar{I}$ habere deprehenditur.

Centenus autem millenus se ipsum multiplicans digitos $\bar{X}\bar{M}\bar{I}$ et articulos $\bar{C}\bar{M}\bar{I}$ subponet.

De divisionibus.

Divisiones igitur quantalibet iam ex parte lectoris animus introductus facile valet dinoscere. Breviter etenim de his et summotenus dicturi, si qua obscura interve-

1 $\bar{C}$] CM p_1 || et *om.* n_1. XC] decies C milibus m; M·$\bar{I}$· p_1. || et centenum ... C$\bar{M}\bar{I}$ *ante* subtendet *ponit* p_1. 2 decies mille milibus m; $\bar{M}\bar{I}$ n. || et *om.* n_1. || centies $\bar{I}$ millibus m; X^s $\bar{M}\bar{I}$ n. || et decenum .... X^{es} ·$\bar{M}$·$\bar{I}$ *om.* m, n. 2—3 mille millenum n_1. 3 $\bar{M}\bar{I}$] ·$\overline{CMM}$· n_1. || X^{es} $\bar{M}\bar{I}$] M^{v}MM n_1. 5 se] semet n_1. || X^{es} centum e; $\overline{MM}$ n_1. 6 et *om.* n_1. || X^{es}MM n_1. 7 C mille milibus m. || milies $\bar{M}\bar{I}$ n, p_1. || et decenum ... C^{es} $\bar{M}\bar{I}$ *om.* p_1. || millenum *bis* e. 8 *Alterum* in *om.* n. 9 milies centies ·$\bar{M}$·$\bar{I}$· n. || dinoscitur n. 10 milleni *om.* n_1. 11 milies milia $\bar{M}$ n; millies $\bar{M}\bar{I}$ p_1. || X^{es} $\bar{M}\bar{I}$ e; X$\bar{M}\bar{I}$ n_2, p_1. || seque ... M$\bar{M}\bar{I}$ *om.* n_3. 15 in $\overline{XMM}$ articulos in $\overline{CMM}$ n_1. || X^{es} $\bar{M}\bar{I}$ e; X^{es} $\bar{M}$ n_3; decies $\bar{M}\bar{I}$ p_1. || C^{es} $\bar{M}\bar{I}$ n_3 centies $\bar{M}\bar{I}$ p_1. 16 *Inscript. om.* m, p_1, p_2. 18 facile ... dinoscere *om.* n_3. || enim m, p_1, p_2.

nerint, diligenti lectorum exercitio adinvestiganda committimus.

Si decenus per se vel centenus per se vel ulteriores per semet ipsos dividendi proponantur, minores a maioribus quoadusque dividantur, sunt subtrahendi.

Singularem autem divisorem deceni aut centeni aut milleni aut ulteriorum vel decenum divisorem sequentium sumpta differentia eos dividere oportet.

Compositus autem decenus cum singulari per secundas vel tertias et deinceps secundum denominationem partium decenum vel simplicem vel compositum divisurus est.

Centenum vero vel millenum vel ulteriores per decenum compositum, si diligens investigator accesserit, differentia et primis articulis dividendo vel secundatis appositis, auctis autem dividendo subpositis dividi posse pernoscet.

Centenus autem cum singulari compositus centenum vel millenum hoc pacto dividere cognoscitur. Sumpto igitur uno dividendorum, quod residuum fuerit, divisori est coaequandum et quod superabundaverit sepositis reservandum.

Singularis autem vel, ut alii volunt, minutum per aequationem maiorum est multiplicandum et digitis quidem perfecta differentia subponenda, articulis autem inperfecta est praeponenda. Et hae differentiae et si forte aliquis seclusus sit, significant, quod residuum sit ex dividendis.

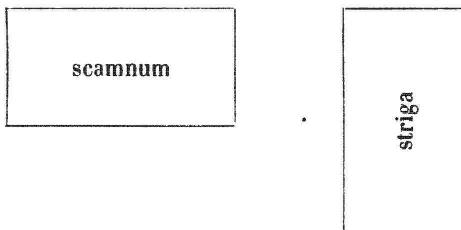
Haec vero brevi introductione praelibantes, si qua obscure sunt dicta vel, ne taedio forent, praetermissa, diligentis exercitio lectoris committimus, terminum huius

1 committemus n_3. 3 se *om.* n. 4 divendi n_2. 5 quousque m. 14 vel] vel si n. *Aut omittendum videtur* vel *aut scribendum* appositis vel secundatis. || oppositis p_2. 15 acutis e, n. 17 positus m, n_2. 19 divisiori n_2; divisorem n. est *om.* n. 20 superhabundaverit n_3. 22 velut n_2, n_3. aequatione e; coequationem n_3, p_1, p_2. 25 Et hae differentiae *om.* m. 28 His vero . . . praelibatis m. 30 diligenti p_2.

libri facientes et quasi ad utiliora sequentium nos convertentes.

Incipit liber II geometriae.

Superiore vero tractatu voluminis omnia geometricae artis theoremata quamvis succincte tamen sunt dicta, sed podismorum notitiam hic liber quasi quaestionarius et omnium podismalium quaestionum scrupulositates incunctanter absolvet enodando. Veteres etenim agrimensores omnem mensurae quadraturam dimidio longiorem latioremve facere consuerunt, et quod in longitudine longius fuerit, striga appellare voluerunt, ut subiecta docet formula.



De mensuris.

Prisci igitur sophismatis cautissimi dispectores duodecim mensurarum genera constituerunt, quibus cum vellent formarum agrorumque emetirentur areas, quorum haec sunt nomina: miliarium, stadium, actus, decempeda, quae eadem et pertica, passus, gradus, cubitus, pes, semipes, palmus, uncia, digitus.

1 ulteriora p_2. || convertens n_2. 3 Incipit prologus III. libri m. 4 Superioris m. || vero *om.* m. 7 scrupulositates] noticiam m. 8 enim m. 13 *Vocabula* scamnum, striga *om.* m. 14 *Inscript. hanc et seqq. om.* m. 15 dispectiores ·XII· n. 17 metirentur n. 20 digitus *om.* e.

Miliarium vero quinque milia pedum protensiones habere sanccitum est; stadium autem DCXXV pedes habere constat. Actus trifariam dividitur, in minutum, in quadratum, in duplicatum. Actus minimus IIII tantum pedibus in latitudine et CXX pedibus in longitudine protenditur. Actus vero quadratus ex omni latere CXX pedibus concluditur. Actus autem duplicatus CCXL pedes explicat.

Decempeda pedes X colligit, passus V, gradus II, cubitus I pedem habere dinoscitur.

Pes autem palmos habebit IIII, semipes II; palmus vero IIII digitorum protensione completur.

De unciali vero et digitali mensura melius, cum de uncialibus et notis et nominibus in sequentibus disputaverimus, dicemus, enodatiusque, cum de punctorum minutorumque subtilitatibus praemiserimus, eloquemur; nunc ad sequentis tractatus enarrationem redire nos convenit, si prius quid pes porrectus, quid constratus quidque sit quadratus demonstraverimus.

Pes etiam porrectus dicitur, ubi tantum pedalis mensura in longo pernoscitur. Constratus autem pes ille diiudicatur, in quo longitudo latitudoque consideratur. Quadratus vero pes habetur, ubi trinae dimensionis consideratio in aequalitate censetur.

Sed iam tempus est ad id, quod instituimus, accedere.

De mensura et tribus dimensionibus.

Quamvis etiam in superioris libri principio, quid sit mensura, generaliter designaremus, libet tamen specialiter huius artis speculatori satis faciendo secundum Iulium

1 vero *om.* m. 2 pedibus-constat m. 6 pedibus *om.* m. 7 autem *om.* m. || pedes *om.* m. 9 I pedes e. 15 que *om.* n. 19 etiam *om.* m. 20 diiudicatur *om.* m; dividicatur n; dividitur e. 21 considerantur m. 25 Explicit prologus. Incipit liber III. m. 26 etiam *om.* m. 28 speculator e.

Frontinum geometricae artis inspectorem providissimum, quod sit mensura, definire.

Mensura quippe est complurium et inter se aequalium intervallorum longitudo finita. Geometricae autem artis mensuralis speculatio trinae dimensionis id est longitudinis, latitudinis, crassitudinis consideratione colligitur, et ut enucleatius resolvatur, recto plano solidoque dinoscitur.

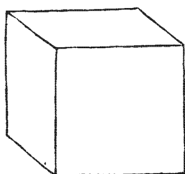
Rectum est, quod longitudine solum mensurando censetur, ut lineae, porticus, stadia, miliaria, fluminum latitudines et alia quam plura longa protensione directa, ut lineae infra depictae descriptio notat.

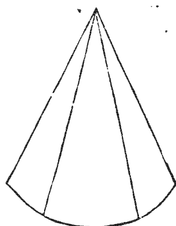
Planum est, quod a Graecis dicitur epipedon, a nobis autem constrati pedes, quod per longitudinem, latitudinem consideratur, ut agrorum planities et aedificiorum areae absque tectoriis operibus, et laquearibus ac tabulatis et his similibus, ut subiecta formula docet.



Solidum etiam est, quod Graeci stereon vocant, nos autem quadratos pedes, quod longitudinem et latitudinem crassitudinemque habere comprobatur, ut aedificiorum, pilarum pyramidumque nec non etiam maceriae lapidum aliaque multa, ut subiectae notant formulae.

5 mensuralis *om.* m. 6 vel crassitudinis altitudinis m. 18 subiecta *om.* m. || formula] descriptio m. 20 etiam *om.* m. 21 et *om.* m. 22 que *om.* m. || probatur m. 24 ut propria notat descriptio m.





Sed iam tempus est podismalium noticiam quaestionum, ut promisimus, narrando attingere et de investiganda pedaturae speculatione protinus dicere. Et de trigonis vero, qui, sicut ternarius naturaliter procedit quaternarium, ita sunt praeponendi tetragonis et pentagonis caeterisque, inprimis dicendum esse censeo.

De trigonis.

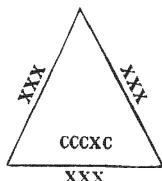
Sunt autem trigonorum genera principalia VI, isopleurus, isosceles, scalenon, orthogonium, amblygonium, oxygonium, quorum omnium in sequentibus formas et pedaturas explanabimus.

De isopleuro.

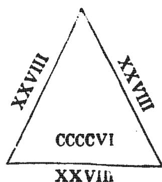
Trigonus igitur isopleurus, qui in praecedentis libri paene principio aequilaterus triangulus dictus est, paria latera habere comprobatur. Ponatur ergo isopleurus in singulis habens lateribus pedes XXX. Huius embadum, id est area, tali modo est investiganda. Summa etenim unius lateris per se multiplicata DCCCC numerum com-

1 e *addit figuras*  , m:  *Sed altera quoque figurarum supra descriptarum videtur omittenda.*
5 vero] quidem m. || qui] quia m. 7 esse *om.* m. 9 hysopleurum m. 10 hisoceles e, m. || scalemon e, m. 11 ozigonium e. || formam m. 13 hisopleuro e. 14 hisopleurus e, m. 18 modo] ratione m. || est *om.* m. || etenim *om.* m.

plet. Cui si quingenta et X subtrahantur, relinquuntur CCC XC. Tot pedes huius trigoni isopleuri embadum colligit. Nam cathetum pedibus XXVI constat protendi. Qui si per unius lateris medium id est per XV multiplicati excreverint, embadum complent. Aut si unius lateris pars tertia per ternarium et denarium augebitur, CCC nascentur. Si vero summa lateris unius per eundem ternarium multiplicabitur, nonaginta reddet, qui superioribus CCC^{tis} iuncti CCC^{tos} XC facient. Sit autem praedictorum infra facta depictio.



Ne autem lector in huiusmodi investigationibus aliquo erroris et inscitiae nubilo praepediatur, eiusdem iterum trigoni isopleuri id est paribus lateribus solidi manifestissimae demonstrationis exemplar subiiciemus. Esto age isopleurus, cuius latera singula XXVIII pedes colligant, quorum si unum per se augmentatum excreverit, DCC.^{torum} LXXX·IIII· summa consurget, cui si unius lateris numerum aggregaveris DCCC^{ti} XII nascentur. Horum sumpta medietate aream supradicti isopleuri pernotabis, ut subiectae descriptionis formula docet.



9—10 Sit . . . . depictio] id est aream supradicti trigoni m. 18 unius de lateribus m. 20 ut est cta descriptio m.

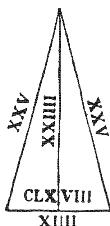
Huius autem saepe iam dicti trigoni ut lateris uniuscuiusque mensuram inquisitus quis investigare valeat et dicere, apertissimum dabimus rationis experimentum.

Proponatur itaque, si aream CCCC^{tis} VI pedibus protendi constiterit, quot pedum planitudines latus unumquodque colligere pernoscatur. Ducatur ergo suprascripta area octies et in $\overline{III}$·^{mum} ·CC·XLVIII numerum consurgit. Huic si unum addatur, fiunt $\overline{III}$·CCXLVIIII. Huius summae latus si sumpsero, erit LVII, cui si unitas subducta fuerit, LVI relinquuntur, quorum si medium adinvestigavero, XXVIII fiunt. Tot namque latus quodque huius isopleuri pedibus protenditur.

De isosceli.

Isosceles autem, qui ab Euclide geometricae peritissimo duo tantum latera habens aequalia est determinatus, secundus in ordine trigonorum constituitur. Cuius si latera bina inparibus numeris, id est XXV, protendantur pedibus, XIIII pedalia spacia basis habere pernotatur. Restat igitur, ut, quot pedes area vel cathetus colligat, requiramus. Si vero basis medietatem, hoc est VII, per se multiplices, XLVIIII nascentur. Mensuram autem unius lateris si per se, id est XXV, multiplicaveris, DCXXV reddes, ex quibus si XLVIIII seposueris, DLXXVI relinquuntur, quorum si latus acceperis, XXIIII erunt. Tot pedibus cathetum huius trigoni constat protendi. Area autem, quot pedes habeat, ut inveniantur, sic est faciendum. Medietas rursum basis sumenda est, id est VII, quos si per cathetum, id est per XXIIII, multiplices, CLXVIII efficies. Tot pedum est supradicti trigoni embadum, ut supter in pictura notatur.

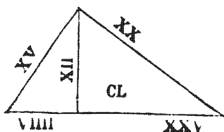
2 quis] qui e. 6 ergo suprascripta] itaque supradicta m. 7 consurget m. 11 quotque m. 13 hisoceli e. 14 Hisoceles e, m. || geometricae] huius artis m. 26 inveniantur] investigare queas m. 27 rursum *om.* m. 28 multiplicaveris m. || CLXVIIII e.



Scalenon igitur ab Euclide tria habens latera inaequalia determinatus est. Sed nos numero et figurae pictura aperta dabimus exemplaria. Proponatur itaque scalenon trigonus, qui a Latinis cuneus appellatur, cuius minoris lateris declive XV pedes obtineat, maioris protensio lateris XX pedes colligat, basis autem XXV pedalia pernotetur habere liniamenta. Quot vero pedibus huius trigoni cathetus et embadum protendatur, restat, ut quaeratur. Ducatur ergo minoris lateris summa multiplicando in se, fiunt CCXXV. Item basis, si per se multiplicetur, DCXXV excrescent, quibus in unum compactis DCCCL nascentur. Hac igitur semovendo seclusa maioris lateris summam in se multiplicari conducit, quae multiplicatio CCCC numerum adducit. Quem videlicet CCCC numerum si de prius seposita summa, id est de DCCCL, abstuleris, CCCCL relinquuntur. Horum si medium sumpseris, CCXXV explicabis, quibus si summa basis, id est vicesima quinta pars, auferatur, novenarius erit. Tot pedibus huius trigoni continetur praecisura, vel eiectura minor. Restat, ut cathetus quot habeat pedes requiratur. Multiplicetur ergo minus latus per se, sicut supra, et CCXXV prodeunt. Rursus augmentata minoris praęcisurae per se summula LXXXI producit. Hos si auferes ex in se ducto latere, CXLIIII supersunt, quorum duodenarius esse dinoscitur latus. Tot pedes huius trigoni cathetus colligere perhibe-

2 Scalemon e. 3 determinatur m. || picturae figura m. 10 multiplicando *om.* m. 15 adducit .... CCCC numerum *om.* e. 16 posita m. 22 et *om.* e. 23 Rursus et e. 24 LXXI e. || aufers m.

tur. Areae vero podismus tali modo reperietur. Metiatur ergo cathetus basim, id est XII · XXV, et CCC consurgent, quorum medietatem saepe dicti trigoni scalenos embadum podismatur, ut in subiecta figura notatur.



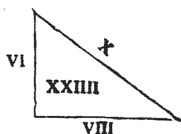
De orthogonio.

Quarto nimirum loco trigonus orthogonius ab Euclide inseritur et undique rectum habens angulum designatur, inaequalia continens latera. Quem nos ipso aditu difficiliorem ceteris obscurioremque esse arbitramur et ideo prolixiorem in eius explanatione moram faciemus. Esto modo trigonus orthogonius, cuius cathetus pari numero insignitus, id est VIII pedibus mensuratus, protendatur. Cuius si latera ignorantur, hoc modo adinvestigari ab Archita praecipiuntur. Sumatur ergo supradicti catheti medietas, id est IIII, et per se multiplicetur, et XVI excrescent. Quibus si unitas subtrahatur, XV apparent. Tot pedum huius trigoni basis esse cognoscitur. Praedictae per medietatem cathetos summae adauctae si unum addatur, erunt pedes hypotenusae XVII. Per eandem item summam, id est per XVI, embadum est inveniendum. Ducatur ergo huius summae medium per cathetum et LXIIII consurgent, qui areae complent supputationem, quod patenter in subiecta formula declaratur.

3 scalenon m. 4 ut ... notatur *om.* m. 13 protenditur m. 14 investigari m. 15 ergo] itaque m. 18 noscetur m. || Praedictae item m. 20 ypotenusae e, m. 24 quod patenter ... declaratur *om.* m.

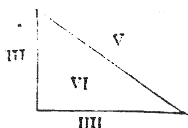
De orthogonio.

Conemur itaque huius orthogonii apertam et ratam et per paris et per imparis numeri quantitatem instituere descriptionem. Asscribatur ergo inprimis par numerus catheto, id est VI. Cuius medietate in se augmentata VIIII proveniunt. Cui si secundum nostri praecepti normulam superius designatam unum auferatur, octonarius erit basis huius trigoni, cuius medietas, scilicet quaternarius, per cathetum multiplicata secundum quod supra dictum est, aream complet. Ut autem per cathetum et basis et hypotenusae pedaturam sine ullius impedimenti reclamatione inquisitus possit edicere, facillimum et apertissimum nostrae auctoritatis exemplum dabimus. Multiplicetur etenim per suam quantitatem medietas huius trigoni catheti, et summae, quae ex hac multiplicatione provenerit, unitas aggregetur, erit hypotenusae pedatura. Eidem autem si auferatur unum, erit basis. Sitque huius rei haec facta descriptio.

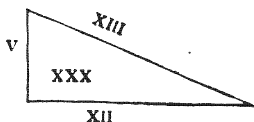


Instituamus ergo huius trigoni orthogonii per imparem numerum probabilem explanationem. Annotetur etiam cathetus impari numero, id est III. Quem si in se duxeris, VIIII explicabis, quibus unitate subducta VIII supersunt. Quorum medium si sumatur, basis orthogonii huius pedatura fore comprobatur. Huic vero basi vel medietati, id est IIII, si unum aggregaveris, hypotenusam huius trigoni comprobabis. Embadum autem, ut supra dictum est, reperiatur, id est cathetus per medietatem basis excrescat, ut infra cernitur in pictura.

8 cui e. 13 dabimus nostrae auct. ex. m. 14 enim m. 17 Sit huius haec. m. 29 infra cernitur] patet m.



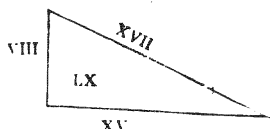
Ne autem huius disciplinae curiosum indagatorem aliqua fallat obscuritas, de hoc eodem orthogonio iterato disputare non piget. Est enim alia inveniendi cathetum et basim et hypotenusam ratio. Ponatur ergo cathetus V pedibus protensus. Quem si multiplices per sui quantitatem, XXV notabis. Basis autem XII habens pedes inscribatur, quae si sicut cathetus in se concreverit, CXLIIII nascentur. Hae summae, id est XXV et CXLIIII copulatae CLXVIIII restituunt. Horum latus XIII esse manifestum est, id est hypotenusam supradicti trigoni. Denique si hypotenusam per se augendo duxeris, par supra copulatae quantitati, id est CLXVIIII, reddes. De quibus si cathetum in se ductum subduxeris, CXLIIII residui sunt, quorum latus, id est XII, basim restituit. Ex hypotenusa vero per se multiplicata, si quis basim in se ductam, hoc est ex CLXVIIII CXLIIII, subtraxerit, non plus quam XXV remanent. Horum latus, id est V, cathetum constituit. Aream autem basis medietas et cathetus commultiplicati metiuntur. Item per cathetum basis edicere pedaturam in hoc trigono conducit. Sit modo supradictus cathetus V. Hic vero in se ductus XXV constituit. Hinc si assem abstulero, XXIIII progrediuntur, quorum medium basim efficit. Rursus autem si basis quantitati eandem adiecero unitatem, hypotenusam explicabo. Si autem per cathetum basis multiplicetur, LX progreditur summa. Horum medietas embadum complet.



7 inscribitur m. 10 latus *om.* m. || XVIII. e, m. 17 subduxerit m. 19 commultiplicari e; multiplicandi m. 22 restituit m.

Item de eodem.

Aliam insuper haec vestigia gradienti normam huius trigoni obiciendo proponere curamus, quatenus haec caute indagantes cautissima ad id, quod desiderant accedere, veritatis linea absque devio perducat. Ponatur item eiusdem orthogonii descriptio isdem quantitatibus, quibus supra, circumsignata, id est cathetus VIII, hypotenusa XVII, basis autem XV pedibus designetur. Nunc vero qua ratione per hypotenusae podismum cathetos et basis summa pedalis reperiri valeat, demonstrare studeamus. Multiplicemus ergo summam hypotenusae per se et CCLXXXVIIII numerus redundat. Cui si quater embadalis quantitas subtrahatur, XLVIIII relinquuntur. Horum tetragonicum latus si inquisieris, VII esse experieris. Quos scilicet VII si copulatis catheto et basi aggreges, XXX efficies, quorum dimidium basis constituit spacium. Quindecim autem si de aggregatis id est XXIII abstuleris, VIII superesse cathetum sine dubio comprobabis.

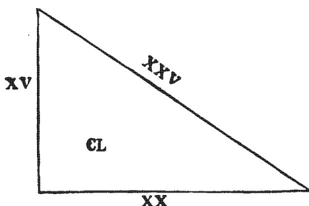


Item de eodem.

Designemus iterum iam dicti orthogonii formam et aliis numerorum quantitatibus, ut cum aliquis vel per maiorem vel per minorem numerum huius trigoni apertam tradere disciplinam cogatur, nullo errore labatur. Esto age trigonus orthogonius, quem circumstant par unus et duo impares numeri; par basi, id est XX, impar unus catheto, hoc est XV, alter vero hypotenusae, id est XXV, asscribatur. Embadalis autem conclusio secundum

14 inquisiveris m. 17 XXIIII e, m. 21 dicta orthogonii forma m. 23 vel minorem *omisso* per e.

supradicti nostri praecepti regulam inquirenda est, hoc est per multiplicationem dimidiae basis et totius summae catheti. Continet enim areae spatium CL constratos pedes. Cathetus autem et basis tali sunt indagandi ratione. Ducatur ergo hypotenusalis summa in se et in DCXXV redundat. Cui si IIII adiciantur embada, MCCXXV nascentur, quorum tetragonale latus, id est XXXV, si exceperis, summas utrasque basis et catheti comprobabis. Scire autem oportet et investigare, quo numero a se invicem cathetus et basis distent. Hic vero qui sit, manifestemus. Si igitur hypotenusae in se multiplicatae IIII, quae adieci superius, embada subtraham, in XXV summam regreditur. Horum quinta pars differentiam tenet, id est V. Quam si rursus duabus iunctis summis id est XX et XV adiecero, XL pernotabo. Horum medium complet basim. Si autem differentiam, hoc est V, basi auferam, cathetum constituam, ut cerni potest in subiecta figura.

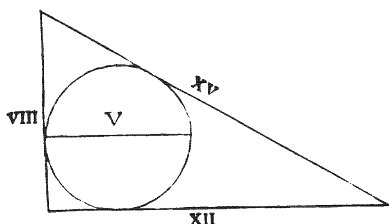


De orthogonio circulo inscripto.

Unum etiam, quod Architae iudicio in hoc eodem orthogonio approbatum est, et Euclidis diligentissima perscrutatione prius est rationabiliter adinventum, operae precium duximus non esse praetermittendum. Est etiam saepe, ut disputator in geometrica, circulus si huic orthogonio inscribatur, quot pedes diametrus colligat, requirat.

3 enim] autem m. || spatium] septum e. 5 redundant m. 6 embada *om.* m. 22 rationabiliter] diligenter m. 23 etiam] enim m. 24 disputatur in geometria m. || qui si m. 25 requiritur m.

Quod ne victus ignorantia refutet aliquis edicere, breviter insinuamus rem huiusmodi. Inscribatur itaque circulus orthogonio omnes lineas eius tangens. Hoc nimirum facto cathetus et basis aggregentur in unum. Ex cuius summae copulatione si hypotenusae exceperis quantitatem, diametrum efficies; iuncti enim XII et VIII, id est cathetus et basis, XX reddunt. Ex quibus si hypotenusam abstulero, hoc est XV, diametrum V pędes obtinere constituam, quod subtus facta designat figura.

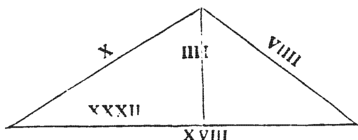


De amblygonio.

Quintus in ordine triangulorum amblygonius ab Euclide insertus obtusum angulum habens dictus est. Quem nos succincte aperteque explicando aggredimur. Nam si diligens lector superioris nostri documenti praeceptis et formulis instructus accesserit, minime in hoc lababit. Constituatur modo amblygonius, cuius basis XVIII numero, hypotenusa autem maior X, minor vero VIIII inscribantur. Cathetus autem IIII summa insigniatur. Ducatur ergo basis per catheti dimidium, hoc est XVIII per binarium et XXXVI prodeunt, quae summa embadalis spatii planitudinem adimplet. Sed Architas, in cunctis utens ratione, alio modo huius amblygonii aream reperiri constituit, non hanc, quae supra scripta est, summam in hac areae planitudine sed minorem posse contineri existi-

6 iunge m. || id est . . . basis *om.* m. 7 reddunt] efdcies m. 12 trigonorum m. 18 autem] aut e. 21 profieunt] exibunt m. 22 archita m. 23 aream] summam m.

mans. Astruxit enim cathetum per se et per binarium, vel per se et octonarium duplo se superantes multiplicari oportere, et quantitatem, quae hac ex multiplicatione proveniret, aream constituere, non ut XXXVI sed XXXII in se colligeret arealis illa contemplatio. Quisquis autem huius iam dicti trigoni formas in plano designare disponat, a basis quantitate huius modi rem ingrediatur tali ratione, ut terminus minoris ac maioris hypotenusae copulatus parvo vincat terminum basis, hoc est, si basis XX mensuretur pedibus, maior hypotenusa XI, minor autem X insigniatur. Sed melius hoc, quod numeris diximus, ostendemus, si alicuius exempli formam subiiciemus, sitque haec descriptionis demonstratio.

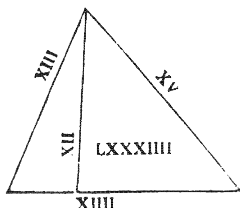


De oxygonio.

Restat ut dicamus de oxygonii speculatione, qui sextus in trigonorum descriptione ab Euclide, non segni geometre, ponitur, acutiangulum determinatus. Esto igitur oxygonius, cuius minoris lateris terminus, id est minor hypotenusa XIII pedibus terminetur, maior autem XV et basis XIIII mensuretur. Cuius catheti et embadi summa si ignoratur, tali ratione colligetur. Ducatur ergo lateris minoris quantitas per se, CLXVIIII redundant. Basis item terminus si per se excreverit, CXCVI nascentur, quas videlicet summas si iunxeris, CCCLXV efficies. Quo facto multiplicetur etiam terminus hypotenusalis per se et exurget CCXXV numerus, quem si de superius copulata summa semovero, fiunt residui CXL. Horum medietas

7 ingrediatur] ordiatur m. 18 acuto angulo m. 22 colligitur m. 23 et in CLXVIIII m.

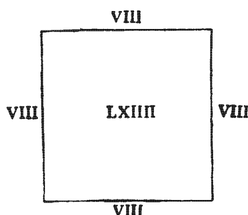
LXX esse pernotatur. Quod per basim dispersum, quinquies ipsam in se retinet. Denominationis vero huius summam minor obtinet praecisura, quae per se adaucta XXV constituit. Hos si de minoris lateris summa per se multiplicata abstuleris, CXLIIII supersunt. Quorum vero tetragonale latus, quod XII est, cathetos summam explebit. Areae autem conclusionem hoc modo investigare curato. Basis medium ducito per cathetum, id est VII per XII et provenient LXXXIIII. Hanc summam complere areale huius trigoni pavimentum non ignora. Describatur ergo huiusmodi de hac re figura.



Sed quia de trigonorum podismali consideratione in superioribus sat diligentium lectorum indagini explanavimus, superest ut ad tetragonorum speculationem transitum faciamus, succinctum de his habituri tractatum. Quadratorum enim ceteris facilior est collectio. Et prius quidem de normali tetragono tali modo ordiamur.

Omnis igitur tetragonus normaliter constitutus latitudine longitudinem multiplicante areālem constituit planitudinem et podismum sine dubio absolvit. Ponatur modo tetragonus pari numero consignatus, id est VIII. Quos per se, hoc est latitudinem per longitudinem, multiplicans LXIIII efficiam, embadum videlicet subtus descripti tetragoni.

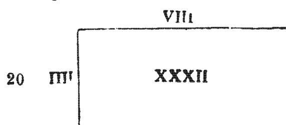
4 restituit m. 5 Quorum vero] huius m. 6 explicabit m. 13 consideratione] ratione m. 23 hoc longitudinem per latitudinem m.

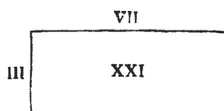


Idem vero per imparem numerum si feceris, nullo impediente obstaculo eadem ratio constabit. Qui videlicet normalis tetragonus ab Euclide aequilaterus atque rectiangulus nominatur, a Nicomacho autem in arithmeticis similiter appellatur.

De parte altera longiore.

Tetragonus autem parte altera longior ab Euclide quidem rectiangulum sed non aequilaterum definitur, a Nicomacho autem ετερομηκης dicitur. Cuius quidem longitudo latitudinem multiplicans embadalis summae pedaturam, sive sint pares seu impares termini, demonstrant. Sit modo parte altera longior tetragonus, cuius longitudo pedes VIII, latitudo autem IIII, vel longitudo VIIII, latitudo autem VI vel V vel III colligat. Multiplicet ergo latitudo longitudinem id est IIII. VIII, XXXII nascentur, hoc est area parte altera longioris tetragoni provenientque hae figurarum deformationes pari numero atque impari consignatae.

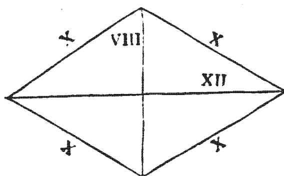




His vero iam dictis parallelogrammis adiciendos rhom-

5 autem *om.* m. 9 rectiangulus m. || aequilaterus m. 10 etromechis e, m. 11 embadis m. 12 seu] sive m. 14 autem *om.* m. 15 autem *om.* m. 16 longitudo latitudinem m. 18 deformationis m.

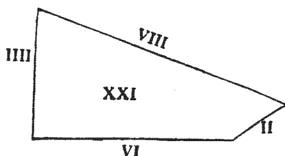
bos et rhombon tetragonos arbitramur. Quamvis enim aut angulariter aut lateraliter a supradictis parallelogrammis dissideant, tamen his sunt annumerandi. Esto age rhombos quadrilaterus, singulis lateribus decena pedaturae summa consignatus. Diagoni autem, hoc est angularis lineae, directio bissena numeretur quantitate. Cuius medietas, hoc est VI, si per se augmentabitur, XXXVI exsurgent. Quos si ex basis termino per se multiplicato subtraxeris, LXIIII remanent. Horum tetragonale latus, id est VIII, huius rhombi cathetum constituit. Diagonus autem per cathetum ductus embadalis summae spatium ostendit. Hic autem ab Euclide aequa habens latera, sed non angulos aequos nec rectos definitur. Sit vero de hoc huius formae processio.



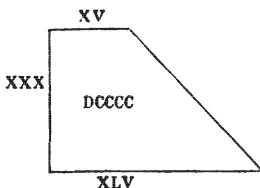
De rhombo.

Euclides vero nec angulos aequos nec latera aequa habentem rhombon determinando proposuit. Quem nos quoque patentiori aditu formando numerosque ascribendo reserabimus. Esto age rhombon, cuius unum latus VIII pedes, secundum autem IIII, tertium vero VI, quartum vero II. Harum vero summarum maximos terminos longitudinem obtinentes, si coniungas, XIIII efficies, quorum medietatem septenarius constituit. Minores autem summulae in unum redactae senariam quantitatem perficiunt, cuius medium ternarius adimplet. Quae videlicet medietates, VII et III, si per se multiplicabuntur, XXI consurgent, id est huius tetragoni pedes areales, ut subter apparet.

1 enim] autem m. 5 hoc est] huius m. 8 exurgent e. 10 rumbi m. 13 diffinitur m.



His enim adiciendum fore trapezium orthogonium non incongruum ducimus, dupla et sesquialtera numerorum proportione lateraliter consignatum. Ascribatur modo vertici summa quindenaria, catheto autem tricenaria, duplo eam transcendens, basi vero ad hanc sesqualteram servans habitudinem terminus contra datur. Per has ergo summas area huius trapezii tali ratione constituenda est. Adiungatur vertex basi, id est XV. XLV et LX terminus exuberat, cuius pars dimidia, si per cathetum multiplicabitur, areae pandit protensionem, ut in subterius scripta patet figura.

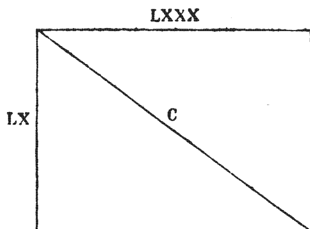


De diagono adinveniendo.

Saepe autem evenire solet, ut in huius artis speculatione, quot angularis lineae protensio horum scilicet tetragonorum pedes obtineat, requiratur. Quod ne ignoretur, facillimum apertissimumque huiusce rationis dabimus exemplar. Ponatur iam parallelogrammus orthogonius in

2 trapezetum e; trapizetum m. 5 autem *om.* m. 9 vero vertex e. || id est *om.* m. || ·XV· ad ·XLV· m. 10 si per] super m. 11 et iam areae innutae protensionem ut in propria huius theorematis patet figura m. 15 in *om.* e. 19 iam] etiam e.

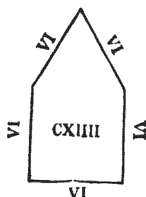
longitudine LXXX et in latitudine habens pedes LX. Longitudo vero per se augmentata $\overline{\text{VI}}$ CCCC explicat, latitudo autem per se multiplicata $\overline{\text{III}}$ DC efficit. Quae videlicet $\overline{\text{VI}}$ CCCC et $\overline{\text{III}}$ DC in unam summae cumulum redactae $\overline{\text{X}}$ restituunt. Horum, scilicet $\overline{\text{X}}$, tetragonale latus si sumpsero, C pernotabo. Hoc est diagonum huius parallelogrammi orthogonii, ut infra scripta perspici potest in forma.



De multiangulis figuris.

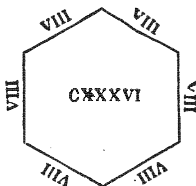
Sed quia sufficienter breviterque de tetragonorum diximus rationibus, restat, ut de pentagonis et exagonis ceterisque disseramus. Omnis itaque pentagonus, aequis habitus lateribus, lateris unius summa in se excrescente ac ter ducta rursusque eadem subducta medietateque huius summae sumpta embadalis spatii pandit superficiem. Esto modo pentagonus singulis habens lateribus pedes senos. Quos, videlicet VI, si per se duxero, XXXVI restituam. Hos ter ductos in CVIII numerum perstringam. Cui adiecero lateris unius summam, id est senarium, CXIIII explicabo, id est area infra descripti pentagoni.

3 efficit *om.* m. || Qui m. || videlicet . . . $\overline{\text{III}}$·DC *om.* m. 4 redacti m. 6 parallelogrammi *om.* m. 7 ut in infra scripta forma videre potes m. 14 habitus] constitutus m. || crescente m.



De exagono.

Exagonus autem ordine in subsequenti dicendus inseratur. Describatur etenim exagonus octonario lateraliter insignitus. Quem, videlicet octonarium, per se multiplicans LXIIII efficiam. Haec summa, scilicet LXIIII, quater ducta in CCLVI redundat. His, videlicet CCLVI, si lateris unius quantitas id est VIII bis ducta adiciatur, CCLXXII apparent. Quorum medium si sumpseris, aream huius exagoni explicabis.

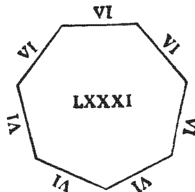


De eptagono.

Post haec ut expediamus de eptagoni subsequentis ratione oportet. Qui, videlicet eptagonus, tertio hic inseritur loco, septenarius quemadmodum in imparium numerorum tertius naturaliter ordine apparet. Collocetur etenim eptagonus senaria quantitate circumscriptus. Cuius si lateris unius summam per se multiplicaveris, XXXVI pernotabis. Quae scilicet quantitas, hoc est XXXVI, quin-

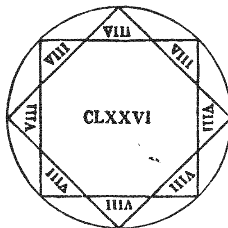
3 autem *om.* m. || in *om.* m. || dicendus *om.* m. 5 videlicet *om.* m. 15 in *om.* m. 17 enim m. 19 Quae . . . XXXVI *om.* m.

quies ducta CLXXX adesse conducit. Quibus si senariae quantitatis summam ter ductam subduxeris, CLXII relinquuntur. Horum medietas sumta LXXXI pedes embadum huius eptagoni habere conducit.



De octogono.

Octogonus vero in naturali parium numerorum ordine quartus constitutus in hoc disserendus loco naturaliter quartus assumatur. Esto age octogonus VIII per singula latera pedibus mensuratus. Hanc nimirum lateralem quantitatem, id est VIII, in se si duxeris, LXIIII efficies. Quos per VI multiplicans CCCLXXXIIII explicabis. Ex his si quater lateris unius summam deduxeris, non amplius quam CCCLII residui sunt. Quorum medietas si excipitur, area huius octogoni pernotatur.

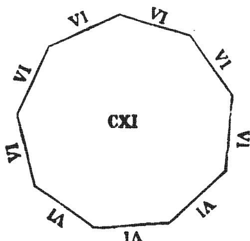


De ennagono.

Ennagonus autem singula per latera VI circumscribatur. Quem, videlicet senarium si secundum superius di-

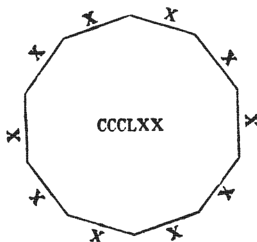
13 dempseris m. 18 enneagonus m.

ctam nostrae institutionis regulam per se multiplicaveris, XXXVI efficies. Qui septies ducti CCLII summam producent. His si lateris unius quantitatem quinquies subtraxeris, CCXXII reddes. Horum medietas excepta si fuerit, huius ennagoni embadum CXI pedibus contineri manifestat.



De decagono.

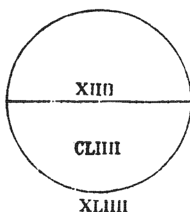
Restat, ut de decagoni embadali dicamus podismo. Describatur itaque decagonus denario numero lateraliter limitatus. Cuius si lateris unius quantitas secundum iam saepe dictam nostrae praeceptionis institutionem per se multiplicando excreverit, C efficiet. Hi vero octies ducti DCCC adducunt. Quibus si lateralis una tantum summa, id est X, sexies subducatur, DCCXL relinquuntur. Horum vero medium si sumpseris, aream huius decagoni CCCLXX pedibus contineri sine dubio pernotabis.



2 XXXIII m. || CVIIII e; CVIII m, *quem gravissimum autoris errorem cave scribae inepto imputes.* 4 LXXVIII e; LXXXVIIII m. 5 XXXVIII e, m. 7 CXI] ·XXXVIIIS e, m. 12 institutionis praeceptionem m. 15 sexies *om.* m.

Idem vero de endecagono ceterisque plurilateris figurarum descriptionibus si feceris, nullius erroris obstaculo lababis hoc pacto, ut naturali ordine in multiplicanda unius lateris summa et in hac quantitate, quae ex hac laterali multiplicatione nascitur, naturaliter augmentanda eademque laterali naturaliter subducenda procedas, embadumque tali ratione, ex medietatibus scilicet, adinvenias.

Sed quia de angularibus figuris studioso lectori sufficienter disputavimus, restat, ut breviter de circumductione spherae vel circuli explicemus. Ponatur itaque circulus XLIIII pedibus in circumductione designatus. Diametrus autem XIIII pedum protensionibus describatur. Cuius summa si per se excreverit, CXCVI nascentur. Hos per XI multiplicans $\overline{\text{II}}$ CLVI efficies. Quorum XIIII. pars, id est CLIIII, aream huius cycli pandit, ut infra potest cerni.



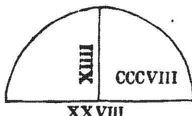
Est et alia huius cycli inveniendi embadalis spatii ratio. Sumatur etenim circumductivae quantitatis medietas, id est XXII, quae XLIIII est medietas, et per medietatem diametri, id est per VII, multiplicetur. Et quod ex hac multiplicatione provenerit, embadum pandit.

De sphera.

His vero brevibus datis initiamentis de circularibus

3 naturalem ordinem m. 10 sperae e, m. || vel circuli *om.* m. 11 XLVIII m. 12 Cuius summa . . . nascentur *om.* m. 14 $\overline{\text{II}}$ CLXVI e, m. 15 infra] in descriptione m. 19 enim m. 21 multiplicentur m.

theorematibus, dicendum esse censuimus de emicyclo protinus dicturi. Conscribitur age emicyclus XXVIII in basi et in semidiametro XIIII pedes habens. Cuius si areae podismus ignoretur, tali ratione adinvestigetur. Multiplicetur ergo summa basis per semidiametri summam et in CCCXCII pervenitur. Haec summa undecies aucta $\overline{IIII}$ CCC XII producit. Quorum sumta XIIII. parte, id est CCCVIII arealis completur superficies, ut propter apparet.



Haec de epipedarum podismationibus figurarum ad praesens dicta sufficiant. Restat, ut de montuosa succinctius aliquid ratione tractemus. Inscribatur etiam mons in verticis circuitu CCC pedibus protensus. Pes vero montis eiusdem in circuitu pedibus millenis consignetur. Proponatur modo inquisitum, quot iugera in hoc monte habeantur. Quod tali est ratione ordiendum. Iungantur etenim pedis et cacuminis duo illi circuitus, id est $\overline{I}$ et CCC. Quorum per medium si ascensus, hoc est DCCC per DCL, multiplicabitur, $\overline{DXX}$ pedes habere montis huius spatium comprobabitur. Hanc igitur summam si in $\overline{XXVIII}$ DCCC disperseris, tot enim pedum esse iugerum comprobatur, XVIII iugera in hoc esse monte comprobabis restantibus tantum millenis et sexcentis pedibus.

Si autem mons in pedis circuitu $\overline{II}$ D et in medietatis circuitione $\overline{I}$ DC, in cacuminis autem circumductione C et

3 in *om.* m. || semidiametron m. || pedum m. 7 $\overline{IIII}$ CCXI e; quatuor CCXI m. 8 CCCXII e; CCCXCII m. 12 montuosa dimensione m. 13 tractemus] dicamus m. || etiam *om.* m. 16 in hac montis circuitione m. 18 etenim *om.* m. 19 et *om.* m. 26 et *om.* m. 27 acuminis m.

in ascensu D pedes habens fuerit, hoc pacto iugera sunt adinvenienda. Coniungantur ergo trium supradictorum circuituum summae et $\overline{\mathrm{IIII}}$ CC nascuntur. Quorum tertia parte, id est $\overline{\mathrm{I}}$ CCCC montis ascensionem, hoc est D, multiplicante $\overline{\mathrm{DCC}}$ prodeunt. Quos per iugera dispertiens XXIIII efficies non plus quam ducentis pedibus residuis.

Mons autem strabus, id est inaequalis, si fuerit in pedis circumferentia $\overline{\mathrm{I}}$ CCCC et in verticis declivo CC et in dextrae partis ascensione DCCCL, in laevi lateris autem susspectu DCCL pedes habens, iugeralis in eo sita planitudo hoc modo est indaganda. Sumatur etenim duarum medietas circumferentiarum in unum collatarum, id est DCCC et ascensuum compositorum pars media, hoc est DCCC et eae medietates per se multiplicatae $\overline{\mathrm{DCXL}}$ producunt, podismum scilicet montis supradicti. Ex pedatura autem iugeralem facile summam secundum quod dictum est supra invenies.

Quia igitur de omnium huic arti inserendarum speculationum rationibus breviter enodateque sat disseruimus, reliquum est, ut de unciali et digitali mensura et de punctorum et minutorum ceterisque minutiis, sicut promisimus, dicamus, mirabilem et arti huic ceterisque matheseos disciplinis necessariam figuram, quam Archita praemonstrante didicimus, edituri.

De minutiis.

Veteres igitur geometricae artis indagatores subtilissimi, maximeque Pythagorici, cum omnia certis mensurarum dividentes rationibus ad ea, quae natura renueret dividi et secari, usque pervenirent, ingenio praesignante ea, quae naturaliter erant indivisibilia, positis notis nominibusque datis dispertiere. Cum vero agros per actus,

4 $\overline{\mathrm{I}}$ CCC e; III·CCC m. 6 ducentis] CC m. *Scribendum fuit* $\overline{\mathrm{VIII}}$ DCCC, *qui error scribae imputari nequit.* 9 autem *om.* m. 11 hoc modo] sic m. 14 eae] hae m. 19 et sat m. 21 et ceteris m.

per perticas, id est per radios, per passus, per gradus, per cubitos, per pedes, per semipedes et per palmos dispersissent, non habentes, palmum per quod dividerent, id quod palmo esset minus, digito autem maius, unciam vocare maluerunt. In secundo vero loco digitum subscripserunt, in tertio staterem, id est semunciam, in quarto quadrantem, in V. dragmam, in VI. scripulum, in VII. obolum, in VIII. semiobolum, quem Graeci ceratim nuncupant, in VIIII. siliquam, in X. punctum, in XI. minutum, in XII. momentum nominando posuerunt. His ergo minutiis adinventis nominibusque editis multiformes eis notas indidere, quae, quia partim graecae partim erant barbarae, nobis non videbantur latinae orationi adiungendae. Quapropter nos rem obscuram obscuris ignotisque notarum signis involvere nolentes loco earundem notarum latinorum elementorum notas ordine ponemus ita, ut A unciae respondeat; B digito, C stateri, D quadranti, E dragmae, F scripulo, G obolo, H semiobolo, I siliquae, K puncto, L minuto, M momento asscribatur. Describatur itaque his literis, quas diximus, loco hoc figura minutiarum hoc modo:

(Vide p. 427.)

Superius vero digestae formulae in descriptione diverse formatis multifariisque utebantur caracteribus, sed nos non alios, praeter quos supra in deformatione abaci depinximus, in huiuscemodi opus assumere curamus. Assignavimus enim primam huius formae lineam unitatibus, secundam X., tertiam C_{γ}, quartam $\bar{I}$. et deinceps ceteras lineas ceterorum numerorum limitibus limitavimus. In qua si apices primae apposueris lineae, unitates solae tibi occurrent, si lineae secundae, X, si tertiae,

1 perticos m, n$_2$. 3 divident n. 4 autem *om.* m. 8 obelum n$_2$. || semobelum n$_2$. || eteratem m. 9 subliqua n$_2$. 10 nominando *om.* m. 12 eis] ei m. 17 responderet e, m, n$_2$. 18 obelo m, n$_2$. || semiobelo m, n$_2$. 20 quam e, n, n$_2$. 21 hoc modo *om.* m. 23 diverseque n$_3$. 24 multifarieque paratis m. 27 primam] plurimam n$_3$. || linea n$_3$.

A I	B I	C I	D I	E I	F I	G I	H I	I I	K I	L I	M I
M	A X	B X	C X	D X	E X	F X	G X	H X	I X	K X	L X
L	M	A C	B C	C C	D C	E C	F C	G C	H C	I C	K C
K	L	M	A $\overline{\mathrm{I}}$	B $\overline{\mathrm{I}}$	C $\overline{\mathrm{I}}$	D $\overline{\mathrm{I}}$	E $\overline{\mathrm{I}}$	F $\overline{\mathrm{I}}$	G $\overline{\mathrm{I}}$	H $\overline{\mathrm{I}}$	I $\overline{\mathrm{I}}$
I	K	L	M	A $\overline{\mathrm{X}}$	B $\overline{\mathrm{X}}$	C $\overline{\mathrm{X}}$	D $\overline{\mathrm{X}}$	E $\overline{\mathrm{X}}$	F $\overline{\mathrm{X}}$	G $\overline{\mathrm{X}}$	H $\overline{\mathrm{X}}$
H	I	K	L	M	A $\overline{\mathrm{C}}$	B $\overline{\mathrm{C}}$	C $\overline{\mathrm{C}}$	D $\overline{\mathrm{C}}$	E $\overline{\mathrm{C}}$	F $\overline{\mathrm{C}}$	G $\overline{\mathrm{C}}$
G	H	I	K	L	M	A $\overline{\mathrm{XC}}$	B $\overline{\mathrm{XC}}$	C $\overline{\mathrm{XC}}$	D $\overline{\mathrm{XC}}$	E $\overline{\mathrm{XC}}$	F $\overline{\mathrm{XC}}$
F	G	H	I	K	L	M	A $\overline{\mathrm{CC}}$	B $\overline{\mathrm{CC}}$	C $\overline{\mathrm{CC}}$	D $\overline{\mathrm{CC}}$	E $\overline{\mathrm{CC}}$
E	F	G	H	I	K	L	M	A $\overline{\mathrm{MC}}$	B $\overline{\mathrm{MC}}$	C $\overline{\mathrm{MC}}$	D $\overline{\mathrm{MC}}$
D	E	F	G	H	I	K	L	M	A $\overline{\mathrm{X}}\,\overline{\mathrm{C}}$	B $\overline{\mathrm{X}}\,\overline{\mathrm{C}}$	C $\overline{\mathrm{X}}\,\overline{\mathrm{C}}$
C	D	E	F	G	H	I	K	L	M	A $\overline{\mathrm{C}}\,\overline{\mathrm{C}}$	B $\overline{\mathrm{C}}\,\overline{\mathrm{C}}$
B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	M	A $\overline{\mathrm{XC}}\,\overline{\mathrm{C}}$

C, si quartae mille, et deinceps. Sed quia momenti et minuti et ceterorum quantitas in ultimo huius formae positorum non poterat, ut aliae, multiplicari, rursus a secunda notas earum linea angulariter inscribere proposuimus, ut, si aliquando aliquis vel C vel $\overline{\mathrm{I}}$ diminutionem,

10 n *etiam sub* M *ponit* $\overline{\mathrm{XC}}$. 12 *Hunc versum om.* m. || $\overline{\mathrm{XC}}\,\overline{\mathrm{C}}$ *deest in libris manuscriptis.* || *Sub* B *addunt quadratum* A *inscriptum* e, n, n_2, n_3. 15 ad secundam m. 16 lineam m. 17 quando m, n_2, n_3. || $\overline{\mathrm{I}}$] in m, n_3. || diminutione m.

vel $\overline{X}$, vel $\overline{C}$ momentorum vel minutorum vel punctorum et deinceps proferre iuberetur, sine ullius obstaculi impeditione ediceret. Illud etiam in divisione harum minutiarum non est praetereundum. Dividebant enim unciam in XXIIII scripulos, digitum autem in XVIII scripulos, staterem in XII, quadrantem in VI, dragmam in III scripulos. Scripulum autem sex siliquis constare decreverunt. Obolum vero tribus siliquis mensurari voluerunt. Ceratim unam et semis siliquam habere constituerunt. Siliquam igitur vicesimam quartam partem solidi vel quadrantis designare proposuerunt. Puncto vero XXVIII^{am} quadrantis partem significari sanxerunt. In puncto autem duo minuta et dimidium et in minuto IIII momenta esse asseruerunt.

Epilogus incipit.

Si qui vero de controversiis et de qualitatibus et nominibus agrorum deque limitibus et de statibus controversiarum scire desideret, Iulium Frontinum nec non Urbicum Aggenum lectitet. Nos vero haec ad praesens dicta dixisse sufficiat.

1 vel *ante* minutorum *om.* n_3. 2 obstaculo impeditionem n_2. 3 in *om.* e; de n_2, n_3. 5 scrupulos n_3. 6 VI] VII m. || scripulus n_2. 7 decreverit n_2. || Obelum n_2. 10 igitur *om.* m. 11 proposuerunt] voluerunt m. 12 autem *om.* m. 13 esse asseruerunt] posuerunt m. 15 Finit. n_3. 18 Urbicium m. 19 dicta *om.* m. 20 m *addit:* Explicit liber Geometriae Boetii viri clarissimi.

I.

INDEX RERUM ET VERBORUM.

Omissa sunt vocabula notissima, quae ut notarentur singularis causa non exstitit.

II. INDEX NOMINUM.

III. INDEX GRAECUS.

ERRATA ET ADDENDA.

In pag. 53 v. 4 var. lect. l. ad ·C·
97 4 ss. var. lect. numeri 16. 18 cet. quinario sunt minuendi.
102 20 l. scilicet
114 10 var. lect. l. augeatur
154 9 var. lect. l. 28.
169 21 l. huiusmodi
180 7 l. sonis
185 21 l. Boeotiorum
209 19—20 l. paranete, nete
302 9 var. lect. l. *arcus*
338 1 conicias 'mesonque' esse legendum.
452 32 (sub voce 'inaequalis') l. 114, 1.

LIPSIAE.

SUMPTIBUS ET TYPIS B. G. TEUBNERI.

MDCCCLXVII.





